

TEMA 1 : Matrius

Full de preparació

Aquest full s'ha de lliurar el dia de la prova

Nom: Curs:

1. Trobeu una matriu d'ordre 3×4 de forma que $a_{ij} = i \cdot j$
2. Escriviu una matriu simètrica d'ordre 3, es a dir, una matriu A tal que $A = A^t$.

3. Donades les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -7 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Calculeu:

- a) $2A - B$
 - b) $A \cdot B$
 - c) $(A + B)^2 \cdot C$
4. a) Donada la matriu D , escriviu dues matrius d'ordre tres diferents i multipliqueu cadascuna d'aquestes matrius per D .

$$D = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- b) Com actua D quan la multipliquem per una matriu A qualsevol?

5. Comproveu que $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$, quan $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

6. Donades dos matrius A i B d'ordre 2×2 , és cert $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$?. Si és cert prova-ho, i si és fals, busca'n un contraexemple.

7. Trobeu la matriu inversa, si existeix, de la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

8. Comproveu que la matriu A^{-1} és la inversa d' A

$$A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

9. Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Calculeu el valor de a si no existeix A^{-1}

10. Donades les matrius A i B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} k & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Estudieu, en funció dels valors reals de k , si la matriu BA té inversa
- b) Estudieu el mateix per la matriu BA

11. Sigui $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ calculeu $A^2, A^3, A^4, A^5, \dots, A^{17}, \dots, A^{25}, \dots, A^{81}$.

12. Trobeu A^n quan $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

13. Trobeu la matriu X

- a) $3 \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + 2X = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- b) $2 \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix} - X = 3 \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

14. Donades les matrius A i B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Trobeu una matriu X que compleixi $X - B^2 = AB$

15. Calculeu els nombres m i n que verifiquen $m \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + n \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$

16. Resoleu:

a)

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ A - B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 2A + 3B = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \\ A - B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} A + 3B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\ A - B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} 2A - B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 7 \\ 6 & 0 & -3 \end{pmatrix} \\ A + 2B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

17. Calculeu a i b per tal que es compleixi $\begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ 3 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 10 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

18. Una empresa de transport té tres models de camions diferents P, Q i R, en els quals hi caben un cert nombre de contenidors de tres tipus diferents, A, B, i C, segons la taula

$$\begin{array}{ccc} & A & B & C \\ P & \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \end{pmatrix} \\ Q & \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 \end{pmatrix} \\ R & \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \end{pmatrix} \end{array}$$

Si P ha realitzat 5 viatges, Q 4 viatges i R 3 viatges, quants contenidors de cada tipus s'han transportat?

19. Una fàbrica decideix distribuir els seus excedents de tres productes alimentaris, A, B i C, a quatre països del tercer món P_1 , P_2 , P_3 i P_4 , segons expressa la matriu M_1 en tones. Aquesta fàbrica ha rebut pressupostos de dues empreses per al transport dels productes alimentaris als països de destí, segons expressa la matriu M_2 , en euros per tona.

$$M_1 = \begin{matrix} & A & B & C \\ P_1 & \begin{pmatrix} 200 & 100 & 120 \end{pmatrix} \\ P_2 & \begin{pmatrix} 110 & 130 & 200 \end{pmatrix} \\ P_3 & \begin{pmatrix} 220 & 200 & 100 \end{pmatrix} \\ P_4 & \begin{pmatrix} 150 & 160 & 150 \end{pmatrix} \end{matrix} \qquad M_2 = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ E_1 & \begin{pmatrix} 500 & 450 & 375 & 350 \end{pmatrix} \\ E_2 & \begin{pmatrix} 510 & 400 & 400 & 350 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Efectueu el producte $M_1 \cdot M_2$

- Què representa l'element a_{11} de la matriu producte?
 - Quin element de la matriu producte ens indica el que costa transportar el producte C amb l'empresa E_2 ?
 - Indiqueu quins elements de la matriu producte et permeten establir quina és l'empresa que transporta per un preu més baix el producte B a tots els països.
20. En una clínica dental col·loquen tres tipus de pròtesis P_1 , P_2 i P_3 , en dos models diferents M_1 i M_2 . El nombre de pròtesis que tenen fetes està reflectit en la matriu A. El preu, en euros, de cada pròtesi està reflectit en la matriu B.

$$A = \begin{matrix} & M_1 & M_2 \\ P_1 & \begin{pmatrix} 11 & 21 \end{pmatrix} \\ P_2 & \begin{pmatrix} 16 & 12 \end{pmatrix} \\ P_3 & \begin{pmatrix} 9 & 14 \end{pmatrix} \end{matrix} \qquad B = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 \\ M_1 & \begin{pmatrix} 150 & 160 & 240 \end{pmatrix} \\ M_2 & \begin{pmatrix} 210 & 190 & 220 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- Trobeu, si és possible, les matrius $C = A \cdot B$ i $D = B \cdot A$
- Quina informació proporcionen els elements c_{12} i d_{22} ?
- Quin element de C o de D proporciona el valor total de totes les pròtesis del tipus P_2 ?