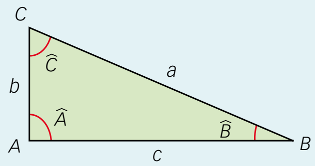
## CLAUS PER COMENÇAR

### Els triangles

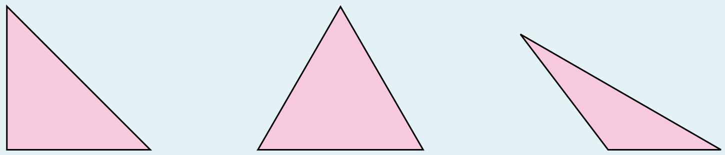
- Un **triangle** $\widehat{ABC}$ és un polígon de tres costats $a$, $b$ i $c$, que també té tres angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ i $\widehat{C}$, i tres vèrtexs, $A$, $B$ i $C$.




- Els triangles, segons els angles poden ser **rectangles**, si tenen un angle recte, **acutangles** si els tres angles són aguts, i **obtusangles** si tenen un angle obtús.

#### EXEMPLE

Triangle rectangle | Triangle acutangle | Triangle obtusangle



#### ACTIVITATS

**1** Indica quins d'aquests triangles es poden dibuixar i fes-ho a la llibreta.

a) Un triangle amb tres angles aguts

b) Un triangle amb dos angles rectes

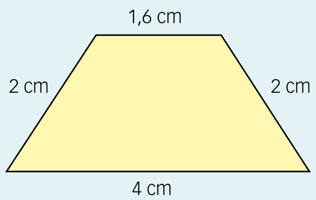
c) Un triangle amb un angle de 90º i un angle obtús

d) Un triangle amb un angle obtús

### Càlcul del perímetre d'un polígon

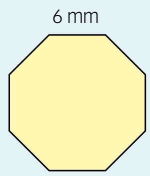
- Per calcular el perímetre d'un **polígon irregular** sumem les longituds dels costats.
- Si el costat d'un **polígon regular** de $n$ costats és $c$, llavors el seu perímetre serà: $P = n \cdot c$.

#### EXEMPLE




$P = 4 + 2 + 1{,}6 + 2$

$P = 9{,}6$ cm




$P = 8 \cdot 6$

$P = 48$ mm

#### ACTIVITATS

**2** Calcula el perímetre.

a) D'un enneàgon regular de 5,5 cm de costat

b) D'un rectangle de 5 cm de base i 2,5 cm d'altura

**3** Quant fa cadascun dels costats d'un pentàgon regular si el perímetre és 50 dm?



**Final del segle XIX**

**Amelia Mary Earhart** va néixer a l'estat de Kansas (Estats Units) el 24 de juliol de 1897. Va ser una aviadora nord-americana molt reconeguda de principi del segle XX.

# Figures planes

5

**SABER**

- Teorema de Pitàgores
- Àrea dels polígons
- Angles en els polígons
- Mosaics
- Circumferència i figures circulars
- Angles en la circumferència

**SABER FER**

- Resoldre problemes mitjançant el càlcul d'àrees
- Calcular l'àrea d'una figura per descomposició

## ? INTERPRETA LA IMATGE

**Amelia Earhart**

Al llarg de la seva vida, Amelia Earhart va aconseguir diversos rècords. El 17 de juny de 1928 va ser la primera dona que va completar un vol transatlàntic.

En la seva primera travessa de l'Atlàntic va recórrer 60° de latitud.

Si el radi de la terra en aquesta latitud és d'aproximadament 4.100 km, calcula:

- La longitud que va recórrer.
- La velocitat mitjana, si va tardar unes 21 hores.

**1922**

Va aconseguir el seu primer rècord i va volar a 14.000 peus (4.267 m) d'altitud amb un prototip de l'aeroplà *Kinner*. Un any més tard va ser la 16a dona que obtenia la llicència de pilot de la Federació Aeronàutica Internacional.

**1928**

Juntament amb el pilot Wilmer Stultz i el mecànic Louis Gordon, va travessar l'Atlàntic, de Trepassey Bay (Nova Escòcia) a Barry Port (País de Gal·les), en 21 hores.

**1932**

Emprengué travessies en solitari. Va travessar l'Atlàntic per segona vegada, i també va travessar el Pacífic, des de Honolulu fins a Oakland; va ser el primer vol individual del qual hi ha registre. També va anar de la costa oest dels Estats Units a la costa est.

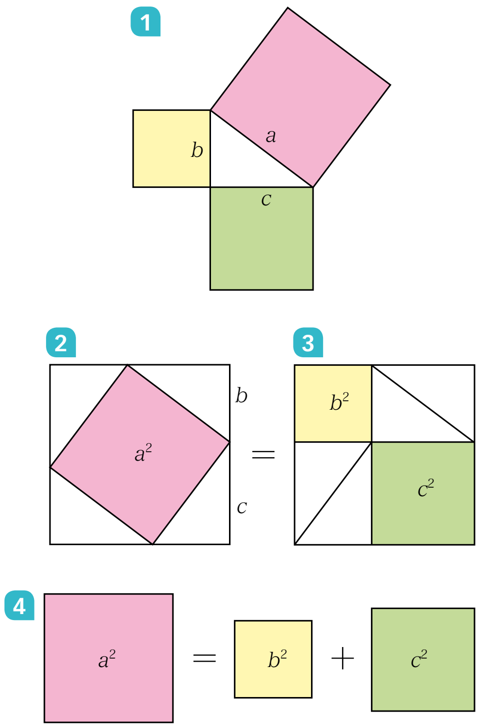
**1937**

Earhart va intentar fer la volta al món, en un aparell proveït de dos motors Wasp. Va iniciar el viatge a Miami i, després de diverses parades es van aturar en una illa d'Indonèsia per fer reparacions, i es va contagiar de disenteria. Va reprendre el viatge cap a Austràlia i finalment desaparegué a l'oceà Pacífic.

# 1 Teorema de Pitàgores

El **teorema de Pitàgores** estableix que en un triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa, *a*, és igual a la suma dels quadrats dels catets, *b* i *c*.

$$a^2 = b^2 + c^2$$




El teorema de Pitàgores permet calcular la longitud d'un costat qualsevol d'un triangle rectangle, si coneixem les longituds dels altres costats.

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \qquad b = \sqrt{a^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

## 1.1. Demostració gràfica

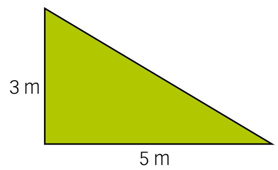
Podem **comprovar** el teorema de Pitàgores gràficament:

1. Utilitzem els costats d'un triangle rectangle i construïm tres quadrats que tenen els costats iguals que els costats del triangle rectangle.
2. Al quadrat de costat *a*, hi afegim quatre triangles rectangles iguals fins que formem un altre quadrat.
3. Als quadrats de costats *b* i *c*, hi afegim quatre triangles rectangles fins que formem un quadrat.
4. Com que els quatre triangles rectangles de cada membre són idèntics, quan els eliminem la igualtat es manté.

Així doncs, l'àrea del quadrat construït sobre la hipotenusa del triangle és igual a la suma de les àrees dels quadrats construïts sobre els catets.

**EXEMPLE**

1. Troba la hipotenusa del triangle de la dreta.




$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b\,=\,3\;\; c\,=\,5} a^2 = 3^2 + 5^2$$
$$a^2 = 9 + 25 = 34$$
$$a = \sqrt{34} \approx 5{,}83 \text{ m}$$

## ACTIVITATS

**1** **PRACTICA.** Troba la hipotenusa d'un triangle rectangle amb els catets següents:

a) 15 cm i 8 cm

b) 12 cm i 35 cm

c) 7 mm i 12 mm

d) 5 dm i 10 dm

e) 2,5 mm i 3,3 mm

**2** **APLICA.** Indica si els triangles següents són rectangles o no, a partir de les mesures dels costats:

a) $a = 10$, $b = 6$ i $c = 8$

b) $a = 12$, $b = 10$ i $c = 9$

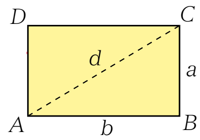
**3** **REFLEXIONA.** Com calcularies la longitud d'un costat qualsevol d'un triangle rectangle si en coneixes la longitud d'un costat i de la hipotenusa?

# 2 Aplicacions del teorema de Pitàgores

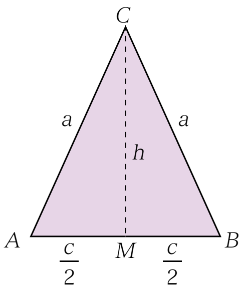
## 2.1. Diagonal d'un rectangle

El triangle $\widehat{ABC}$ és rectangle, amb hipotenusa la diagonal, i catets, els costats del rectangle. Per tant, es verifica que:

$$d^2 = a^2 + b^2 \rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2}$$




## 2.2. Altura d'un triangle isòsceles




En un triangle isòsceles, l'altura, sobre el costat desigual, el talla pel punt mitjà.

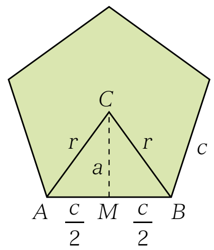
Els triangles $\widehat{AMC}$ i $\widehat{MBC}$ són rectangles. Així doncs:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 \rightarrow h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$

## 2.3. Apotema d'un polígon regular

El triangle $\widehat{MBC}$ és rectangle, la seva hipotenusa és el radi del polígon regular i els catets són l'apotema i la meitat del costat. Així doncs, es verifica que:

$$r^2 = a^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{r^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$

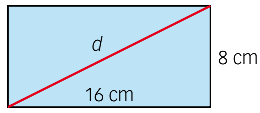




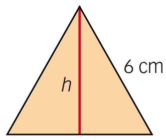
**EXEMPLE**

2. Determina la mesura desconeguda dels polígons de la dreta.
   a) Diagonal del rectangle: $d^2 = 16^2 + 8^2 \rightarrow d = \sqrt{16^2 + 8^2} = 17{,}89$ cm
   b) Altura del triangle: Si el triangle és equilàter, compleix les condicions del triangle isòsceles.
   $$6^2 = h^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 \rightarrow h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2 \text{ cm}$$
   c) Apotema de l'hexàgon regular:
   $$4^2 = a^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46 \text{ cm}$$

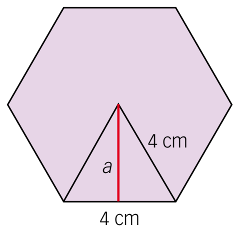
a)




b)




c)




## ACTIVITATS

**4** **PRACTICA.** Calcula.
   a) L'altura d'un triangle isòsceles que té els costats iguals, de 8 cm, i la base de 6 cm.
   b) La diagonal d'un rectangle de 3 cm d'amplada i 5 cm de llargada.
   c) L'apotema d'un hexàgon regular de 6 cm de costat.

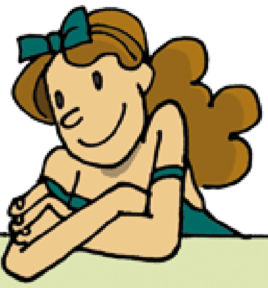
**5** **APLICA.** Què és més llarg, la diagonal d'un quadrat de 3 cm de costat o l'altura d'un triangle equilàter de 4 cm de costat?

**6** **REFLEXIONA.** Calcula el costat d'un hexàgon regular de 20 mm d'apotema. Quin serà el seu perímetre?

# 3 Àrea dels polígons

### HO ESCRIVIM AIXÍ

$A$ = àrea
$a$ = costat
$b$ = costat o base
$c$ = costat
$d$ = diagonal menor
$D$ = diagonal major
$h$ = altura



Les diagonals $D$ i $d$ d'un rombe són perpendiculars i es tallen al punt mitjà. Divideixen el rombe en quatre triangles rectangles iguals.

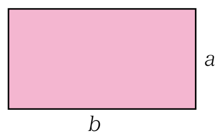
### T'HI ATREVEIXES?

Si en un rombe les diagonals són 12 cm i 9 cm, quant fa el costat?

L'**àrea** d'una figura és la mesura de la seva superfície.

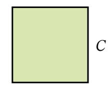
## 3.1. Àrea dels paral·lelograms

Àrea del rectangle



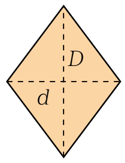

$$A = b \cdot a$$

Àrea del quadrat



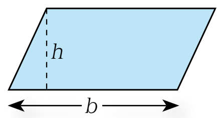

$$A = c \cdot c = c^2$$

Àrea del rombe




$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

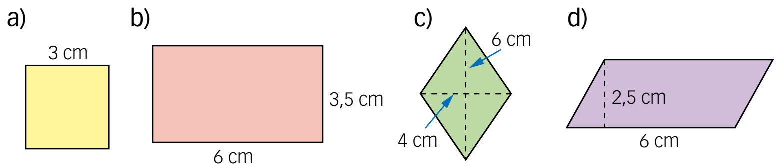
Àrea del romboide




$$A = b \cdot h$$

### EXEMPLE

**3.** Determina l'àrea d'aquests polígons:




a) $A_{\text{quadrat}} = c^2 \xrightarrow{c\,=\,3\text{ cm}} A = 3^2 = 9\text{ cm}^2$

b) $A_{\text{rectangle}} = b \cdot a \xrightarrow{b\,=\,6\text{ cm}\quad a\,=\,3{,}5\text{ cm}} A = 6 \cdot 3{,}5 = 21\text{ cm}^2$

c) $A_{\text{rombe}} = \dfrac{D \cdot d}{2} \xrightarrow{D\,=\,6\text{ cm}\quad d\,=\,4\text{ cm}} A = \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12\text{ cm}^2$

d) $A_{\text{romboide}} = b \cdot h \xrightarrow{b\,=\,6\text{ cm}\quad h\,=\,2{,}5\text{ cm}} A = 6 \cdot 2{,}5 = 15\text{ cm}^2$

## ACTIVITATS

**7** PRACTICA. Calcula l'àrea d'aquests polígons:

a) Un rectangle de 3,6 cm d'altura, i d'amplada fa el doble que l'altura.

b) Un rombe de 2,5 cm de diagonal menor i 3,04 cm de diagonal major.

c) Un quadrat de 10 cm de perímetre.

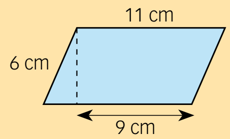
d) Un romboide de 25 mm de base i el triple d'altura.

**8** APLICA. La diagonal d'un quadrat és 4 cm.

a) Quant mesura el costat?

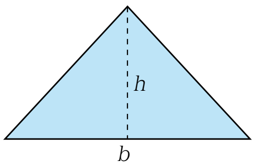
b) Quina àrea té?

**9** REFLEXIONA. Determina el perímetre i l'àrea del romboide de la dreta.



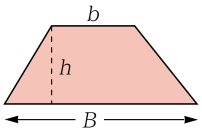
## 3.2. Àrea del triangle i del trapezi

**Àrea del triangle**




$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

**Àrea del trapezi**




$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

**HO ESCRIVIM AIXÍ**

$b$ = costat o base menor

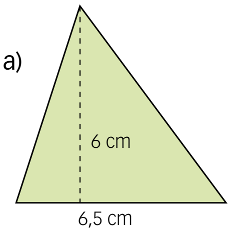
$B$ = base major

$h$ = altura

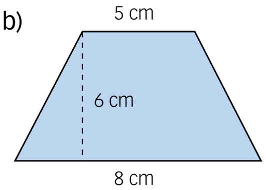
**EXEMPLE**

4. Troba l'àrea d'aquests polígons:

a)



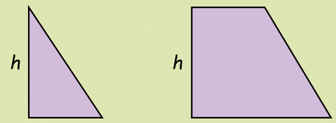

b)




a) $A_{\text{triangle}} = \dfrac{b \cdot h}{2} \xrightarrow{b\,=\,6{,}5\text{ cm}\;\; h\,=\,6\text{ cm}} A = \dfrac{6{,}5 \cdot 6}{2} = 19{,}5\text{ cm}^2$

b) $A_{\text{trapezi}} = \dfrac{(B+b) \cdot h}{2} \xrightarrow{B\,=\,8\text{ cm}\;\; b\,=\,5\text{ cm}\;\; h\,=\,6\text{ cm}} A = \dfrac{(8+5) \cdot 6}{2} = 39\text{ cm}^2$

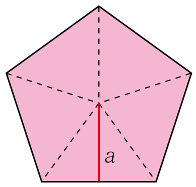
Als triangles rectangles i als trapezis rectangles, l'altura coincideix amb un dels costats.




## 3.3. Àrea d'un polígon regular

L'àrea d'un polígon regular d'apotema *a* és:

$$A = \frac{\text{Perímetre} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$$




**EXEMPLE**

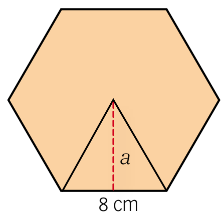
5. Calcula l'àrea de l'hexàgon de la dreta.

Primer, calculem el perímetre, $P$, de l'hexàgon i trobem l'apotema, $a$, utilitzant el teorema de Pitàgores.

$P = 6 \cdot 8 = 48$ cm $\qquad a = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6{,}93$ cm

Després, calculem l'àrea de l'hexàgon:

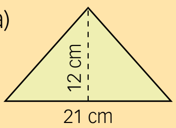
$A_{\text{hexàgon}} = \dfrac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P\,=\,48\text{ cm}\;\; a\,=\,6{,}93\text{ cm}} A = \dfrac{48 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32\text{ cm}^2$



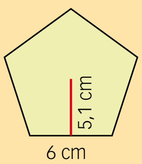

### ACTIVITATS

**10** PRACTICA. Calcula l'àrea d'aquests polígons:

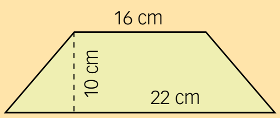
a)



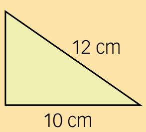

b)




c)



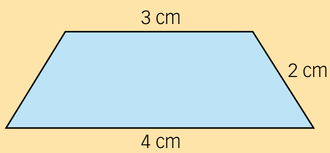

d)




**11** APLICA. Determina el costat d'un hexàgon regular d'àrea 374,04 cm² i apotema, 10,39 cm.

**12** APLICA. Troba l'àrea d'un triangle isòsceles que té els costats iguals, de 12 cm, i la base de 20 cm.

**13** REFLEXIONA. Calcula l'àrea del trapezi de la dreta.



**SABER FER**

## Resoldre problemes mitjançant el càlcul d'àrees

**Resol els problemes següents:**

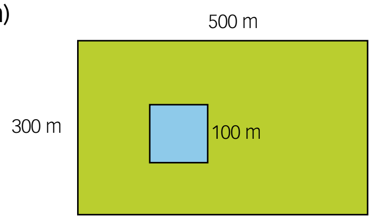
**a)** **En un parc rectangular, de 500 m de llargada i 300 m d'amplada, es vol construir un llac de forma quadrada de 100 m de costat. Quant de terreny li queda per plantar-hi gespa?**

**b)** **El terra d'una habitació té forma de trapezi isòsceles, les bases del qual fan 4,3 m i 3,4 m, i l'altura, 2 m. Quant haurem de pagar per polir el parquet de terra si el preu per metre quadrat és de 17,5 €?**

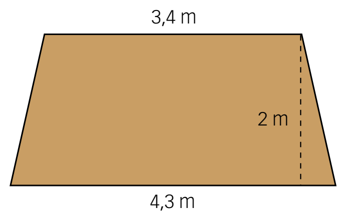
### Passos que cal seguir

**1.** Analitzem el problema i el representem gràficament. Identifiquem les dades conegudes i les anotem.

a)




b)




**2.** Determinem les àrees necessàries per resoldre el problema aplicant-hi les fórmules corresponents.

a) Trobem l'àrea del terreny i del llac:

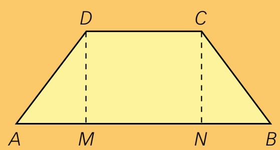
$A_{terreny} = 500 \cdot 300 = 150.000 \text{ m}^2$

$A_{llac} = 100^2 = 10.000 \text{ m}^2$

b) Determinem l'àrea de terra:

$$A_{terra} = \left(\frac{4,3 + 3,4}{2}\right) \cdot 2 = 7,7 \text{ m}^2$$

En un trapezi isòsceles, la longitud de *AM* coincideix amb la de *NB*.




**3.** Calculem les operacions necessàries per resoldre el problema i n'interpretem el resultat.

a) Calculem el terreny que queda per plantar gespa:

$150.000 - 10.000 = 140.000$

El terreny per plantar gespa serà de 140.000 m$^2$.

b) Trobem el preu total:

$7,7 \times 17,5 = 134,75$

Polir el parquet costarà 134,75 €.

## ACTIVITATS

**14** En una granja tenen una zona de cultius en forma de triangle equilàter, el costat del qual fa 15 m. Si per a cada metre quadrat necessiten 0,5 kg d'adob, quant adob els cal per a tota la zona de cultius?

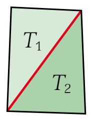
**15** Les parets i el sostre de l'habitació de l'Adriana tenen una àrea de 94 m$^2$. Si el terra és un rectangle de 7 m de llargada i 4 m d'amplada, quina altura té l'habitació?

**16** Sobre cada costat d'un triangle equilàter de 10 cm de costat, hi afegim un quadrat amb el mateix costat. Quina àrea té el polígon format?

**17** En cada costat d'un quadrat de 20 cm de costat, hi afegim un triangle rectangle isòsceles que té per hipotenusa el costat del quadrat, de manera que coincideixen hipotenusa i costat. Quina és l'àrea de la figura que hem format?

# 4 Angles en els polígons

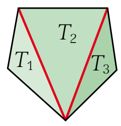
Com que la suma dels angles interiors d'un triangle és de 180°, per calcular la suma dels angles interiors d'un polígon el dividim en triangles. Per fer-ho dibuixem totes les diagonals des d'un dels vèrtexs.




4 costats

2 triangles

Suma $= 2 \cdot 180° = 360°$




5 costats

3 triangles

Suma $= 3 \cdot 180° = 540°$

Si un polígon té $n$ costats, la **suma dels seus angles interiors** és $180° \cdot (n - 2)$.

## 4.1. Angles d'un polígon regular

Els **angles interiors** d'un polígon regular mesuren $\dfrac{180° \cdot (n-2)}{n}$.

L'amplitud de l'**angle central** d'un polígon regular de $n$ costats és: $\dfrac{360°}{n}$.

**EXEMPLE**

6. Troba la suma dels angles interiors d'un octàgon regular. Calcula'n també la mida d'un angle interior i la mida de l'angle central.

La suma dels angles interiors d'un octàgon qualsevol és:

$$180° \cdot (n - 2) = 180° \cdot (8 - 2) = 1.080°$$

Cada angle interior fa:

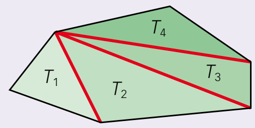
$$\frac{180° \cdot (n-2)}{n} = \frac{1.080°}{8} = 135°.$$

La mida de l'angle central és:

$$\frac{360°}{n} = \frac{360°}{8} = 45°.$$

**NO TE N'OBLIDIS**

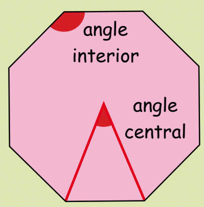
Un polígon de $n$ costats es divideix en $(n - 2)$ triangles.




Un hexàgon (6 costats) es divideix en $6 - 2 = 4$ triangles.

Els **angles interiors** d'un polígon són els que tenen per costats dos costats contigus del polígon.

L'**angle central** d'un polígon regular és el que formen dos radis consecutius.




## ACTIVITATS

**18** **PRACTICA.** Calcula.

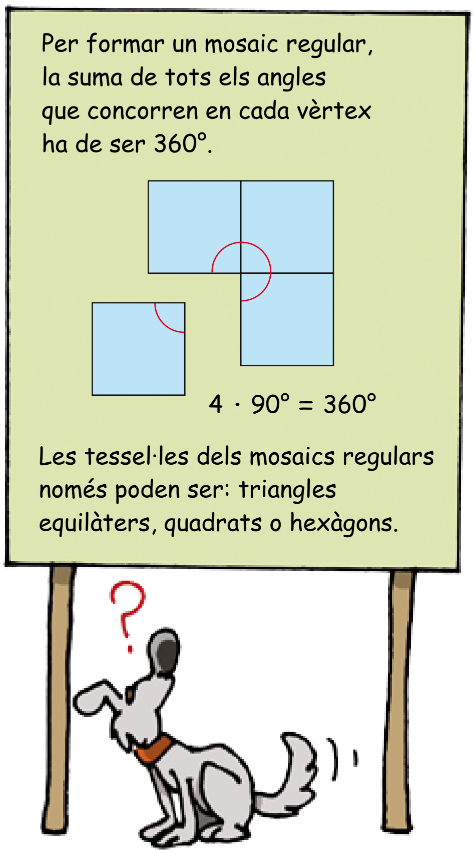
a) La suma dels angles interiors d'un hexàgon regular.

b) L'amplitud de l'angle interior i de l'angle central d'un enneàgon regular.

**19** **APLICA.** Si l'amplitud d'un angle central d'un polígon regular és de 36°, quants costats té?

**20** **REFLEXIONA.** Per què no podem aplicar la fórmula per trobar l'angle central a un polígon irregular?

# 5 Els mosaics




Un **mosaic** és el recobriment del pla mitjançant figures planes anomenades **tessel·les** que no poden **deixar espais buits** ni **superposar-se** entre si.

**EXEMPLE**

**7.** Observa aquests mosaics i descriu-los:

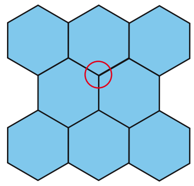
La distribució de les tessel·les del primer mosaic no segueix cap patró definit. En canvi en el segon i el tercer mosaics les tessel·les es van repetint seguint una pauta.

## 5.1. Mosaics regulars

Els **mosaics regulars** es formen fent servir com a tessel·les només polígons regulars iguals entre si.

**EXEMPLE**

**8.** Comprova que la suma dels angles que concorren en cada vèrtex d'aquest mosaic regular és 360°.



- En cada vèrtex concorren 3 hexàgons regulars.
- Cada angle interior d'un hexàgon regular mesura:

$$\frac{180° \cdot 4}{6} = 120°$$

Per tant, els tres angles que concorren en cada vèrtex sumen $3 \cdot 120° = 360°$.

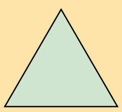
**RECORDA**

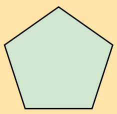
Per calcular el valor d'un angle interior en un polígon regular:

$$\frac{180° \cdot (n - 2)}{n}$$

## ACTIVITATS

**21** **PRACTICA.** Determina, en cada cas, quant mesura l'angle interior del polígon i indica si poden formar un mosaic regular.

a) 

b) 

**22** **APLICA.** Explica per què no és possible obtenir un mosaic regular a partir d'octàgons.

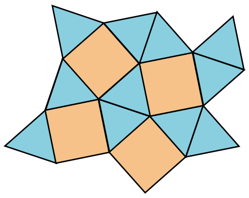
**23** **REFLEXIONA.** Per què les tessel·les dels mosaics regulars només poden ser tres polígons regulars concrets?

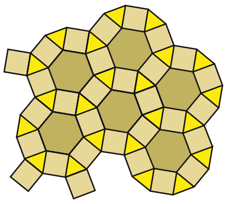
## 5.2. Mosaics semiregulars

Els **mosaics semiregulars** es formen fent servir dos o més tipus de polígons regulars, de manera que al voltant de cada vèrtex hi ha sempre els mateixos polígons i en el mateix ordre.

**EXEMPLE**

**9.** Comprova que els angles dels polígons que concorren en cada vèrtex dels mosaics semiregulars següents sumen 360°:

a) 

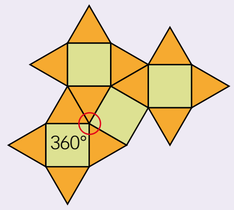
b) 

a) En cada vèrtex concorren 3 triangles equilàters i 2 quadrats.
Es compleix que $3 \cdot 60° + 2 \cdot 90° = 360°$.

b) En cada vèrtex concorren 1 hexàgon, 2 quadrats i 1 triangle equilàter.
Es compleix que: $120° + 2 \cdot 90° + 60° = 360°$.

**NO TE N'OBLIDIS**

En un mosaic semiregular la suma de tots els angles que concorren en cada vèrtex també ha de ser 360°.




## 5.3. Obtenció de mosaics

Si unim tessel·les obtingudes a partir de la transformació de polígons regulars, sense variar-ne les dimensions ni l'àrea, obtindrem mosaics nous. La tessel·la transformada serà la **figura bàsica** del mosaic nou.

**EXEMPLE**

**10.** Transforma un quadrat per obtenir una tessel·la que permeti formar un mosaic nou.

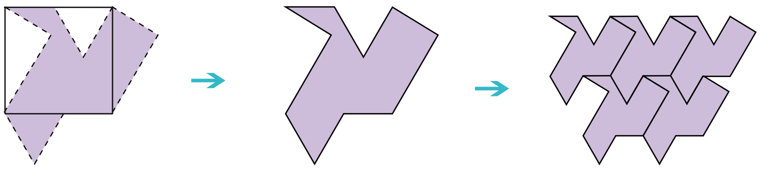
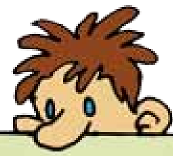
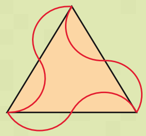


Figura bàsica

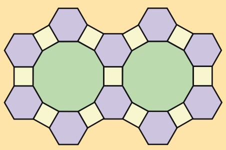


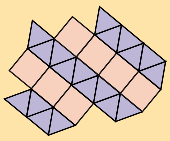
El mosaic andalusí de la fotografia s'ha obtingut a partir de la transformació d'un triangle:



### ACTIVITATS

**24** **PRACTICA.** Indica, en cada mosaic, quins polígons concorren en un vèrtex. Comprova que els angles que hi concorren sumen 360°.

a) 

b) 

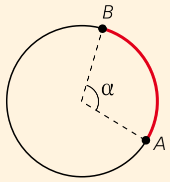
**25** **APLICA.** Dibuixa la figura bàsica que s'ha fet servir per generar aquest mosaic a partir d'un quadrat.

**26** **REFLEXIONA.** Pots construir un mosaic semiregular a partir de dos octàgons i un quadrat?

# 6 Circumferència i figures circulars

**RECORDA**

- Una circumferència completa fa 360°.
- Un **arc** és la part de la circumferència inclosa entre dos dels seus punts.




## 6.1. Longitud d'una circumferència i d'un arc

- La **longitud d'una circumferència** de radi $r$ és: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$
- En una circumferència de radi $r$, la **longitud d'un arc** de α graus és:

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360}$$

**EXEMPLES**

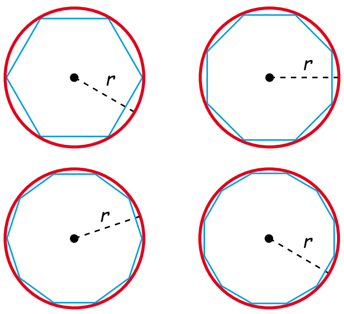
**11.** Determina la longitud d'una circumferència de 9 cm de diàmetre.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \xrightarrow{r\,=\,4{,}5\text{ cm}} L = 2 \cdot \pi \cdot 4{,}5 = 28{,}26 \text{ cm}$$

**12.** Troba la longitud d'arc que té un angle de 30° en una circumferència de 4,6 cm de radi.

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360} \xrightarrow{r\,=\,4{,}6\text{ cm}\ \ \alpha\,=\,30°} L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4{,}6 \cdot 30}{360} = 2{,}41 \text{ cm}$$

## 6.2. Àrea del cercle




Un cercle podria ser un polígon regular de molts costats, en el qual el perímetre seria la longitud de la circumferència, i l'apotema, el radi. Així doncs:

$$A_{\text{cercle}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{\text{longitud} \cdot \text{radi}}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot \pi \cdot r \cdot r}{\cancel{2}} = \pi \cdot r^2$$

L'**àrea d'un cercle** de radi $r$ és: $A = \pi \cdot r^2$

**EXEMPLE**

**13.** Determina l'àrea d'un cercle de 9 cm de radi.

$$A = \pi \cdot r^2 \xrightarrow{r\,=\,9} A = \pi \cdot 9^2 = 254{,}34 \text{ cm}^2$$

## ACTIVITATS

**27** PRACTICA. Determina la longitud d'una circumferència de:

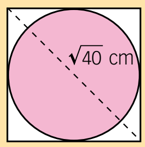
a) 7,5 cm de radi b) 8,6 dm de diàmetre

**28** PRACTICA. Quina longitud d'arc té un angle de 120° en una circumferència de 5,3 cm de diàmetre?

**29** PRACTICA. Troba l'àrea d'un cercle de:

a) 6,4 m de diàmetre b) 0,9 cm de radi

**30** APLICA. Quina és l'àrea d'un cercle inscrit en un quadrat de $\sqrt{40}$ cm de diagonal?

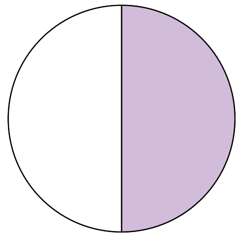



**31** REFLEXIONA. Si la longitud d'una roda de bicicleta és de 216 cm, quina longitud té la part continguda entre dos radis que formen un angle de 80°?

## 6.3. Àrea del semicercle, el sector circular i la corona circular

Un **semicercle** és cadascuna de les dues parts iguals en què un diàmetre divideix un cercle.

Semicercle

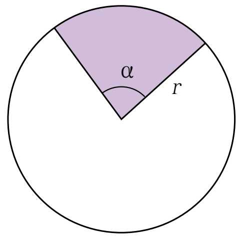


L'**àrea d'un semicercle** de radi $r$ és:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$$

Un **sector circular** és la part del cercle continguda entre dos radis i l'arc que defineixen.

Sector circular

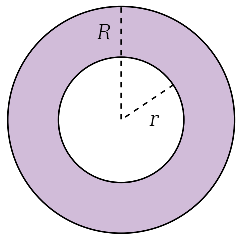



L'**àrea d'un sector circular** de radi $r$ i amplitud $\alpha$ és:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$$

Una **corona circular** és la part continguda entre dues circumferències que tenen el mateix centre. L'àrea l'obtenim restant l'àrea del cercle més gran menys la del més petit.

Corona circular

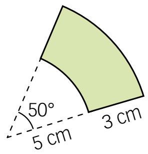



L'**àrea d'una corona circular** de radis $R$ i $r$ és:

$$A = (\pi \cdot R^2) - (\pi \cdot r^2) = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

**EXEMPLE**

**14.** Determina l'àrea de la regió de la zona verda de la figura de la dreta.




Calculem l'àrea dels sectors circulars dels dos cercles:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 50}{360} = 10{,}9 \text{ cm}^2 \qquad A_2 = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 50}{360} = 27{,}91 \text{ cm}^2$$

Restem les dues àrees obtingudes:

$$A = A_2 - A_1 = 27{,}91 - 10{,}9 = 17{,}01 \text{ cm}^2$$

**T'HI ATREVEIXES?**

Quin radi $r$ ha de tenir un semicercle per tenir el doble de l'àrea d'un altre semicercle de radi $R$?

## ACTIVITATS

**32** **PRACTICA.** Determina l'àrea:

a) D'un semicercle de diàmetre 12,4 cm.

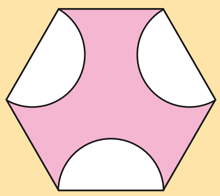
b) D'un sector circular de radi 8 cm i amplitud 130°.

c) D'una corona circular continguda entre dues circumferències de radis 50 mm i 20 mm.

d) D'un semicercle delimitat per una circumferència de 321,4 cm.

**33** **APLICA.** La Núria ha dividit una pizza de 12 cm de radi en 8 parts iguals. Calcula l'àrea de cada part.

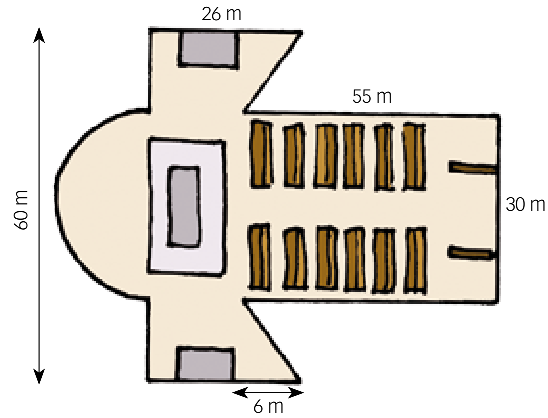
**34** **REFLEXIONA.** Calcula l'àrea de la zona pintada si el costat de l'hexàgon regular de la dreta mesura 7,6 cm.



**SABER FER**

## Calcular l'àrea d'una figura per descomposició

**Troba l'àrea de la planta d'aquest temple:**




### Passos que cal seguir

1. Descomponem la figura en altres figures, de les quals sabem calcular-ne l'àrea.

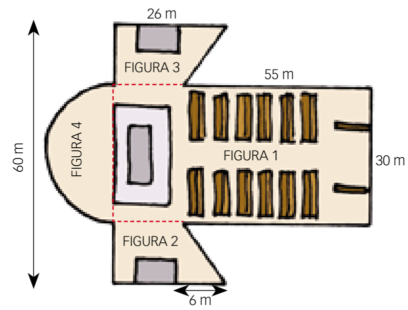



**Figura 1** → Rectangle de 55 m de llargada i 30 m d'amplada

**Figures 2 i 3** → Trapezi rectangle de base major 26 m, base menor 26 − 6 = 20 m i altura, $\frac{60-30}{2} = 15$ m

**Figura 4** → Semicercle de radi: $\frac{30}{2} = 15$ m

2. Calculem l'àrea de cada figura.

$$A_{\text{figura 1}} = a \cdot b = 30 \cdot 55 = 1.650 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{figura 2}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(26+20) \cdot 15}{2} = 345 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{figura 3}} = A_{\text{figura 2}} = 345 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{figura 4}} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 15^2}{2} = 353{,}25 \text{ m}^2$$

3. Sumem totes les àrees per obtenir l'àrea total.

$$A_{\text{total}} = A_{\text{figura 1}} + A_{\text{figura 2}} + A_{\text{figura 3}} + A_{\text{figura 4}}$$

$$A_{\text{total}} = 1.650 + 345 + 345 + 353{,}25 = 2.693{,}25 \text{ m}^2$$

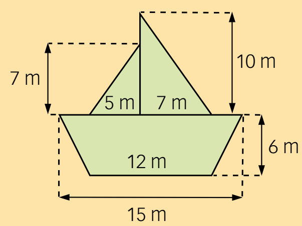
L'àrea d'un polígon irregular o d'una figura composta es pot calcular descomponent-la en altres figures, de les quals podem trobar-ne les àrees de manera més senzilla.

L'àrea total és la suma de l'àrea de totes les figures.

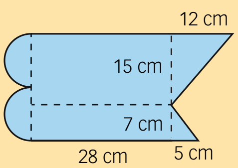
## ACTIVITATS

**35** Determina l'àrea d'aquestes figures:

a)

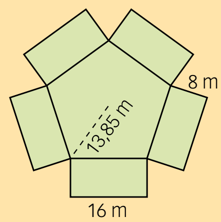



b)

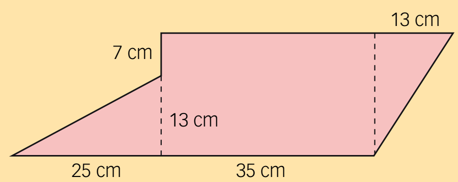



**36** Troba l'àrea de les figures següents:

a)




b)

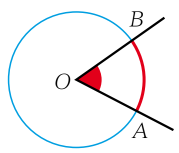


# 7 Angles en la circumferència

En una circumferència podem distingir diversos tipus d'angles:

### Angle central

És l'angle que té el vèrtex en el centre de la circumferència.

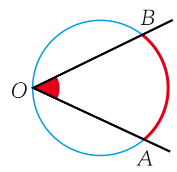



La seva mida és igual que la del seu arc.

$\overset{\frown}{AB}$

### Angle inscrit

És el que té el vèrtex en la circumferència i els costats són dues rectes secants.

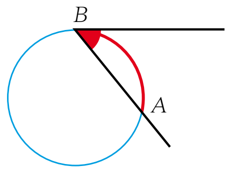



La seva mida és igual a la meitat del seu arc.

$\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

### Angle semiinscrit

És el que té el vèrtex en la circumferència, un dels costats és tangent i l'altre és secant.

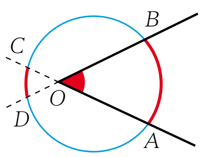



La seva mida és igual a la meitat del seu arc.

$\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

### Angle interior

És el que té el vèrtex en un punt interior de la circumferència.

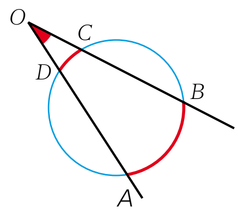



La seva mida és igual a la semisuma dels dos arcs que abasta.

$\dfrac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$

### Angle exterior

És el que té el vèrtex en un punt exterior i els costats són secants.

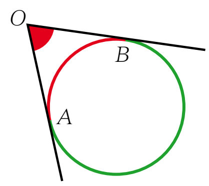



La seva mida és la semidiferència dels dos arcs que abasta.

$\dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$

### Angle circumscrit

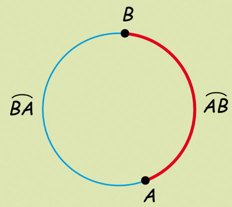
És el que té el vèrtex en un punt exterior i els costats són tangents.




La seva mida és la semidiferència dels dos arcs que abasta.

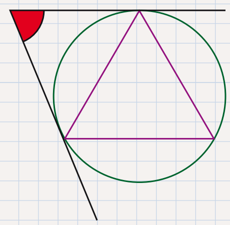
$\dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{BA}}{2}$

Els arcs es mesuren en sentit contrari al de les agulles del rellotge.




## T'HI ATREVEIXES?

Quant mesura l'angle marcat?



## ACTIVITATS

**37** **PRACTICA.** Determina.

a) L'angle inscrit en un circumferència que abasta un arc de 105°.

b) L'angle interior d'una circumferència que abasta dos arcs de 110° i 30°.

**38** **APLICA.** Dibuixa una circumferència de 8 cm de diàmetre i marca-hi dos angles exteriors. Determina'n la mida fent servir un transportador.

**39** **REFLEXIONA.** De quin tipus són els angles $\widehat{E}$ i $\widehat{F}$? Quant mesuren?