

FULL DE PREPARACIÓ MÀTRIS

1.- (PAU 2014) Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, determineu x per tal que es verifiqui l'equació $A^2 - 6A + 5I = 0$, on 0 és la matriu en què tots els elements són 0 .

2.- (PAU 2014) Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a. Determineu una matriu X tal que $A \cdot X = I$.
- b. Determineu una matriu Y tal que $A \cdot Y \cdot A = B$

3.- (PAU 2013) Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ i $B = (-2 \ 5)$.

- a. Resoleu l'equació matricial $X + 2A = X \cdot A$ on X és la matriu incògnita.
- b. Hi ha cap matriu Y que verifiqui $Y \cdot A = B$? I que verifiqui $A \cdot Y = B$? Justifiqueu les respostes.

4.- (PAU 2013) Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ b & -1 \end{pmatrix}$

- a. Determineu el valor dels paràmetres a i b que fa que $A \cdot B = B \cdot A$
- b. Determineu el valor de a pel qual es verifica $A^2 = 2A$

5.- (PAU 2013) Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

- a. Calculeu A^2 , A^3 i A^4 .
- b. Calculeu A^{201} i A^{344}

6.- (PAU 2012) Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

- a. Trobeu una matriu X tal que $A \cdot B + X = C$
- b. Calculeu C^3

7.- (PAU 2012) Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

- a. Justifiqueu si és possible efectuar $A \cdot B$ o $B \cdot A$. En cas afirmatiu, calculeu-ho.
- b. Calculeu B^2 i B^3

8.- (PAU 2012) Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

- a. Determineu les matrius X i Y tals que $X - 2Y = A$ i $2X - Y = B$
- b. Calculeu $(A + 2I)^2$ on I és la matriu unitat.

9.- (PAU 2011) Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Calculeu les matrius inverses de A i de B.
- Determineu una matriu X de manera que $A \cdot X \cdot B = C$

10.- (PAU 2011) Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- Calculeu una matriu B, la primera fila de la qual és $(2 \ 1)$, té dues columnes i 3 files i compleix que $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- Calculeu $(A \cdot B)^{-1}$

11.- (PAU 2010) Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Determineu la matriu X perquè $X + B \cdot C = A^2$
- Calculeu les matrius C^6 i C^7

12.- (PAU 2010) Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Comproveu si aquestes dues matrius compleixen $(A+B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$
- Si P i Q són matrius quadrades qualssevol d'ordre 3, quina condició s'ha de produir perquè es compleixi $(P+Q)^2 = P^2 + 2P \cdot Q + Q^2$