

TEMA 0 : Derivades i continuïtat. Repàs

Activitats

1. Calculeu les següents derivades:

a) $f(x) = 3$

b) $f(x) = 5x^3$

c) $f(x) = \frac{5x^3 + 3x - 2}{4}$

d) $f(x) = 5\sqrt{x}$

e) $f(x) = 3\sin x$

f) $f(x) = e^x + 3x - 9$

g) $f(x) = x \cdot \ln x$

h) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot \operatorname{tg} x$

i) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 + 4}$

j) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

k) $f(x) = 3^x$

l) $f(x) = \frac{\ln x}{\sin x} + 3x$

m) $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x + \sqrt{x} \cos x$

2. Calculeu les següents derivades:

a) $f(x) = 4^x \operatorname{arcsen} x$

b) $f(x) = e^x \operatorname{sen} x + e^x \cos x$

c) $f(x) = \sqrt{x} \operatorname{arctg} x$

d) $f(x) = \frac{5x - 2}{4x^2 - 1}$

e) $f(x) = \frac{x + e^x}{x - e^x}$

f) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$

g) $f(x) = \frac{1}{x} + 2 \ln x - \frac{\ln x}{x}$

h) $f(x) = x e^x \operatorname{sen} x$

3. Calculeu les següents derivades:

a) $y = (4x^3 + 6x - 2)^{17}$

b) $y = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 6}$

c) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 5}}$

d) $y = (\operatorname{sen} x - \cos x)^5$

e) $y = \frac{1}{(2x + 1)^3}$

f) $y = \operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen}^2 3x$

g) $y = \log(\operatorname{sen} \sqrt{x})$

h) $y = \arccos \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}$

i) $y = \operatorname{arcsen} \frac{x^2 - 1}{x^2}$

j) $y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1})$

k) $y = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos^2 x}}$

l) $y = \ln(\operatorname{arcsen} x) + \operatorname{arcsen}(\ln x)$

m) $y = \ln \left(\ln \left(\ln \frac{1-x}{1+x} \right) \right)$

4. Calculeu les següents derivades:

a) $y = x^{3x}$

b) $y = x^{x^2}$

c) $y = \sqrt[x]{\ln x}$

g) $y = (2x^2 + 3x - 2)^{\sin x}$

h) $y = (\arctan gx)^{3x-5}$

5. Calculeu la derivada n-èsima de les següents funcions:

a) $f(x) = \frac{1}{x-3}$

c) $f(x) = 2^{5x}$

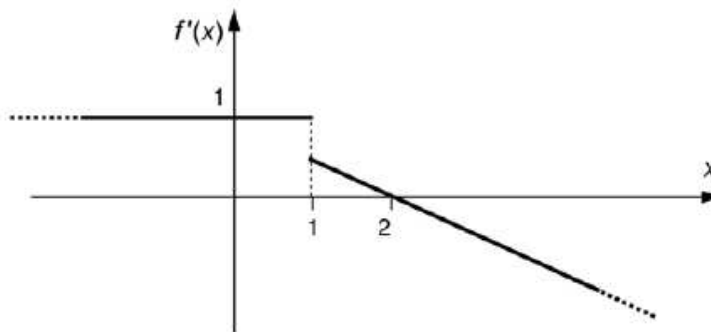
b) $f(x) = \ln(2-x)$

6. Calculeu les següents derivades implícites:

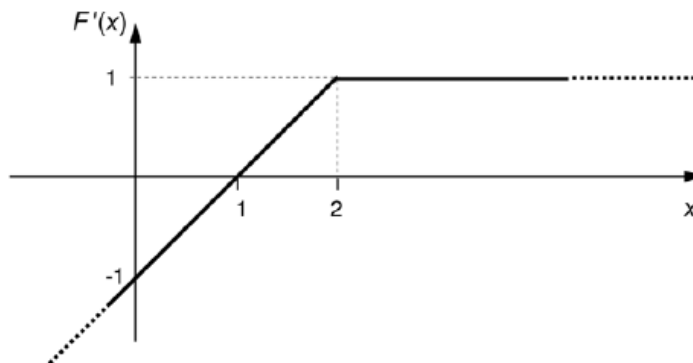
a) $2x^4 - x \cdot y^2 + \sqrt{y} = 3$

b) $x \cdot e^y - 3y^3 + 3x^5 = -4$

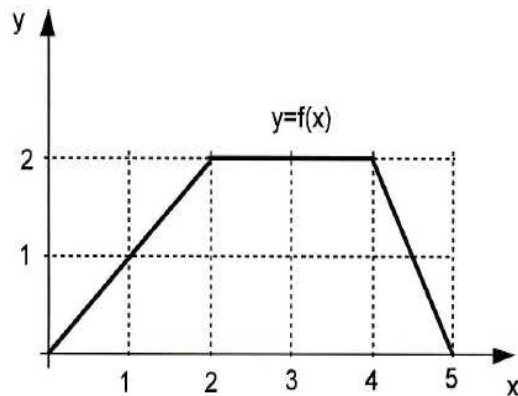
7. La funció derivada $f'(x)$ de certa funció continua $f(x)$ és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix. Digueu si $f(x)$ es derivable en tots els punts i per què.



8. La funció derivada $F'(x)$ d'una funció continua $F(x)$ que passa per l'origen és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix. Escriviu $F(x)$ com una funció definida a trossos.



9. Considereu la funció $y = f(x)$ definida per a $x \in [0, 5]$ que apareix dibuixada a la figura adjunta.



Trobeu l'expressió de la funció derivada quan sigui possible.

10. Estudieu la continuïtat i derivabilitat de la funció:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 1 \\ -x+3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

11. Estudieu la continuïtat i derivabilitat de la funció:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

12. Estudieu la continuïtat i derivabilitat de la funció:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 2 & \text{si } 1 < x < 2 \\ 2^{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

13. Trobeu els valors de a i b perquè la funció següent sigui derivable:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 3x + a & \text{si } x \leq 1 \\ bx - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

14. Trobeu els valors de m i n perquè la funció següent sigui derivable:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{m}{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ 3x + n & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

15. Trobeu els valors de a i b perquè la funció següent sigui derivable:

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$