

TEMA 1 : Matrius

Activitats

1. Trobeu una matriu d'ordre 2×3 de forma que $a_{ij} = i + j$
2. Escriviu una matriu d'ordre 3×4
 - a) Trobeu la matriu oposada i la matriu transposada. Comproveu que la matriu oposada de la transposada és igual a la matriu transposada de l'oposada
 - b) Comproveu que $(A^t)^t = A$
3. Calculeu a, b, c, d i e per tal que sigui cert

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ a & 2 & 6 & 3 \\ -2 & 4 & 5 & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & c & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & d & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 10 & 5 \\ -1 & 0 & e & -2 \end{pmatrix}$$

Trobeu la diferència de les dues primeres matrius.

4. Donades les matrius A i B calcula tots els productes possibles:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Donada una matriu A:
 - a) Existeix una matriu B tal que $A \cdot B$ sigui una matriu fila? En cas afirmatiu, quin ordre tindrà B si A és una matriu $m \times n$?
 - b) Existeix una matriu B tal que $B \cdot A$ sigui una matriu fila? En cas afirmatiu, quin ordre tindrà B si A és una matriu $m \times n$?
6. Comproveu que A i B són matrius inverses:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -8 & -15 & 13 \\ 4 & 7 & -6 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Trobeu les matrius inverses de les matrius donades i comproveu els resultats

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Calculeu $A^{-1} - 2A$.

9. Demostreu que la matriu A té inversa per a qualsevol valor de a , i calcula aquesta inversa en funció de a .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1+a \\ 1 & a \end{pmatrix}$$

10. Sigui $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ calculeu A^{100}

11. Trobeu:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n \quad \text{b) } \begin{pmatrix} t & 1 \\ 0 & t \end{pmatrix}^n \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n$$

12. Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ trobeu A^n

13. Com ha de ser la matriu A per poder calcular A^n ?

14. Trobeu la matriu X

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} - 2X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

15. Trobeu una matriu X que verifiqui $X - B^2 = A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

16. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ resoleu:

- a) $2 \cdot X - 3 \cdot A = B$
 b) $(2 \cdot A - B)^t = 4 \cdot X$

17. Resoleu:

a)

$$\begin{cases} 3A + 2B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \\ 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix} \\ 3A + 2B = \begin{pmatrix} 11 & 25 & 0 \\ 20 & 10 & 35 \end{pmatrix} \end{cases}$$

18. El nombre de milers d'emigrants amb destinació a tres comunitats autònomes C_1 , C_2 i C_3 que provenen dels països A, B, C i D en els anys 2007 i 2008 venen donats per les matrius:

$$\begin{array}{c} \text{2007} \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{matrix} \end{array} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 6,1 & 11,3 \\ 1,2 & 0,2 & 3,4 & 0,8 \\ 0,2 & 1,6 & 4,0 & 0,6 \end{pmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{2008} \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{matrix} \end{array} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ \begin{pmatrix} 0,6 & 0,0 & 3,3 & 10,5 \\ 0,9 & 0,1 & 1,9 & 0,1 \\ 0,0 & 0,8 & 3,3 & 0,1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Trobeu la matriu que expressa el total de població rebuda a les diferents comunitats en 2007-2008.

19. Un empresari té la intenció de construir un cinema, una sala de festes o un pavelló d'esports a tres poblacions P_1 , P_2 i P_3 , segons les preferències dels habitants. Les aficions d'aquests (en percentatges) es reflexa a la matriu:

$$A = \begin{matrix} & C & B & E \\ P_1 & \left(\begin{matrix} 20 & 40 & 40 \end{matrix} \right) \\ P_2 & \left(\begin{matrix} 15 & 35 & 50 \end{matrix} \right) \\ P_3 & \left(\begin{matrix} 18 & 42 & 40 \end{matrix} \right) \end{matrix}$$

Si el nombre total d'habitants majors de 16 anys està donat per la matriu:

$$B = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 \\ & (72000 & 14500 & 39200) \end{matrix}$$

quin tipus d'espectacle tindrà potencialment major nombre de clients?

20. Una agència encarregada de la distribució i manteniment d'una marca de vehicles ha venut el nombre de vehicles que mostra la matriu A segons el tipus (turisme, utilitari o esportiu) i lloc de residència del comprador.

$$A = \begin{matrix} & T & U & E \\ \left(\begin{matrix} 715 & 1050 & 412 \\ 920 & 2130 & 112 \end{matrix} \right) & Rural \\ & & & Urbana \end{matrix}$$

Per tal de satisfer les necessitats de les reparacions més freqüents s'ha recollit informació sobre el nombre mig de tipus de peces de recanvi (manguitos, bombetes, corretges) que són necessàries, per any, per a cada tipus de vehicle.

$$B = \begin{matrix} & M & B & C \\ \left(\begin{matrix} 1,2 & 2,1 & 1,1 \\ 0,9 & 2,0 & 0,3 \\ 2,3 & 0,7 & 0,7 \end{matrix} \right) & Turisme \\ & & & Utilitari \\ & & & Esportiu \end{matrix}$$

Calculeu el nombre de peces de recanvi que cal tenir per tal de cobrir les comandes previsibles de recanvi.

21. En la matriu A d'ordre 2×2 l'element a_{ij} representa el nombre d'articles del tipus j comprats pel client i (i,j valen 1 o 2). Si la matriu fila $P = (p_1 \quad p_2)$, on p_j és el preu unitari del producte j, que representa la primera fila de la matriu $A \cdot (P)$?
22. Un comerciant de televisors en color té 5 aparells de 26 polzades, 8 de 20, 4 de 18 i 10 de 12. Els preus de cada un són, respectivament, 650, 550, 500, i 300 €.

Expresseu el preu total de la venda de les seves existències com una operació de matrius i calculeu el resultat.

23. Una fàbrica de mobles fabrica tres models de prestatgeries A, B i C, i fa dues mides de cada model, una gran i una petita. Diàriament produeix 1000 prestatgeries grans i 8000 prestatgeries petites del model A, 8000 grans i 6000 petites del model B, i 4000 grans i 6000 petites del model C. Cada prestatgeria gran porta 16 cargols i 6 suports, i cada prestatgeria petita porta 12 cargols i 4 suports, en qualsevol dels tres models.
- Representeu aquesta informació en dues matrius
 - Trobeu la matriu que representa la quantitat de cargols i suports necessaris per a la producció diària de cada un dels sis models per mida de prestatgeria