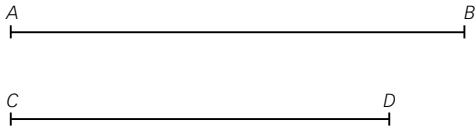


ACTIVITATS FINALS

Segments proporcionals

- 33 Mesura els segments AB i CD i troba la raó $\frac{AB}{CD}$ entre els segments.



- 34 Calcula la raó entre les parelles de segments següents:

- a) $AB = 2$ cm i $CD = 5$ cm
 b) $AB = 7,5$ cm i $CD = 15$ cm
 c) $AB = 1$ m i $CD = 30$ dm
 d) $AB = 7$ mm i $CD = 0,14$ dm

- 35 Tenint en compte que el segment $CD = 2$ cm, troba la longitud del segment AB si la raó és $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{5}$.

- 36 Donat el segment $AB = 3,6$ cm, troba un altre segment CD que compleixi la proporció $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{7}$.

- 37 Indica si els segments següents són proporcionals:

- a) $AB = 2$ cm $CD = 5$ cm $EF = 4$ cm $GH = 10$ cm
 b) $AB = 6$ cm $CD = 4$ cm $EF = 9$ cm $GH = 6$ cm
 c) $AB = 8$ dm $CD = 1,3$ m $EF = 16$ mm $GH = 2,6$ cm
 d) $AB = 8$ m $CD = 60$ dm $EF = 7$ cm $GH = 0,5$ dm

- 38 Troba, en cada cas, el quart segment proporcional.

- a) $AB = 3$ cm $CD = 5$ cm $EF = 6$ cm
 b) $AB = 10$ m $CD = 50$ m $EF = 2$ m
 c) $AB = 1,3$ dm $CD = 4$ dm $EF = 39$ cm
 d) $AB = 0,5$ m $CD = 70$ dm $EF = 4$ cm

- 39 La raó entre dos segments és $\frac{2}{3}$. Troba la longitud de tots dos segments si sumen 10 dm.

- 40 Troba dos segments tals que la seva longitud es diferenciï en 2 cm i que la raó entre tots dos sigui $\frac{4}{3}$.

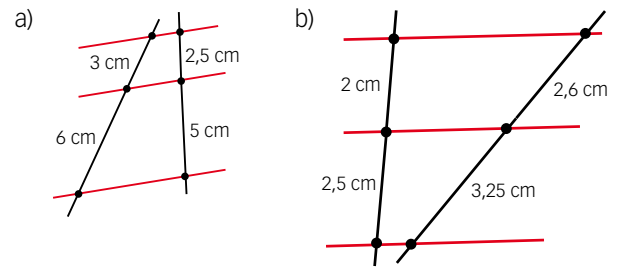
- 41 Si la raó $\frac{AB}{CD} = 1,6$; calcula:

- a) AB , si $CD = 9$ cm
 b) CD , si $AB = 13,6$ cm

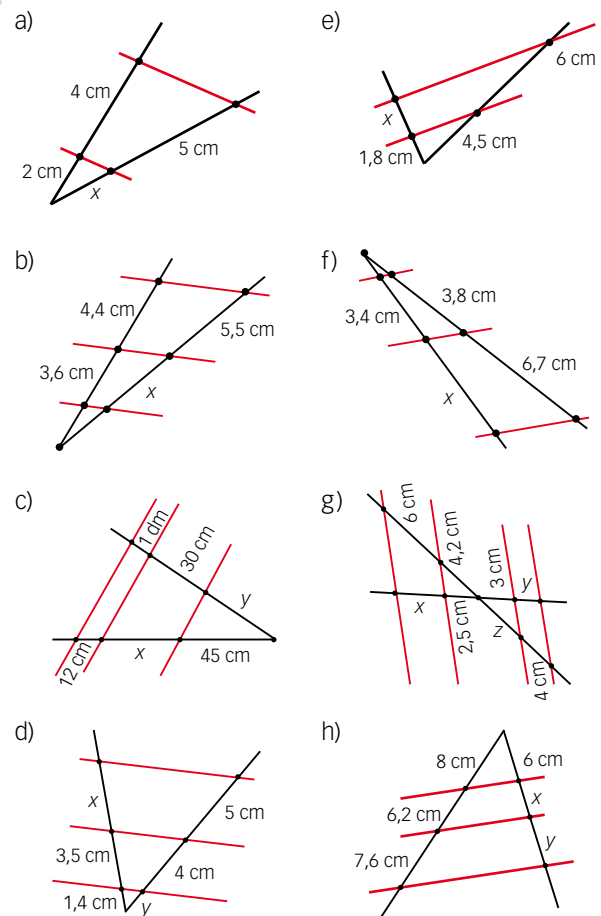
- 42 La raó de dos segments és 4 i la diferència de les seves longituds és de 7 cm. Calcula la longitud de cada segment.

Teorema de Tales

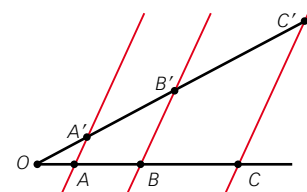
- 43 Comprova si els segments següents estan en posició de Tales:



- 44 Calcula, en cada cas, les longituds desconegudes.

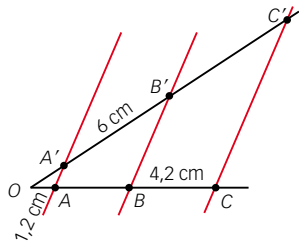


- 45 Tenint en compte la informació següent, troba: $A'B'$, $B'C'$, OB' i AC

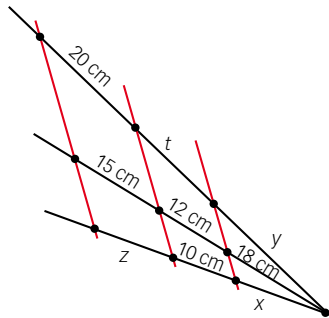


- $OA = 0,8$ cm $OA' = 1,2$ cm
 $AB = 1,4$ cm $B'C' = 3$ cm

- 46 La raó a la figura següent és $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = 0,6$. Calcula la longitud de: \overline{AB} , $\overline{OA'}$, $\overline{B'C'}$.



- 47 Determina les longituds desconegudes.



- 48 Divideix gràficament un segment $\overline{AB} = 8$ cm en:

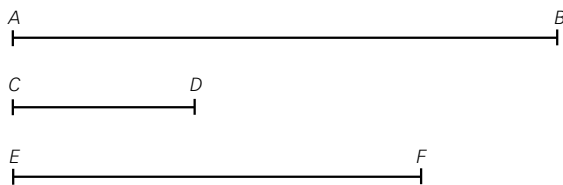
- a) 6 parts iguals
- b) 5 parts iguals

- 49 Divideix gràficament un segment de 108 mm en segments proporcionals a 3, 6 i 9.

- 50 Troba gràficament el punt mitjà d'un segment de 7 cm.

- 51 Troba gràficament $\frac{2}{3}$ parts d'un segment de 10 cm de longitud.

- 52 Divideix el segment AB en parts proporcionals a \overline{CD} i \overline{EF} .



- 53 Donat el segment $\overline{AB} = 4$ cm, troba gràficament un altre segment CD que compleixi la proporció $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{5}{7}$.

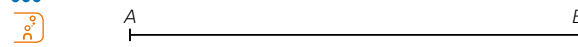
- 54 Construeix dos segments que sumin 14 cm i que estiguin en la raó $\frac{3}{4}$.

- 55 Divideix un segment de 20 cm en tres parts, cadascuna la meitat de l'anterior.

- 56 Divideix gràficament un segment de 18 cm en quatre parts, cadascuna el doble de l'anterior.

- 57 Divideix gràficament el segment $\overline{AB} = 9$ cm en parts proporcionals a $\overline{CD} = 3,5$ cm i $\overline{EF} = 1,8$ cm.

- 58 Redueix gràficament un 70% el segment de la figura.



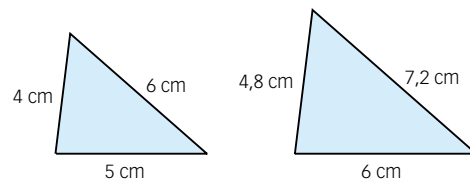
- 59 Fes gràficament una ampliació del 10% d'un segment de 8 cm de longitud.

Semblança de triangles

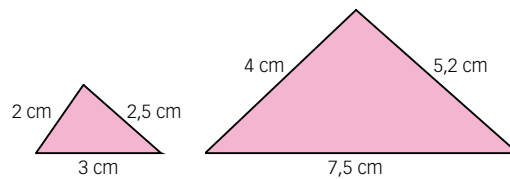
- 60 Comprova si els triangles següents són semblants.

- Quin criteri has fet servir en cada cas?

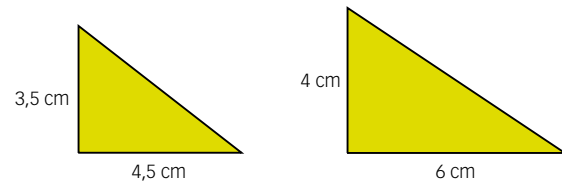
a)



b)



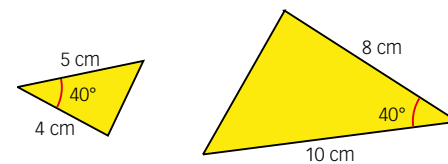
c)



d)



e)

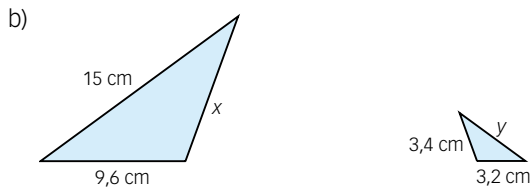
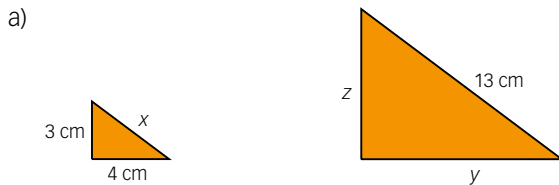


f)



ACTIVITATS FINALS

- 61 Sabent que els triangles següents són semblants, calcula els costats que falten:



- 62 Dibuixa un triangle acutangle en què els costats facin 5,4 i 3,5 cm. Aplicant-hi els criteris de semblança de triangles, construeix un altre triangle de manera que la raó de semblança del primer amb el segon sigui $\frac{4}{5}$.

- 63 Dibuixa un triangle que tingui un angle de 50° i un altre de 70° . Aplicant-hi els criteris de semblança de triangles, construeix-ne un altre que tingui una raó de semblança amb el primer de $\frac{2}{3}$.

- 64 Dibuixa un triangle obtusangle que tingui un costat de 4 cm i un altre de 5 cm. L'angle comprès ha de mesurar 120° . Aplicant-hi els criteris de semblança de triangles, construeix-ne un altre que tingui una raó de semblança respecte del primer de $\frac{5}{2}$.

- 65 El triangle \widehat{ABC} , de costats $\overline{AB} = 128$ mm, $\overline{AC} = 72$ mm, $\overline{BC} = 64$ mm, és semblant al triangle $\widehat{A'B'C'}$, que té un costat $\overline{A'C'} = 48$ mm. Troba els altres costats d'aquest triangle i la raó de semblança del primer triangle respecte del segon.

- 66 Dibuixa un triangle de costats 8, 7 i 6 cm, respectivament. Traça una recta paral·lela al primer costat que divideixi cadascun dels altres dos costats segons la raó $\frac{1}{2}$. Troba la longitud del segment de la recta paral·lela determinat.

- 67 Dos triangles, \widehat{ABC} i $\widehat{A'B'C'}$, són semblants. Els costats de \widehat{ABC} són:

$$\overline{AB} = 4 \text{ cm} \quad \overline{BC} = 5 \text{ cm} \quad \overline{CA} = 6 \text{ cm}$$

Calcula els costats de $\widehat{A'B'C'}$ i la raó de semblança si $\overline{A'B'} = 7,2$ cm.

- 68 Indica si són semblants dos triangles en els casos següents:

- Els costats de l'un fan 10 cm, 7 cm i 6 cm, i els de l'altre, 20 cm, 14 cm i 32 cm.
- Els angles d'un dels triangles fan 20° , 70° i 90° , i l'altre triangle té un angle de 60° .
- Els dos triangles són isòsceles amb l'angle desigual de 50° .
- Tots dos triangles són rectangles isòsceles.
- Dos costats d'un triangle fan 4 cm i 6 cm, i l'angle que formen és de 60° . En l'altre triangle, els costats mesuren 12 cm i 18 cm i l'angle que formen és de 60° .
- Un dels triangles té un angle de 45° i un altre de 55° . L'altre triangle té un angle de 45° i un altre de 80° .

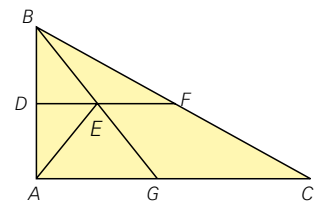
- 69 Un triangle té de costats: $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{BC} = 8$ cm i $\overline{AC} = 7$ cm. Troba un triangle semblant sabent que:

- La raó de semblança del segon triangle respecte al primer és 5.
- El perímetre del segon triangle és 15 cm.

SABER FER

Reconèixer triangles en posició de Tales

- 70 Indica quins triangles de la figura següent estan en posició de Tales:



PRIMER. Identifiquem tots els triangles possibles.

$$\widehat{ABC} \quad \widehat{ABE} \quad \widehat{ABG} \quad \widehat{ADE} \quad \widehat{AEG}$$

$$\widehat{EBF} \quad \widehat{GBC} \quad \widehat{DBE} \quad \widehat{DBF}$$

SEGON. Prenem els que tenen un angle comú.

$$\widehat{ABC} \text{ i } \widehat{DBF} \text{ tenen l'angle } \widehat{B} \text{ en comú.}$$

$$\widehat{ABE}, \widehat{ABG} \text{ i } \widehat{DBE} \text{ tenen l'angle } \widehat{B} \text{ en comú.}$$

$$\widehat{EBF} \text{ i } \widehat{GBC} \text{ tenen l'angle } \widehat{B} \text{ en comú.}$$

TERCER. De cada grup de triangles amb un angle en comú, considerem els que tenen paral·lels els costats oposats a aquest angle.

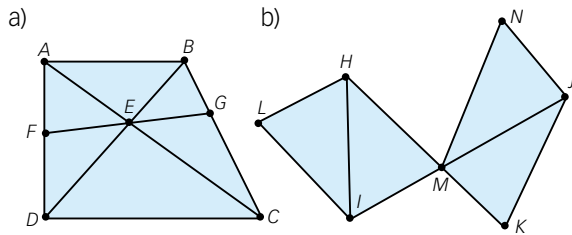
$$\widehat{ABC} \text{ i } \widehat{DBF} \text{ tenen } AC \text{ i } DF \text{ paral·lels.}$$

$$\widehat{ABG} \text{ i } \widehat{DBE} \text{ tenen } AG \text{ i } DE \text{ paral·lels.}$$

$$\widehat{EBF} \text{ i } \widehat{GBC} \text{ tenen } EF \text{ i } GC \text{ paral·lels.}$$

Per tant, aquests parells de triangles estan en posició de Tales.

71 Identifica, en cada figura, tots els triangles que estiguin en posició de Tales.



Polígons semblants

72 Raona si les afirmacions següents són certes o falses:

- a) Tots els triangles equilàters són semblants.
- b) Per saber si dos polígons són semblants només cal mesurar-ne els angles i comprovar que són iguals.
- c) Tots els rectangles són semblants.
- d) Tots els rombes són semblants.
- e) Si dupliquem el costat d'un quadrat també es duplica la seva diagonal.
- f) En ampliar o reduir una figura no canvien els angles.
- g) Entre dos triangles rectangles sempre hi ha la mateixa raó de semblança.
- h) En ampliar una figura al doble, els seus costats i els seus angles també es multipliquen per dos.

73 Construeix els polígons semblants següents:

- a) Dos quadrats amb raó $r = 3$.
- b) Dos triangles equilàters amb raó $r = \frac{1}{2}$.
- c) Dos rectangles amb raó $r = \frac{3}{5}$.
- d) Dos rombes que tinguin un angle igual al doble de l'altre i amb raó $r = 2$.

74 Els costats d'un triangle fan 9, 12 i 15 cm, respectivament. Troba els costats d'un altre triangle semblant sabent que el costat més gran fa 25 cm.

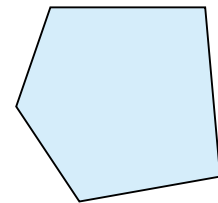
75 Els costats d'un triangle fan 18, 24 i 32 cm, respectivament. Troba els costats d'un altre triangle semblant sabent que el costat més petit fa 30 cm.

76 Quant faran els costats i el perímetre d'un triangle semblant a un altre de costats 3,6 cm, 4,2 cm i 54 mm, respectivament, si la raó de semblança és $\frac{2}{5}$?

77 Els costats que formen l'angle recte d'un triangle rectangle i isòceles mesuren 4 cm. Troba els costats d'un altre triangle amb raó de semblança respecte d'aquest de $\frac{5}{8}$.

78 Calcula les dimensions d'un rectangle de diagonal igual a 7,5 cm que és semblant a un altre rectangle els costats del qual fan 3,6 cm i 4,8 cm.

79 A partir d'aquest pentàgon construeix-ne un altre que sigui 3 vegades més gran.

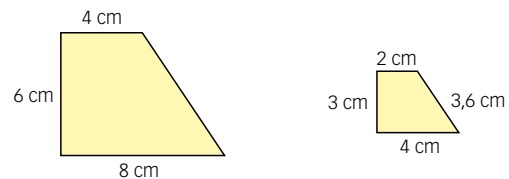


80 Dibuixa un hexàgon regular de 3 cm de costat. Troba gràficament un hexàgon semblant a l'anterior amb raó de semblança del segon respecte del primer de $\frac{7}{4}$.

SABER FER

Conèixer la relació que hi ha entre el perímetre i l'àrea de dues figures semblants

81 Calcula el perímetre i l'àrea d'aquests dos trapezis semblants:



Si dos polígons són semblants, es compleix que:

- Els perímetres són proporcionals amb raó r .
- Les àrees són proporcionals amb raó r^2 .

PRIMER. Calculem la raó de semblança del primer polígon respecte del segon.

$$\frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = 2 \leftarrow \text{Raó de semblança}$$

SEGON. Obtenim el perímetre i l'àrea del segon polígon.

$$P = 3 + 4 + 2 + 3,6 = 12,6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(4 + 2) \cdot 3}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

TERCER. Multipliquem aquests resultats per la raó i pel quadrat de la raó, i obtenim el perímetre i l'àrea del primer polígon, respectivament.

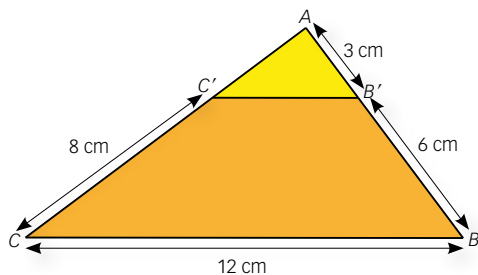
$$P = 12,6 \cdot r = 12,6 \cdot 2 = 25,2 \text{ cm}$$

$$A = 9 \cdot r^2 = 9 \cdot 2^2 = 36 \text{ cm}^2$$

82 Els costats d'un triangle mesuren 8 cm, 5 cm i 7 cm. Troba les mides d'un altre triangle semblant el perímetre del qual mesura 60 cm.

ACTIVITATS FINALS

83 Observa la figura i calcula.



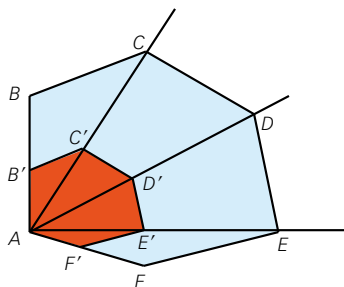
- La raó de semblança del triangle \widehat{ABC} respecte del $\widehat{A'B'C'}$.
- Els valors de les àrees de cada triangle i la raó de semblança que mantenen.
- Els valors dels perímetres de cada triangle i la raó de semblança que hi ha.

84 La superfície d'un pentàgon regular és 4 vegades més gran que la d'un altre pentàgon semblant. Si el costat del pentàgon més petit mesura 3 cm, quant mesura el perímetre del més gran?

85 Dos costats homòlegs de dos polígons semblants mesuren 4 dm i 6 dm. L'àrea del primer és 170 cm^2 . Calcula l'àrea del segon.

86 Dos polígons P i P' són semblants. L'àrea de P és 150 cm^2 i l'àrea de P' és 600 cm^2 . Si el perímetre de P és 80 cm, quin és el perímetre de P' ?

87 Els polígons de la figura són semblants i la raó de semblança és $\frac{3}{7}$. Si l'àrea de l'hexàgon petit és 288 cm^2 , calcula l'àrea de l'hexàgon gran.

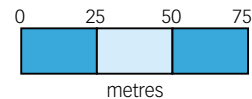


Escales

88 A la fotografia d'un paisatge en Martí fa 2,5 cm d'alçada. Si l'alçada d'en Martí és d'1,75 m, respon:

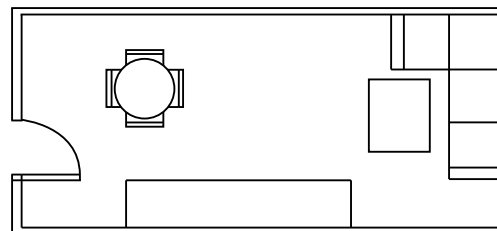
- A quina escala està feta la foto?
- Si a la mateixa fotografia hi ha un edifici que mesura 15 cm d'alçada, quant mesura a la realitat?
- Si al costat d'en Martí hi havia un arbre de 7 m, quina alçada té a la foto?

89 En un plànol d'una població hi ha aquesta escala gràfica:



Calcula la distància real entre l'escola i l'ajuntament, si al plànol estan a una distància de 30,5 cm.

90 El plànol següent representa el menjador d'una casa.



1:75

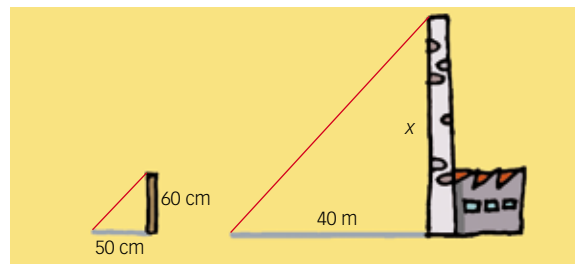
- Calcula'n la llargada i l'amplada.
- Esbrina quina distància hi ha de la taula al sofà.

91 Dibuixa un camp de futbol a escala 1:400, amb aquestes característiques:

- Fa 80 m de llargada i 60 m d'amplada.
- El cercle central mesura 19 m de diàmetre.
- Els dos rectangles de les bandes mesuren 30 m de llargada per 15 m d'amplada.

Problemes de semblança

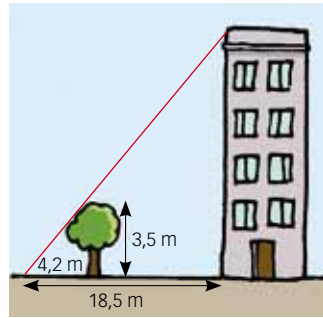
92 Per conèixer l'alçada d'una xemeneia, mesurem l'ombra que projecta, 40 m, i hi plantem al costat un llistó de 60 cm, que projecta una ombra de 50 cm. Quina és l'alçada de la xemeneia?



93 La Isabel fa 1,68 m d'alçada i fa una ombra de 95 cm. Quant mesura l'ombra d'en Miquel en aquest mateix moment si fa 1,75 m d'alçada?



- 94 **●●●** Calcula l'alçada d'un edifici que projecta una ombra de 18,5 m sabent que en el mateix moment un arbre de 3,5 m d'alçada projecta una ombra de 4,2 m.



- 95 **●●●** Un arbre de 12,6 m projecta una ombra de 5,4 m en el mateix moment en què un pal en projecta una de 45 cm. Quina alçada té el pal?
- 96 **●●●** A les 12 del matí, un pare que fa 1,80 m, projecta una ombra 2 m més llarga que la del seu fill. Troba l'alçada del fill si fa una ombra de 3 m.

- 97 **●●●** La Maria té una alçada de 170 cm mentre que la seva amiga Mireia mesura 10 cm menys. Si a les 12 del migdia l'ombra de la Maria fa 1,5 metres, quants centímetres menys deu mesurar l'ombra de la seva amiga al mateix instant?

- 98 **●●●** Per celebrar el seu aniversari, a la primavera la Laia planta un castanyer d'1,8 m d'alçada. En aquell moment projecta una ombra de 60 cm. L'any següent la Laia torna a veure l'arbre i s'adona que l'ombra ha crescut 20 cm. Quant ha crescut, llavors, el castanyer en un any?

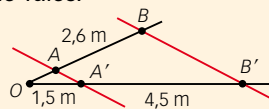
- 99 **●●●** En un determinat moment del dia, l'ombra d'un edifici mesura el mateix que la seva alçada. En quin angle estan incidint els raigs solars?

HAS DE SABER FER



Teorema de Tales

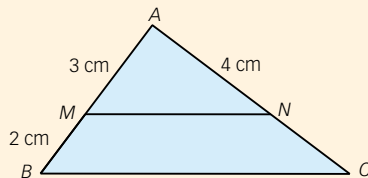
- 1 Calcula la longitud del segment OA aplicant el teorema de Tales.



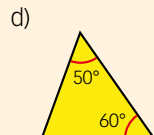
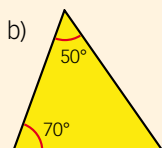
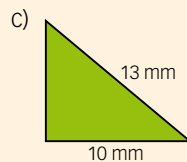
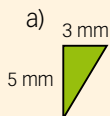
- 2 Dibuixa un segment de 6,5 cm i divideix-lo:
 a) En 3 parts iguals.
 b) En 2 parts tals que una sigui el triple de l'altra.

Semblança de triangles

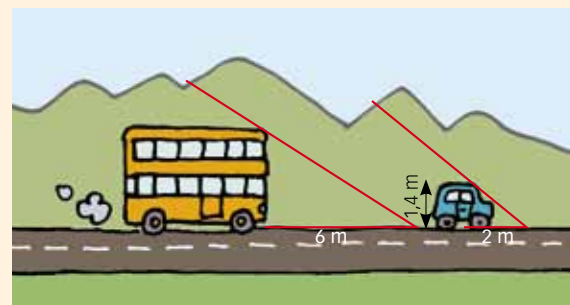
- 3 Explica per què aquests triangles estan en posició de Tales i calcula la longitud de NC.



- 4 Indica, en cada cas, si els parells de triangles són semblants. Explica per què.

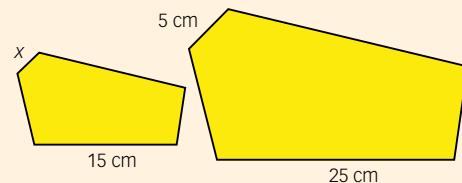


- 5 Determina l'alçada de l'autobús si la del cotxé és d'1,4 m.



Polígons semblants

- 6 Dibuixa dos quadrats semblants que tinguin la raó de semblança $r = 3$.
- 7 Calcula la longitud del costat desconegut, sabent que els dos pentàgons són semblants.



Escala

- 8 Calcula la distància real entre dues ciutats que en un mapa a escala 1:5.000.000 disten 6,5 cm.
- 9 Expressa mitjançant una escala gràfica l'escala 1:300.000.

En la vida quotidiana

100 En la natura, en l'art, en la nostra vida diària... trobem situacions on és present el nombre auri, la proporció àuria o proporció divina.

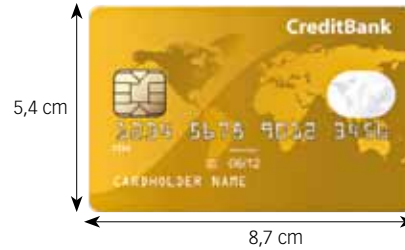
Comprova que en les situacions següents es compleix la proporció divina:

a) Relació entre el nombre de femelles i el nombre de mascles d'aquest rusc d'abelles

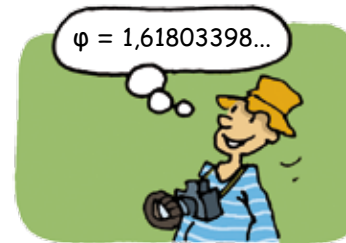


23.000 abellots i 37.000 abelles obreres

c) Dimensions d'una targeta de crèdit o d'un DNI

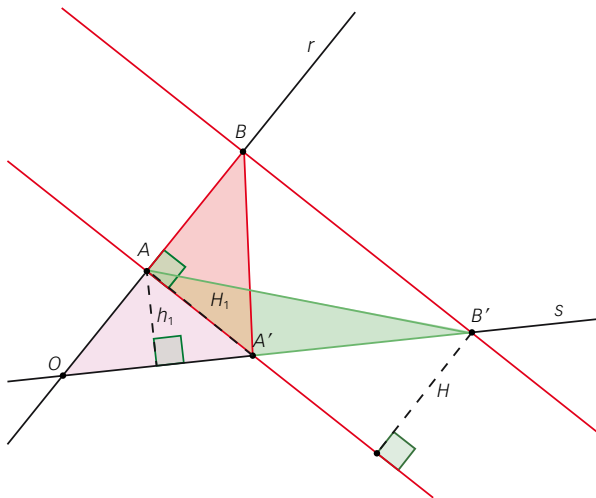


b) La proporció entre l'alçada i l'amplada de la façana del Partenó d'Atenes



Formes de pensar. Raonament matemàtic

101 El teorema de Tales es pot demostrar gràficament a partir de dues rectes secants r i s que són tallades per dues rectes paral·leles i els triangles que se'n formen.



1. El triangle vermell $\widehat{AA'B}$ i el triangle verd $\widehat{AA'B'}$ tenen la mateixa àrea perquè comparteixen el costat AA' i una altura H .

$$\left. \begin{aligned} A_{\text{triangle vermell}} &= \frac{AB \cdot H_1}{2} \\ A_{\text{triangle verd}} &= \frac{A'B' \cdot h_1}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{AB \cdot H_1}{2} = \frac{A'B' \cdot h_1}{2} \rightarrow \frac{h_1}{H_1} = \frac{AB}{A'B'}$$

2. D'altra banda, podem expressar l'àrea del triangle morat segons la base que es tingui en compte de diverses maneres:

$$\left. \begin{aligned} A_{\text{triangle morat}} &= \frac{OA' \cdot h_1}{2} \\ A_{\text{triangle morat}} &= \frac{OA \cdot H_1}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{OA' \cdot h_1}{2} = \frac{OA \cdot H_1}{2} \rightarrow \frac{h_1}{H_1} = \frac{OA}{OA'}$$

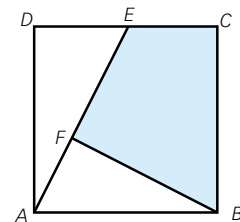
3. Així doncs:

$$\left. \begin{aligned} \frac{h_1}{H_1} &= \frac{AB}{A'B'} \\ \frac{h_1}{H_1} &= \frac{OA}{OA'} \end{aligned} \right\} \frac{AB}{A'B'} = \frac{OA}{OA'}$$

Pren les mesures que necessitis a la imatge de l'esquerra i comprova numèricament la demostració del teorema de Tales.

102 Calcula l'àrea de la zona acolorida, sabent que:

- El quadrat fa 2 cm de costat.
- El punt E és el punt mitjà del costat DC .
- L'angle F és recte.





PROJECTE FINAL. Aprenentatge cooperatiu

OBJECTIU: Mesurar l'alçada d'un edifici de la localitat

Un cop formats els grups, seguiu el procés següent:

1a Fase

- Feu una llista de diversos edificis de la vostra localitat: ajuntament, centres educatius, cinema, edifici on viviu...
- Escolliu un dels edificis per mesurar-ne l'alçada i penseu com ho podeu fer a partir de l'ombra que projecta.

2a Fase

- Decidiu els passos que haureu de seguir per esbrinar l'alçada de l'edifici: mesurar l'ombra de l'edifici a una hora determinada, establir un objecte de referència i mesurar-ne l'alçada i l'ombra, anotar les dades obtingudes... Feu fotografies o vídeos dels diferents passos.
- Feu els càlculs necessaris amb les dades que heu recollit per conèixer l'alçada de l'edifici. Reflexioneu sobre els resultats obtinguts i les possibles fonts d'error instrumental.

3a Fase

- Poseu en comú l'edifici triat i els resultats obtinguts.
- Elaboreu una presentació multimèdia que exposi els passos que heu seguit i el resultat final. Adjunteu-hi les fotografies i vídeos que heu fet.



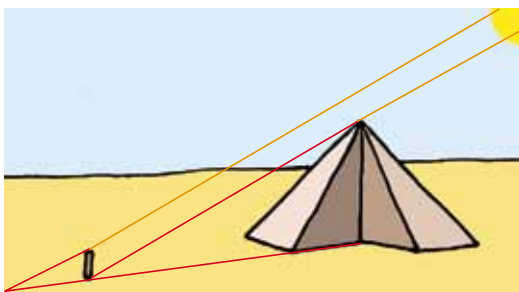
Proves PISA

Tales de Milet

- 103** Diu la llegenda que el grec Tales de Milet (625 aC - 546 aC) va mesurar l'alçada de la piràmide de Keops amb un mètode molt senzill:

Va observar que l'ombra que projectava la piràmide era de 85 m des de la base i va col·locar el seu bastó d'1,46 m en el punt on acabava l'ombra. Llavors va mesurar l'ombra que projectava el bastó, que era de 2 m.

Calcula l'alçada que té la piràmide de Keops sabent que té una base quadrada de 230 m de costat.

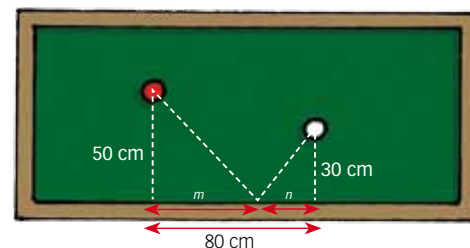


(Activitat model)

Billar francès a tres bandes

- 104** El joc del billar francès es tracta de colpejar una bola perquè xoqui amb les altres dues boles i fer el que s'anomena *carambola*. Per augmentar-ne la dificultat la bola colpejada inicialment ha de tocar com a mínim tres vegades amb alguna de les bandes abans de tocar la segona bola.

Matemàticament es pot conèixer on hem de colpejar la bola perquè reboti amb les parets i xoqui contra una altra. Observa:



A quina distància hem de colpejar perquè la bola blanca xoqui contra la vermella?

(Activitat model)