

EXERCICIS MATEMÀTIQUES 3r D' ESO
ESTIU 2015

El treball d'estiu està pensat per consolidar els conceptes treballats a tercer d' ESO.

Els alumnes que hagin suspès aquesta matèria i s'hagin d'examinar el proper setembre, lliuraran el dossier el dia de la prova.

Els estudiants que hagin aprovat la matèria lliuraran el dossier el primer dia de classe.

Heu de fer un resum de teoria amb els conceptes indicats de cada tema que inclogui exemples i posteriorment fer els exercicis relacionats. Les fitxes de teoria s'entregaran en fulls apart dels exercicis.

I. NOMBRES REALS. POTÈNCIES I ARRELS

- Concepte
- Operacions. Prioritat d'operacions
- Propietat distributiva. Treure factor comú
- Interval·ls i semirectes de nombres reals
- Potències i arrels. Propietats

1. Calculeu:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| a) $(-3) \cdot 2 - (3 - 5)$ | k) $\frac{15}{9}$ de 270 |
| b) $4 : 2 - (8 - 2 \cdot 3)$ | l) $\sqrt[3]{-8}$ |
| c) $4 \cdot 2 - 2 : (-2 + 4 : 2)$ | m) $3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + \sqrt{5}$ |
| d) $\frac{7}{9}$ de -18 | n) $(-\frac{2}{3}) : \frac{4}{5}$ |
| e) $\sqrt{81}$ | o) $\sqrt[5]{\sqrt{4^{10}}}$ |
| f) $\sqrt[265]{3^{265}}$ | p) 4^0 |
| g) $(-\frac{2}{3}) \cdot \frac{4}{5}$ | q) $(1 - \frac{5}{2})^2$ |
| h) $-\frac{5}{12} + 4 - \frac{2}{9}$ | r) $-\frac{1}{2} + 5 - 3 \cdot \frac{5}{8}$ |
| i) $(-5 + 1) : 2 + (-2 \cdot 3 - 1)$ | |
| j) $2 - 8 : (-5 + 10 : 2)$ | |

2. Simplifiqueu si és possible:

- | | | |
|---|--|--|
| a) $3^5 \cdot 3^{-4}$ | b) $2^4 + 2^{-1}$ | c) $(5^2)^{-4}$ |
| d) $(-3)^{-2} : (-3)^1$ | e) $5^{-8} \cdot 5^2$ | f) $3^{-5} : 3^2$ |
| g) $4 \cdot 2^5$ | h) $2^{-3} - 2^{-1}$ | i) $(-2)^{-3} \cdot (-2)^{-2}$ |
| j) $(-3)^2 \cdot (-3)^4$ | k) $(4^2)^{-3}$ | l) $(5^2 : 5^{-4})^{-3}$ |
| m) $\frac{3^0 \cdot 3^5 \cdot 3^{-2}}{3^2 \cdot 3^4 \cdot 3}$ | n) $\frac{8 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5}{2^{-2} \cdot 32 \cdot 2^{-4}}$ | o) $\left[\frac{5 \cdot 5^4 \cdot (5^2)^{-3}}{5^8 \cdot 25^{-1} \cdot 5^{-2}} \right]^{-1}$ |

3. Passeu a exponent positiu:

- | | | | |
|-------------|--------------------------|-------------------------|----------------|
| a) 3^{-4} | b) $(\frac{1}{5})^{-1}$ | c) 5^{-8} | d) $(-4)^{-1}$ |
| e) 2^{-4} | f) $(-\frac{4}{5})^{-1}$ | g) $(\frac{2}{5})^{-2}$ | h) 1^{-1} |

4. Expressieu en forma de potència:

a) $\sqrt{3^2}$ c) $\sqrt{-6^2}$ e) $\sqrt{2^{-7}}$
b) $\sqrt{(-1)^3}$ d) $\sqrt[4]{2^5}$ f) $\sqrt[5]{-243}$

5. Traieu fora de l'arrel tots els factors que sigui possible

a) $\sqrt[4]{2^7 \cdot 3^{14} \cdot 5^4}$ b) $\sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5^5}$ c) $\sqrt[3]{5184}$

6. Calculeu traient fora de l'arrel prèviament

a) $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + \sqrt{27}$ b) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486}$

7. Assenyalau a quin(s) interval(s) i / o semirecta(s) pertanyen -2 , $\frac{4}{5}$ i $5,9$

Interval A: $(-2, 1]$
Interval B: $(-5, 6)$
Interval C: $[0, 8)$
Semirecta1: $(-\infty, 4)$
Semirecta2: $[1, +\infty)$

8. Relacioneu les expressions de la primera columna i de la segona columna.

a) $[-3, 5)$	I) $x \geq -3$
b) $(-3, 5)$	II) $-3 < x \leq 5$
c) $(-\infty, -3)$	III) $-3 \leq x < 5$
d) $[-3, 5]$	IV) $-3 < x < 5$
e) $[-3, +\infty)$	V) $x < -3$
f) $(-3, 5]$	VI) $-3 \leq x \leq 5$

9. (CM 3 ESO 2011-12) El meu avi, que és forner, té una recepta per fer pa. Per fer un pa de 450g utilitza els ingredients següents:

200 ml d'aigua
30 g de margarina
400 g de farina blanca
1 culleradeta de sal (3 g)
1 culleradeta de sucre (8 g)
30 g de llevat fresc

- a) Quants grams de llevat fresc es necessita per fer un pa de 1350g?
b) Amb la cocció, la massa de pa perd pes. Si l'avi obté un pa ja cuit de 450g, quin pes ha perdut el pa durant la cocció? (1ml = 1g)
c) Si del pa de 1350g ens n'hem menjat 270g, quin percentatge de pa ens hem menjat?

10. (CM 2 2003 – 04) Anem a comprar formatge. Cada peça de 4 Kg té un 25% de greix i el seu preu és de 8,2 €/kg.

- a) Quant ens costarà un quart de quilogram de formatge?
- b) Quants grams de greix hi ha en una peça sencera de formatge?
- c) El metge ha recomanat a una persona que no consumeixi més de 20 g de greix al dia. Suposant que no menja altre tipus de greix, quina quantitat de formatge pot menjar com a màxim al dia?

11. (**CM 2 2006-07**) Un canadenc ha vist per internet un monopatí que costa a Catalunya 72 € sense IVA. El mateix monopatí a Mont-real costa 110 dòlars canadencs (impostos inclosos). Si sabem que 1 € equival a 1,4708 dòlars canadencs i que s'ha d'aplicar un 21% d'IVA.

- a) Quants dòlars canadencs són els 72 €?
- b) Quant val en dòlars canadencs el monopatí un cop afegit l' IVA?
- c) Si les despeses de l'enviament estan incloses en el preu, li surt a compte comprar-ho per internet?

12. (**CM 3 2013-14**) Escriu una fracció que equivalgui al 45% i que tingui dues xifres en el numerador i dues xifres al denominador

13. (**CM 3 2013-14**) Omple les dades que falten a la taula següent, que representa el nombre de turistes que provenen de Rússia i visiten la zona del litoral de Catalunya

Procedència	Nombre de turistes	Percentatge
Rússia		45%
Altres països		
Total	182.400	100%

- a) L'any passat havien rebut 49.290 turistes que provenien de Rússia, que representaven el 30% del total. Quants turistes va tenir, en total, aquesta zona l'any passat?
- b) Un hotel de la zona cobra 60 € cada dia durant els primers tres dies d'estada i a partir del quart dia fa un descompte del 15%. Omple la taula següent per saber quant costa diàriament l'estada de 4 dies.

Dies	1r	2n	3r	4t
Preu per dia				

II. EXPRESSIONS ALGEBRÀIQUES. POLINOMIS

- Concepte d'expressió algebraica
- Treure factor comú
- Operacions amb polinomis: suma, resta, producte i divisió
- Productes notables
- Simplificació de fraccions algebraiques

14. Expressiu en forma algebraica indicant a que li dieu x, com l'exemple:
 Nombre d'ulls d'un grup de persones: $2x$ on x = nombre de persones

- a) Nombre de rodes d'un grup de bicicletes
- b) Tenim 8 cromos menys que el nostre amic
- c) El pare té el doble d'anys que el fill
- d) Hem marcat tres gols més que l'altre equip

15. Extreueu el factor comú:

- a) $3x^5y^4 - 9x^3y^3$
- b) $5a^2b^3c^7 - 15a^8b^4c + 20a^5b^3c^4$

16. Efectueu les operacions següents :

- a) $(8x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 10) + (x^4 - 5x^3 - 2x^2 - 1) =$
- b) $(-3x^8 - 5x^7 + 4x^3 - 9) - (3x^8 - 4x^7 + 5x^3 + 6x - 7) =$
- c) $(x^3 - 5x^2 + 4x - 3) \cdot (x^3 - 2x + 5)$
- d) $(x^5 - 4x^2 + 3x - 10) \cdot (x^2 - 2x + 1)$
- e) $(8x^3 - 2x - 4x^2 - 10) + (x^4 - 5x^3 - 2x^2 - 1) =$
- f) $(-3x^8 - x^7 + 4x^3 + 9) - (3x^7 - 4x^6 + 5x^3 + 6x - 7) =$
- g) $(x - 5x^2 + 4x^3 - 3) \cdot (x^2 - 2x + 4)$
- h) $(x^5 - 4x^2 + 3x - 10) \cdot (x^2 + x)$

17. Donades les expressions:

- i) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- ii) $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- iii) $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Completeu la taula:

	Fórmula i) ii) o iii) ?	a	b
$(x + 2)^2$			
$(5 - x)(5 + x)$			
$(3x - 1)^2$			
$(2x + 1)(2x - 1)$			
$(3 - 5x)^2$			
$(2 + 3y)^2$			

18. Calculeu els productes notables:

- a) $(x + 3)^2$
- b) $(x + 1)^2$
- c) $(5 - x)^2$
- d) $(2x + 5)^2$
- e) $(x - 4)(x + 4)$
- f) $(1 - 3x)^2$
- g) $(x - 1)^2$
- h) $(1 + x)(1 - x)$

19. Relacioneu les expressions de la dreta i l'esquerra

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $(x - 3)^2$ | I) $4 - x^2$ |
| b) $(2 + x)(2 - x)$ | II) $49 + x^2 + 14x$ |
| c) $(7 + x)^2$ | III) $4 + x^2 - 4x$ |
| d) $(2x + 4)^2$ | IV) $x^2 - 9$ |
| e) $(2 - x)^2$ | V) $x^2 + 9 - 6x$ |
| f) $(x - 3)(x + 3)$ | VI) $4x^2 + 16 + 16x$ |

20. Expressau com $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ o $(a + b)(a - b)$ com l'exemple
 $x^2 + 25 + 10x = x^2 + 5^2 + 2 \cdot x \cdot 5 = (x + 5)^2$

- a) $4 + 9x^2 + 12x$
- b) $1 - x^2$
- c) $9 + 4x^2 - 12x$
- d) $x^2 + 1 - 2x$
- e) $x^2 - 9$
- f) $4x^2 - 1$

21. Simplifiqueu les fraccions algebraiques següents:

- | | |
|---|-----------------------------------|
| a) $\frac{3x^5 \cdot y^2}{9x^3 \cdot y^5}$ | b) $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$ |
| c) $\frac{12x^2 \cdot y^2}{8x^3 \cdot y^2}$ | d) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ |

III. EQUACIONS

- Concepte d'equació
- Tipus d'equacions
- En què consisteix solucionar una equació
- Resolució d'equacions: de primer grau amb una incògnita, de segon grau amb una incògnita i sistemes d'equacions amb dues incògnites

22. Comproveu (sense resoldre l'equació):

- a) Si $x = -5$ és solució de l'equació $2(x - 7) = 3x - 9$.
- b) Si $x = 11$ és solució de l'equació $5x - 9 = 4(x - 5)$
- c) Si $x = -1$ és solució de $x^2 - 2 = 3x$

23. Resoleu:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $4 + 5x - 3x + 10 = 0$ | e) $3 - x + 5(x + 1) = 6$ |
| b) $2 + 5x - 4 = 6 + x$ | f) $2(x - 3) + 5x = 6x - 3$ |
| c) $5x - 3 + 14x - 8 = 15x + 3 + 4$ | g) $6x - 6 + 4x = 5x - 2(5x - 7)$ |
| d) $2x + 3 - (5 - x) = 10$ | h) $4x + 5 - 6x = 6 - 2(3x + 8) - x$ |

i) $7 - 2(3x - 3) = -3 + 3x$
 j) $5x - 3(x + 7) = 10(7x + 7) + 45$
 k) $4x + 4 - (3 - x) = 11$
 l) $\frac{1}{2} - x = \frac{3x}{4} - 2$
 o) $\frac{3(x-8)}{5} + \frac{x-4}{3} = \frac{2x-7}{15}$

m) $\frac{2-6x}{3} - \frac{x}{5} = 1$
 n) $\frac{x-2}{3} - \frac{x+3}{6} = 2(x-6) + 4$

24. Resoleu les equacions de segon grau següents:

a) $x^2 + x - 2 = 0$ b) $3x^2 - 17x - 6 = 0$ c) $x^2 - 36 = 0$
 d) $x^2 + 8x + 15 = 0$ e) $x^2 - 8x = 0$ f) $6x^2 + 8x = 0$
 g) $5x^2 = 20x$ h) $3x^2 - 9 = 0$ i) $8 + x^2 = 6x$

25. Comproveu si els valors indicats són solució dels sistemes d'equacions corresponents :

a) $\left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 4 \end{array} \right\} x = 5; y = 2$ b) $\left. \begin{array}{l} 5x - y = 1 \\ 2x - 4y = 22 \end{array} \right\} x = 1; y = 4$

26. Resoleu per diferents mètodes els sistemes d'equacions:

a) $\left. \begin{array}{l} x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 8 \end{array} \right\}$ d) $\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 5 \\ 4x + y = 14 \end{array} \right\}$ g) $\left. \begin{array}{l} 4x + 6y = -2 \\ 2x + 3y = 0 \end{array} \right\}$
 b) $\left. \begin{array}{l} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{array} \right\}$ e) $\left. \begin{array}{l} x - y = 0 \\ 3x - 3y = 0 \end{array} \right\}$ h) $\left. \begin{array}{l} 4x - 2y = -2 \\ 5x + 3y = 6 \end{array} \right\}$
 c) $\left. \begin{array}{l} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{array} \right\}$ f) $\left. \begin{array}{l} 2x - 5y = 1 \\ -x + 4y = 4 \end{array} \right\}$

27. Per una bicicleta rebaixada el 12% hem pagat 132€. Quin era el preu inicial de la bicicleta?

28. Trobeu dos nombres consecutius que sumin 157.

29. Hem de fer dos pagaments que sumen 2750€. Com el primer ho paguem abans de temps ens fan un descompte del 5%, mentre que en l'altre paguem un recàrrec del 10% per fer-ho fora de termini. Si hem pagat 2550 €, quin era l'import de tots dos pagaments?

30. Un rectangle té un perímetre de 22 m. En augmentar 3 m la base i 2 m l'altura, la seva àrea augmenta 32 m². Quines són les mides d'aquest rectangle?

31. En un teatre s'han venut 250 entrades entre butaques de pati i de llotja. Les primeres valen 12 € cada una, i les segones, 27 €. Si la recaptació total va ser de 4500 €, quantes entrades de cada tipus s'han venut si s'ha omplert el teatre?

32. Trobeu els costats d'un triangle rectangle sabent que les seves mides són tres nombres enters consecutius. (Teorema de Pitàgores).

33. El perímetre d'una parcel·la rectangular és 350m i el triple de la seva llargada és igual al quàdruple de l'amplada. Quines són les dimensions de la parcel·la?

34. (**CM 3r 2013-14**) Una expressió per passar de graus Celsius (C) a graus Fahrenheit (F) es pot formular així

$$F = \frac{9C + 160}{5}$$

Tria l'expressió correcta per passar de graus F a graus C

$$\dagger C = \frac{5F + 160}{9} \quad \ddagger C = \frac{5F - 160}{9} \quad \dagger C = \frac{9F + 160}{5}$$

IV. GEOMETRIA

- Figures planes
- Teorema de Pitàgores
- Perímetre i àrea
- Figures tridimensionals
- Desenvolupament pla
- Àrees i volum

35. Determineu si els triangles següents són rectangles. En cas afirmatiu, indiqueu la mida de la hipotenusa i els catets.

a) Triangle amb costats de 20 cm, 25 cm i 15 cm

b) Triangle amb costats de 4 cm, 10 cm i 12 cm

36. Calculeu l'altura d'un triangle equilàter de perímetre 120 cm.

37. Calculeu la longitud dels costats iguals d'un triangle isòsceles el costat desigual del qual fa 16 cm i l'altura, 6 cm.

38. Trobeu l'àrea d'un hexàgon regular de costat 8 cm.

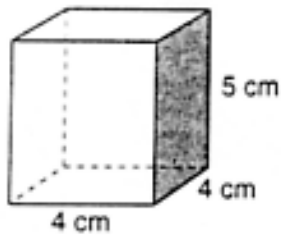
39. En una sector circular de 60° i de 40 m de diàmetre hi volen llançar 30 kg de sorra per metre quadrat.

a) Quantes tones de sorra fan falta?

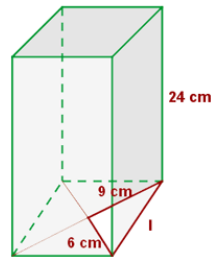
b) Si una carreta mecànica carrega 157 sacs de 5 kg cadascun, quants desplaçaments haurà de fer?

40. Calculeu l'àrea total i el volum de les següents figures:

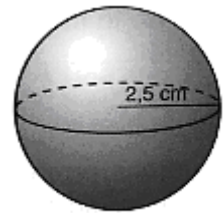
a)



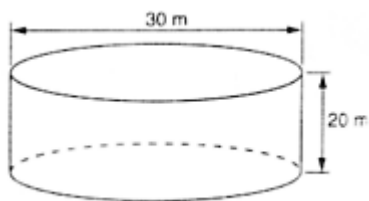
b)



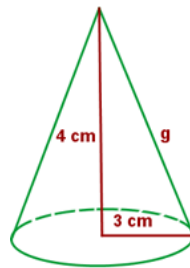
c)



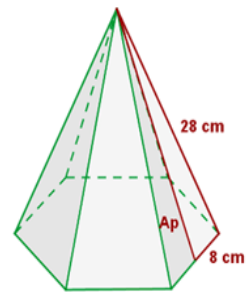
d)



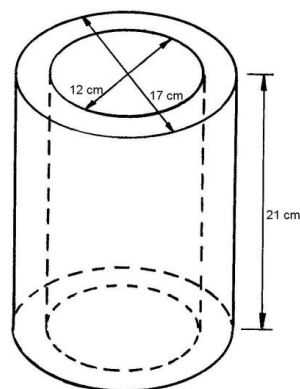
e)



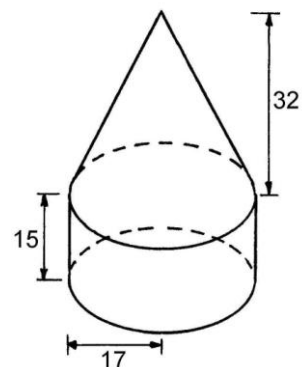
f)



g)

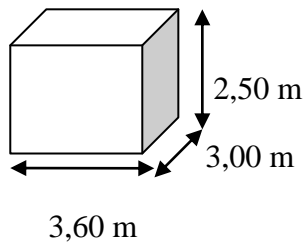


h)



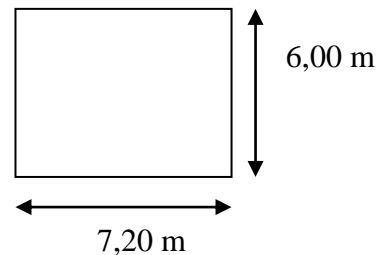
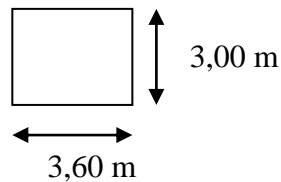
41. (CM 3 2012-13) Una habitació té forma de prisma recte de base rectangular, mesura 3,60 m per 3,00 m i fa 2,50 m d'altura (el dibuix no s'ha fet a escala).

a) Per instal·lar l'aire condicionat, necessitem conèixer el volum de l'habitació. Quants m^3 fa l'habitació?



b) També volem canviar les rajoles del terra d'aquesta habitació rectangular i farem servir rajoles quadrades de 30 cm x 30 cm. Si no es trenca cap rajola, quantes se'n necessiten per enrajolar tota l'habitació?

c) Enrajolar l'habitació actual (3,60 m x 3,00 m) amb les rajoles de 30 cm x 30 cm ha costat 200 € en material. Si l'habitació tingués el doble de llargada i el doble d'amplada, per quin valor s'hauria de multiplicar aquest preu de 200 € per saber el cost del material necessari per enrajolar la nova habitació?



Marca amb una X la resposta correcta:

per 2

per 3

per 4

d) Explica la teva resposta de l'apartat anterior.

V. VECTORS AL PLA. SEMBLANÇA

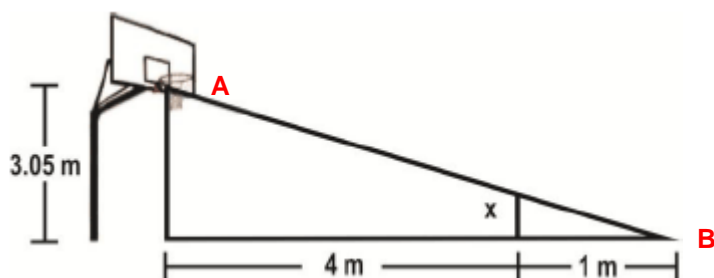
- Concepte de vector al pla
- Components d'un vector
- Elements d'un vector: mòdul, direcció i sentit
- Triangles semblants
- Escales

42. Donades les parelles de punts següents, representeu els vectors indicats en un eix cartesià, calculeu les components, el mòdul, la direcció i el sentit.

a) Vector AB, A(1,3) i B(-4,5)

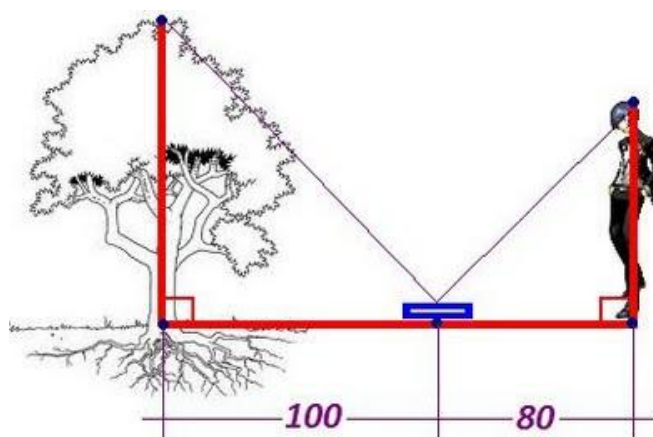
b) Vector CD, C(-4,0) i D(-1,-5)

43. Trobeu el valor de x



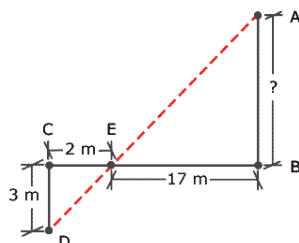
Calculeu la distància d' A a B

44. Una persona col·loca un mirall al terra i a través d'ell observa un arbre tal i com es mostra a la figura



- Com comprovaríeu, amb el dibuix, que els dos triangles són semblants?
- Suposem que els triangles són semblants i les mesures estan en cm. Si l'alçada de la noia és 170 cm, quants metres d'alçada fa l'arbre?

45. Trobeu AB



46. En un plànol trobem 1:100

- Què significa?
- Si amb un regle mesurem la distància entre dos punts d'aquest plànol i ens dona 2 cm, quina és la distància real?

47. Representem un objecte real en dos plànols. En el plànol A a escala 1:30 i en el plànol B 1:20. En quin de tots el dibuix de l'objecte serà més petit?. Raoneu la resposta.

VI. FUNCIONS

- Concepte de funció
- Imatge i antiimatge
- Funcions polinòmiques de 1r grau. La recta. El pendent de la recta.
- Funcions polinòmiques de 2n grau. Paràbola. Vèrtex

48. Classifiqueu en funcions de 1r i 2n grau i assenyalau quin tipus de gràfic esperem: recta (creixent / decreixent / constant) o paràbola (còncava /convexa)

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| a) $y = 4x$ | i) $y = -3 + 8x$ |
| b) $f(x) = x^2 - 4x + 1$ | j) $y = x^2$ |
| c) $y = -x^2 - x$ | k) $f(x) = 2x^2 + 6x - 20$ |
| d) $y = 2$ | l) $y = 9 - 4x$ |
| e) $g(x) = -3x$ | m) $f(x) = -5$ |
| f) $f(x) = 2x^2 - 1$ | n) $y = 8x^2 - 12x$ |
| g) $y = x$ | o) $f(x) = -1 - x^2 + 2x$ |
| h) $y = -5x - x^2 - 1$ | p) $y = 9 - 2x^2$ |

49. Completeu la taula:

Funció	Tipus de funció	Pendent	Tipus de recta	Punts de pas
$y = 3x$				
$y = 1$				
$y = -2x + 4$				
$y = 5x - 1$				
$y = -4x$				

Tipus de funció: afí, lineal o constant

Tipus de recta: creixent, decreixent o horitzontal

El punt $(2, 0)$ pertany a alguna de les rectes?. Raoneu la resposta.

50. Trobeu les equacions de les rectes que passen per:

- a) $(1, 3)$ i $(0, -1)$
 b) $(-2, 2)$ i $(1, 5)$

51. Completeu la taula:

Funció	Tipus de paràbola	Vèrtex	Punts de pas
$y = 3x^2$			
$y = x^2 + 2x + 1$			
$y = -2x^2 + 4$			

Tipus de paràbola: còncava o convexa

El punt (1 , 2) pertany a alguna de les funcions?. Raoneu la resposta.

52. Representeu gràficament les següents funcions sense fer la taula de valors

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $f(x) = -2x$ | b) $y = 3$ |
| c) $f(x) = -x + 1$ | d) $y = 3 - x$ |
| e) $y = 4x - 5$ | f) $y = x$ |
| g) $y = -6$ | h) $y = 1 + 4x$ |
| i) $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$ | j) $y = -2x^2 + 8x - 7$ |
| k) $y = x^2$ | l) $y = 4 - x^2$ |
| m) $y = x^2 - 2x$ | n) $f(x) = x^2 + 4x + 3$ |
| o) $y = x - 2x^2$ | p) $y = -x^2 + x - 6$ |

53. (CM 3r ESO 2013-14) S'estudia el repoblament animal d'una illa volcànica al llarg de dècades i es comptabilitzen les parelles d'animals següents:

Any	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960
Nº de parelles	1	3	10	40	50	50	50

- a) Representeu gràficament
- b) Completeu l'afirmació:
Entre els anys 1910 i 1920, el ritme de creixement ha estat ...
- † menor que entre els anys 1920 i 1930
 - † igual que entre els anys 1920 i 1930
 - † major que entre els anys 1920 i 1930
- c) A partir de l'any 1940, el nombre de parelles ...
- † augmenta
 - † disminueix
 - † s'estabilitza
- d) Si en la dècada que va del 1920 al 1930 el ritme de creixement és constant, quin és l'increment anual del nombre de parelles?