**TEMA 2: Polinomis**

* 1. **DEFINICIONS:**
* Anomenarem **monomi** qualsevol expressió algèbrica formada per la multiplicació d’un nombre real i d’una variable elevada a un exponent natural.
* El nombre es diu **coeficient** i la variable elevada a l’exponent natural es diu **part literal**.
* Anomenarem **grau** del monomi a l’exponent de la variable

EXEMPLE

 Part literal

 ↑

 coeficient ← 3 x 5 →  grau

En general un polinomi és una expressió algèbrica que resulta de sumar monomis de diferents graus.

* 1. **OPERACIONS AMB MONOMIS:**

SUMA o RESTA: Necessitem tenir la mateixa part literal (lletra i exponent). Sumem o restem els coeficients i deixem la mateixa part literal:

3x2 + 5x2 = 8x3 2x3 – 4x3 = -2x3 3x3 + 5x2 = No podem fer l’operació

MULTIPLICACIÓ: ***NO*** necessitem tenir la mateixa part literal (lletra i exponent). Multipliquem els signes del coeficinet, multipliquem els nombres i finalment multipliquem la part literal (SUMEM els exponents de les lletres iguals)

3x5 · 5x2 = 15x7 (-2x3) · 4x2 = -8x5 (-3x3) · (-5x2)= 15 x5

DIVISIÓ: ***NO*** necessitem tenir la mateixa part literal (lletra i exponent). Multipliquem els signes del coeficinet, dividim els nombres i finalment dividim la part literal (RESTEM els exponents de les lletres iguals)

15x5 : 5x2 = 3x3 (-4x3) : 2x2 = -2x(-25x8) : (-5x2)= 5x6

* 1. **VALOR NUMÈRIC D’UN POLINOMI:**

Donat un polinomi P(x), si substituïm la variable x per un nombre i en calculem el resultat, obtindrem un altre nombre que anomenarem **valor numèric del polinomi**.

EXEMPLE

Donat el polinomi P(x) = 2x3 – 4x2 + 5x – 2 , Calcula el valor numèric del polinomi en:

1. x = -2 → P(-2) = 2(-2)3 – 4(-2)2 + 5(-2) – 2 = -16 – 16 – 10 – 2 = -44
2. x = 0 → P(0) = 2·03 – 4·02 + 5·0 – 2 = -2
3. x = 2 → P(2) = 2·23 – 4·22 + 5·2 – 2 = 16 – 16 + 10 – 2 = 8
	1. **OPERACIONS AMB POLINOMIS:**

**3.3.1 Suma i resta de polinomis:**

Per sumar (restar) dos polinomis ho podem fer de dues maneres:

1. Posem un polinomi a sota l’altre (deixant un buit quan no tingui el monomi corresponent) i sumem (restem) els monomis amb el mateix grau.
2. Aparellem els monomis que tinguin el mateix grau de desprès sumem ( restem).

EXEMPLE

1. Suma els polinomis P(x) = 10x4 – 7x3 – 8 x + 5 i Q(x) = -12x4 + 3x2 + 7x – 12

a) 10x4 – 7x3 – 8x + 5

 -12x4 + 3x2 + 7x – 12

- 2x4 – 7x3 + 3x2 - x - 8

 b) (10x4 – 7x3 – 8 x + 5 ) + (-12x4 + 3x2 + 7x – 12) =

 10x4 - 12x4 – 7x3 + 3x2 – 8 x + 7x + 5 – 12 = - 2x4 – 7x3 + 3x2 - x - 8

1. Calcula P(x) – Q(x) els polinomis del exemple anterior:

 a) 10x4 – 7x3 – 8x + 5

 - -12x4 + 3x2 + 7x – 12

22x4 – 7x3 - 3x2 -15x + 17

 b) (10x4 – 7x3 – 8 x + 5 ) - (-12x4 + 3x2 + 7x – 12) =

 10x4 + 12x4 – 7x3 + 3x2 – 8 x - 7x + 5 + 12 = 22x4 – 7x3 - 3x2 -15x + 17

**3.3.2 Producte de polinomis:**

Per multiplicar polinomis ho podem fer de dues maneres:

1. Escriu els polinomis, l’un sota a l’altre fent coincidir els monomis del mateix grau

Multiplicar el monomi de grau més petit del polinomi de sota per cadascun dels monomis de l’altre polinomi. El resultat es posa a sota, fent coincidir els monomis del mateix grau.

Repeteix el procés anterior amb la resta de monomis del polinomi de sota.

Finalment, suma els polinomis que has obtingut.

1. Multiplicar cada terme del primer polinomi per tots els termes del segon polinomi, i desprès sumar-ho tot.

EXEMPLE

Multiplica els polinomis P(x) = 10x4 – 7x3 – 8 x + 5 i Q(x) = 3x + 2

a) 10x4  – 7x3 – 8 x + 5

 3x + 2

 20x4 - 14x3 - 16x + 10

 30x5– 21x4 - 24x2 + 15x\_\_\_\_\_

 30x5– x4 - 14x3 - 24x2 – x +10

b) (3x + 2) ·(10x4 – 7x3 – 8 x + 5) =

 3x·(10x4 – 7x3 – 8 x + 5) + 2·(10x4 – 7x3 – 8 x + 5) =

 30x5– 21x4 - 24x2 + 15x + 20x4 - 14x3 - 16x + 10 = 30x5– x4 - 14x3 - 24x2 – x +10

**3.3.3 Divisió de polinomis:**

Per dividir dos polinomis qualssevol procedim de la següent forma:

EXEMPLE

Divideix el polinomi A(x) = 3x5 + 6x4 – 5x3 – 2x2 + 2x – 4 pel polinomi B(x) = x3 – x + 2

 3x5 + 6x4 – 5x3 – 2x2 + 2x – 4 x3 – x + 2­­\_\_\_

- 3x5 +3x3 – 6x2\_\_\_\_\_\_\_ 3x2 + 6x – 2

 + 6x4 – 2x3 – 8x2 + 2x – 4

 - 6x4 + 6x2 –12x\_\_\_\_

 – 2x3 – 2x2 –10x – 4

 + 2x3  - 2x + 4

 – 2x2 –12x

* Dividir dos polinomis, A(x) (dividend) dividit per B(x) (divisor), és trobar dos polinomis Q(x) (quocient) i R(x) (residu) tals que:

 A(x) = Q(x)·B(x) + R(x) on 0 ≤ grau de R(x) < grau de B(x)

* 1. **FACTOR COMÚ:**
		1. **Propietat distributiva**

a · ( b + c ) = a · b + a · c

EXEMPLE

1. Apliqueu la propietat distributiva i agrupeu termes semblants:
2. x2 · ( x + 3 ) = x2 · x + x2 · 3 = x3 + 3x2

* + 1. **Treure factor comú:**

Consisteix en aplicar a l’inrevés la propietat distributiva. Tal i com el seu nom indica

**treure**  farem fora

**factor** un(s) nombre(s) i/o variable(s) que està(n) multiplicant i

**comú**  que es troba a tots els termes de la suma o resta

 a · b + a · c = a · ( b + c )

EXEMPLE

1. Extradiu factor comú d’aquest polinomis
2. 5x + 12x – 16x = x ( 5 + 12 – 16 )
3. 4x2 – 30x3 + 6x4 = 2 · 2 · x2 – 2 · 15 · x2 · x + 2 · 3 · x2 · x2 = 2x2 ( 2 – 15x + 3x2 )
4. 6y – 3y + y = y · ( 6 - 3 + 1 )
	1. **IGUALTATS NOTABLES**

Les igualtats notables són molt útils a l’hora de fer alguns càlculs en expressions algebraiques.

* + 1. **Quadrat de la suma**

$$\left(a+b\right)^{2}=\left(a+b\right)·\left(a+b\right)=a·a+a·b+b·a+b·b=a^{2}+2ab+b^{2}$$

$$\left(a+b\right)^{2}=a^{2}+2ab+b^{2}$$

* + 1. **Quadrat de la diferència**

$$\left(a-b\right)^{2}=\left(a-b\right)·\left(a-b\right)=a·a-a·b-b·a+b·b=a^{2}-2ab+b^{2}$$

$$\left(a-b\right)^{2}=a^{2}-2ab+b^{2}$$

* + 1. **Suma per diferència**

$$\left(a+b\right)·\left(a-b\right)=a·a-a·b+b·a+b·b=a^{2}-b^{2}$$

$$\left(a+b\right)·\left(a-b\right)=a^{2}-2ab+b^{2}$$

EXEMPLE

1. Desenvolupeu les següents expressions:
2. ( x + 5 )2 = x2 + 52 + 2·x·5 = x2 + 25 + 10x on *a* = x i *b* = 5
3. $( 1 – 3x $)2 = 12 + ( 3x )2 – 2 · 1 · 3x = 1 + 9x2 – 6x on *a* = 1 i *b* = 3x
4. $\left(2+3t\right)\left(2-3t\right)=2^{2}-\left(3t\right)^{2}=4-9t^{2}$
	1. **FRACCIONS ALGEBRAIQUES**
		1. **Definició**

Son fraccions on el denominador i, de vegades, el numerador, estan formats per expressions algebraiques: monomis, binomis i/o polinomis.

EXEMPLES

1. Indiqueu si les següents expressions són fraccions algebraiques o no
2. 
3. 
4.  *ja que* 

 *( polinomi amb coeficients fraccionaris )*

* + 1. **Simplificació de fraccions algebraiques**

Amb el procés de treure factor comú i amb els productes notables, podem obtenir fraccions equivalents a les donades però formades per expressions més senzilles.

Passos a seguir per simplificar una fracció algebraica

 1r. Numerador  i denominador per separat.

* traiem factor comú si és possible.
* identifiquem i substituïm l’expressió per un producte notable

2n. Escrivim la fracció però substituint el numerador i el denominador per les expressions equivalents trobades.

3r. Eliminem les expressions que es repeteixen al numerador i al denominador

EXEMPLE

1. Simplifiqueu la següent fracció algebaraica



 Traiem factor comú Apliquem un Apliquem un Simplifiquem

 al numerador producte notable producte notable

 al denominador al numerador

NOTA: Recordeu que només es poden simplificar factors, es a dir, nombres o expressions que estan MULTIPLICANT, i que no es troben directament implicats en una suma o en una resta.

 ***si***  *ja que  i *

** ***Si***

 ***No*** *ja que  i *

** ***No***