MATEM*A*TIQUES

R

T

INDEX

0. Introducció

Matemàtiques a la vida, a la natura, a l'univers, ...encara; però matemàtiques en l'art?. Si són el més oposat a l'art que hi ha!. L'art és imaginació, sentiment, creació, ...

.... bé, això sembla. Però, sense profunditzar gaire, podem trobar punts de connexió importants:

- Formes geomètriques
- Perspectiva
- Proporció: el cànon
- La proporció divina o raó aurea
- Simetria

Tots aquests elements els tractarem en aquest treball. Però no només en les obres d'art trobem matemàtiques de manera més o menys evident, sinó que també aquesta disciplina ha estat el tema d'algunes obres.

En qualsevol cas no ens ha d'estranyar aquesta connexió. Les matemàtiques i l'art són alguns dels miralls a través del qual l'home observa, interpreta i intenta comprendre el món que l'envolta.

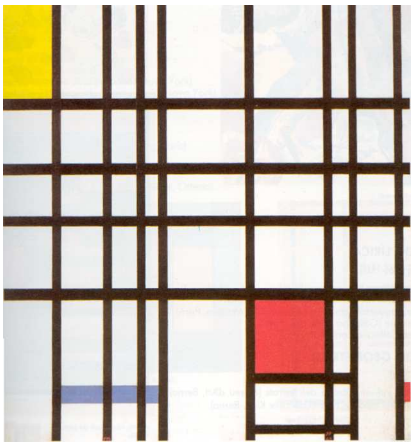
1. Formes geomètriques

Tota obra d'art es pot reduir a formes geomètriques. El cercle, el quadrat, el triangle, la piràmide, el cub ... són elements amb els que podem iniciar el dibuix de figures per representar-les plàsticament: pintura, escultura, etc...

Quan aquestes figures geomètriques es troben presents en un quadre ens trobem que, mentre alguns pintors les ressalten, altres les tapen amb multitud de detalls.
Així en el moviment pictòric del "cubisme" la realitat es descompon en figures geomètriques.

Arlequin (1909). Pablo Picasso (1)

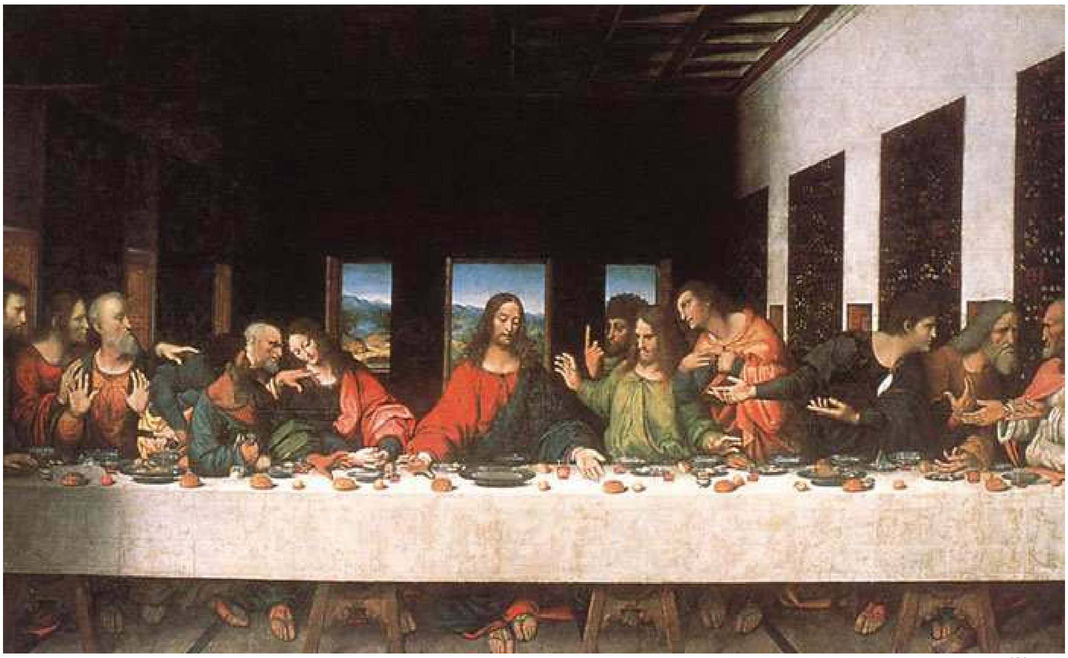
Mentre que pintors abstractes com Kandinskij o Mondrian utilitzen aquestes formes com base de les seves obres



Composició en vermell, groc i blau (1927) Piet Mondrian. Oli sobre tela. Stedelijk Museum. Amsterdam (2)

Per altre banda, i centrant-nos en la pintura, cal dir que la geometria també intervé de forma important en la composició d'un quadre, ja que els elements d'aquest s'ordenen en base a un cercle, triangle, quadrat, pentàgon, ...de forma individual o utilitzant diverses figures.
A la vegada la situació dels personatges i objectes organitzats en línees rectes – verticals, horitzontals o diagonals -, corbes o hipèrboles, donen un sentit diferent a la composició. La utilització de figures regulars (tots els costats de igual mida) dona estabilitat, mentre que les figures irregulars donen un major dinamisme.

Un exemple el tenim en la obra " L'últim sopar " de Leonardo da Vinci (1494 o 1495)



(3)

on al centre de l'escena es troba la figura de Jesús inscrita en un triangle equilàter, que en geometria sagrada és la representació de la divinitat, del que és transcendent, de la Llum.

1. Podeu assenyalar en quina polígon es troben inscrits els caps de Pedro Simón i Juan i que es troben a l'esquerra de Jesús?

Però no només a la pintura trobem formes geomètriques. Centrant-nos en el segle XX trobem formes polièdriques a les obres de Gaudi.
Gaudi va utilitzar la geometria a les seves obres no només com element estètic sinó també com element estructural en la distribució de les càrregues d'un edifici.
Als campanars de la seva obra " La Sagrada Família " trobem formes que resulten de la intersecció de diferents poliedres (especialment cubs i ortoedres) així com dodecaedres regulars.

POLIEDROS EN LA SAGRADA FAMILIA DE GAUDÍ

1. Lámpara de forma dodecaédrica. Cripta de la Sagrada Familia.
2. En la torres de la Sagrada Familia hay un impresionante despliegue geométrico poliédrico de una gran complejidad, a base de maclas (intersecciones) de diversos cuerpos geométricos poliédricos.

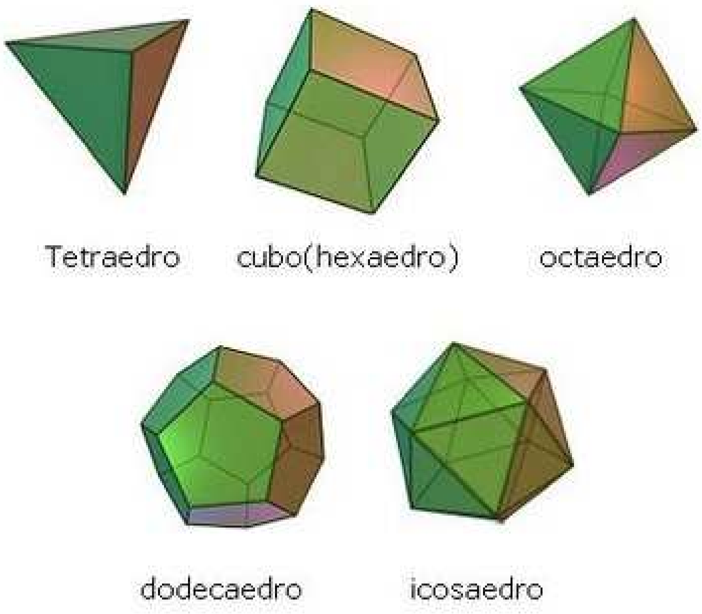
(4)

Segons el matemàtic Claudi Alsina, " Si en les proporcions de la Sagrada Família, Gaudí va optar per les relacions ¼, 1/3, ½, 2/3, ¾ , 1 associades als divisors de 12 i hi ha 12 campanars amb pinacles, no ha de resultar estrany que els tres poliedres regulars que intervenen siguin el cub i el octaedre de 12 arestes i el dodecaedre de dotze cares ".

2. Representeu un tetraedre.

a) Totes les seves cares són?
b) Nombre de cares?
c) Nombre de vèrtexs?

3. Els següents poliedres són coneguts com “sòlids platònics”



(5)

Representeu la intersecció d’un cub i un octaedre

2. Perspectiva

A diferència de l'Edat Mitjana, els pintors del Renaixement van proposar-se retratar les coses tal com eren a la realitat, i a les hores van ensopegar amb el problema de com representar l'espai i els objectes que conté (tres dimensions en una superfície plana (dues dimensions). Podem pensar que el que hem de fer és pintar més gran el que està més a prop i el que està més lluny més petit, però, com de petit?. Aquestes i altres preguntes van fer escriure veritables tractats matemàtics sobre la perspectiva. Això no ens ha de semblar tant insòlit ja que els artistes de l'època eren sovint científics i matemàtics, com: Leon Battista Alberti, Piero della Francesca, Albrecht Durero i Leonardo da Vinci, al qual s'atribueixen les frases:

“ Ningú que no sigui matemàtic ha de llegir els principis de la meva feina”

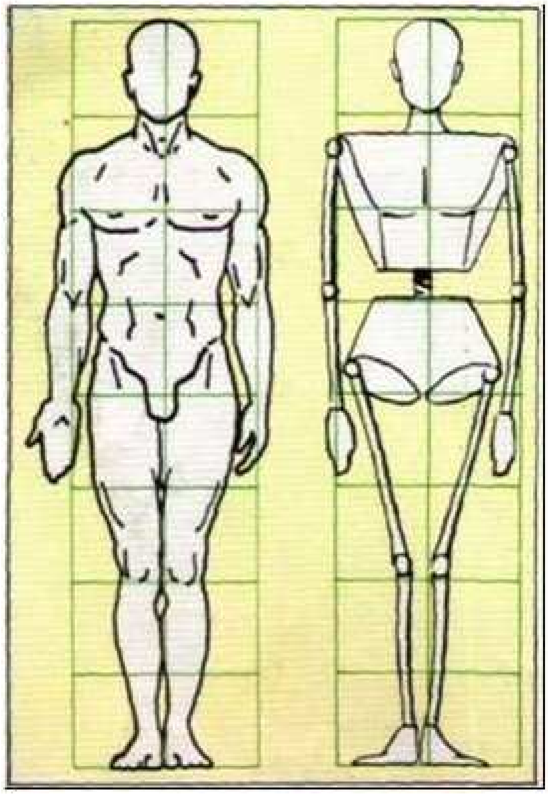
“ No hi ha cap certesa on no es pot aplicar alguna de les ciències matemàtiques”

La idea inicial és que un objecte enfocat per l'ull deixa una empremta en el quadre en el seu camí cap a nosaltres. Aquest objecte pot trobar-se infinitament lluny de manera que les rectes que uneixen el nostre ull amb l'objecte són pràcticament paral·leles i es tallen en un punt infinit; és com la carretera que s'allarga fins l'horitzó i, fins i tot que sabem que les seves vores mai s'ajunten, ens dona l'impressió que això acabarà passant.

(6)

3. Proporció: el cànon

La proporció és la relació que el conjunt té amb les parts que el formen i que, aplicada a la figura, s'anomena cànon.
Les dimensions del cos humà i les proporcions entre les seves parts han estat objecte d'estudi des de l'antiguitat. Aquest estudi ha tingut importants aplicacions, des de la fixació d'unitats de mesura, l'establiment de cànons de bellesa o la determinació de les dimensions que han de tenir els edificis i els mobles.
Normalment, la base de les proporcions humanes és el cap. El cànon ha canviat des de les propostes del món grec fins els estudis renaixentistes, essent la proporció 1/8 (la alçada del cos és 8 vegades la del cap) la més utilitzada com normativa clàssica.



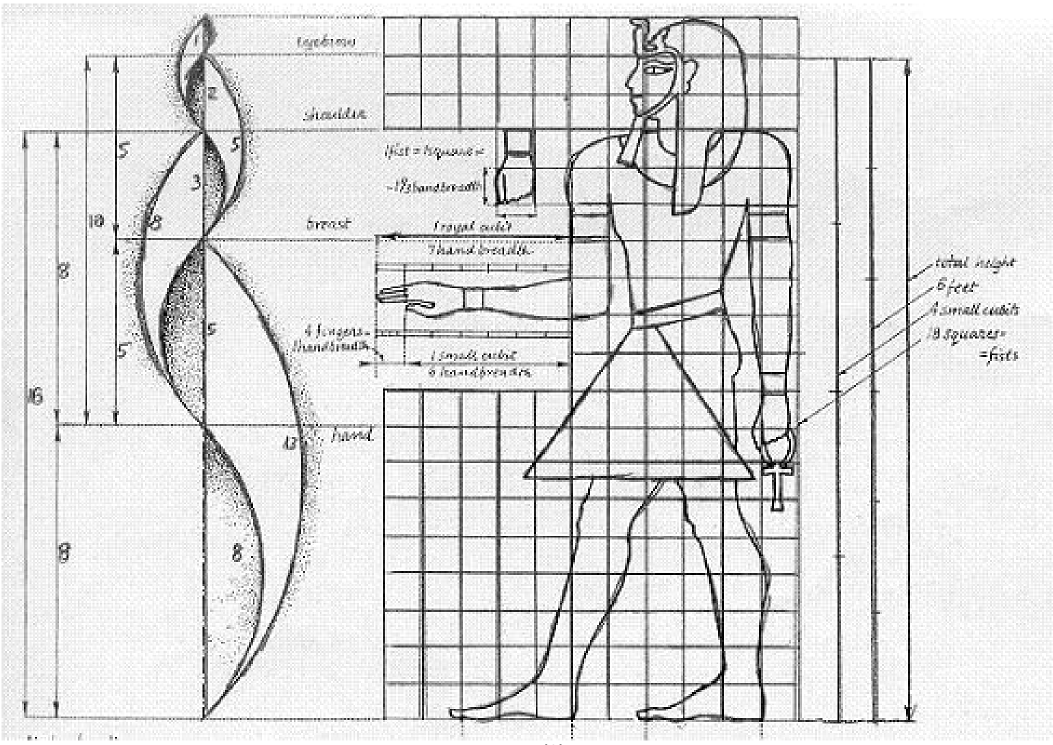
(7)

3.1. El cànon a través de la història

Amb tot, si fem una repassada a través de la història trobem diferents models:

- el cànon egipci;
- el cànon de la Grècia Clàssica;
- l'home de Vitruvi;
- l'home de Leonardo da Vinci;
- el cànon de Le Corbusier

- El cànon egipci és el primer del qual es té constància escrita. Els antics artistes egipcis dibuixaven el cos humà sobre una quadrícula de 19 quadres d'altura i adjudicaven unes quantitats de quadres a la cara, al cos, a les cames ...

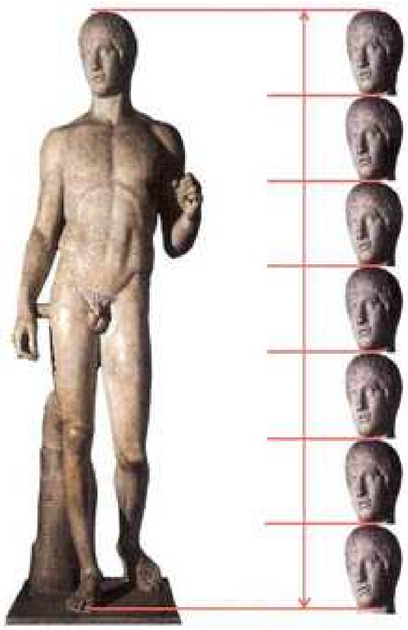


(8)

4. Observa que la longitud del cap és de 2,5 quadres i que l'altura són 19 quadres. Troba la proporció utilitzada (quantes vegades representa el cap en relació a tot el cos) i compara el resultat obtingut i el cànon actual.

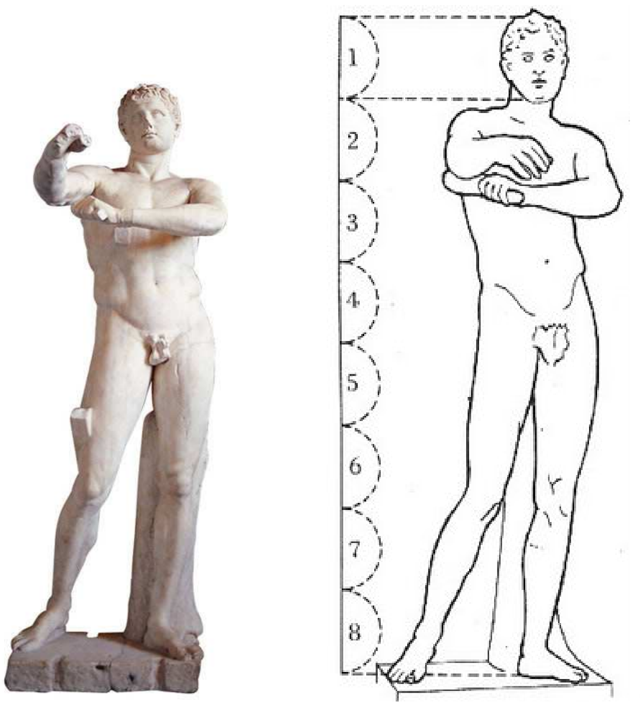
- <u>El cànon a la Grècia clàssica.</u>

Al segle V a. C els grecs feien escultures seguint el model de “El Doríforo” de Policleto, segons el qual el cap ha de fer 1/7 part del cos.



(9)

Un segle més tard (IV a. C.), Lisipo crea amb la seva obra “ Apoxiomenos” un nou cànon segons el qual el cap ha de fer 1/8 part del cos. Observeu que d’aquesta manera s’aconsegueix un allargament de les cames i la figura apareix més esvelta.



(10)

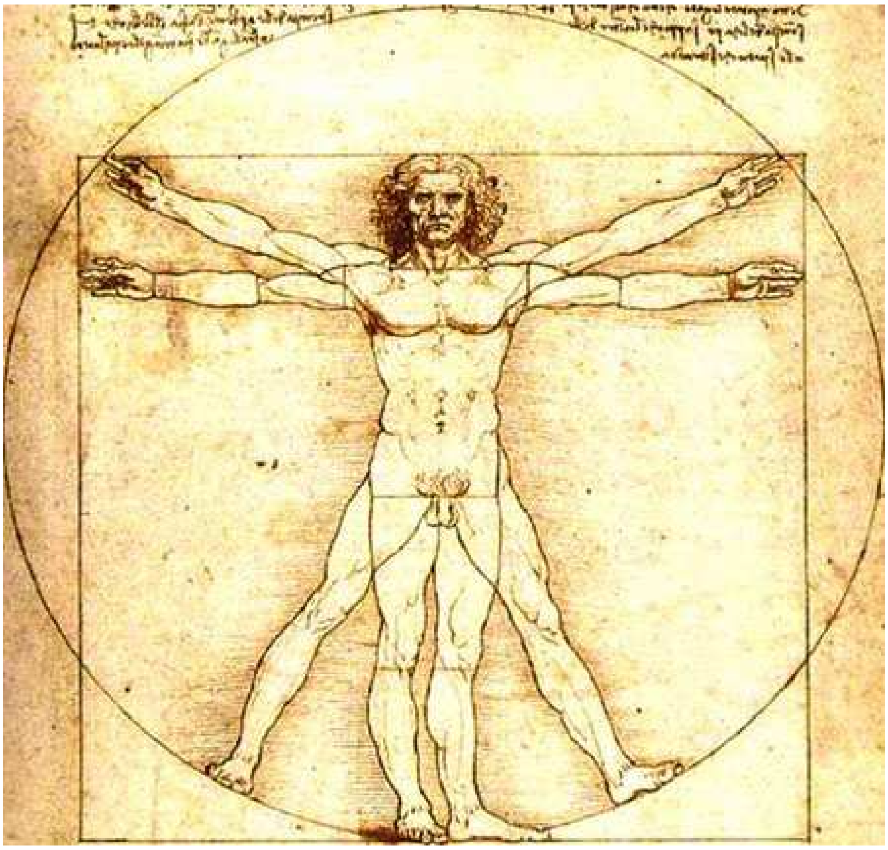
- L’ home de Vitruvi

L’arquitecte romà Marc Vitruvi (segle I d. C.) estudia les proporcions que es donen entre les parts del cos humà. Pren com unitat l’alçada de la persona, i indica quina part de l’alçada representa cada part del cos:

Altura de l’home 1
Cara .... 1 / 10
Peu .... 1 / 6
Colze .... 1 / 4
Pam .... 1 / 24
Melic a cim del cap ..... 1 / 2
Mentó a nas .... 1 / 30

El cànon de Vitruvi va intentar, a més, “geometritzar” el cos i va jugar amb la seva inscripció en quadrats i circumferències a més d’intentar-lo relacionar amb l’estrella de cinc puntes (símbol de l’escola pitagòrica) la qual presenta de múltiples maneres l’anomenada proporció àuria.
Aquest cànon va tenir molta influencia en èpoques posteriors, especialment en el Renaixement.

- L’home de Leonardo da Vinci



(11)

La geometrització de Vitruvi va tenir una notable influencia en Leonardo da Vinci (1452 – 1519). A la seva obra “ El home de Vitruvi “ mostra la superposició de dues posicions d’una mateixa persona, i estableix dues proporcions:

L’ alçada d’una persona és igual a l’amplada dels braços estesos (observeu que la figura queda inscrita en un quadrat)
Si obrim les cames fins a formar un triangle equilàter, i aixequem els braços estesos fins que el dit índex queda a l’altura de la part superior del cap, el melic es converteix en el centre del cos. (El melic és el centre de la circumferència on queda inscrita la figura)

Les mides del cap seguirien les següents proporcions:

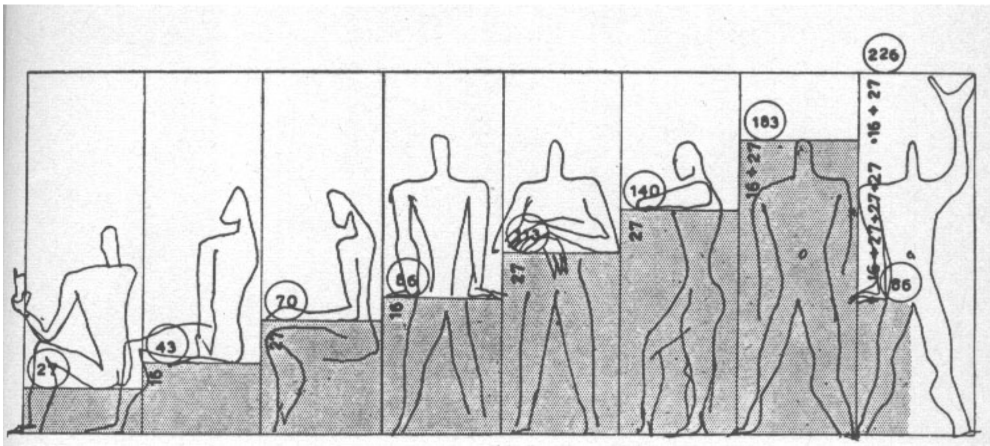
De nas a boca .... 1 / 7
De boca a mentó .... 1 / 4
Nas .... 1 / 3
Entrecella a mentó .... 2 / 3
Orella .... 1 / 3

5. Segons Leonardo da Vinci, la mida dels braços estesos i l’alçada són iguals. Comprova-ho mesurant a cinc persones adultes entre 30 i 50 anys.

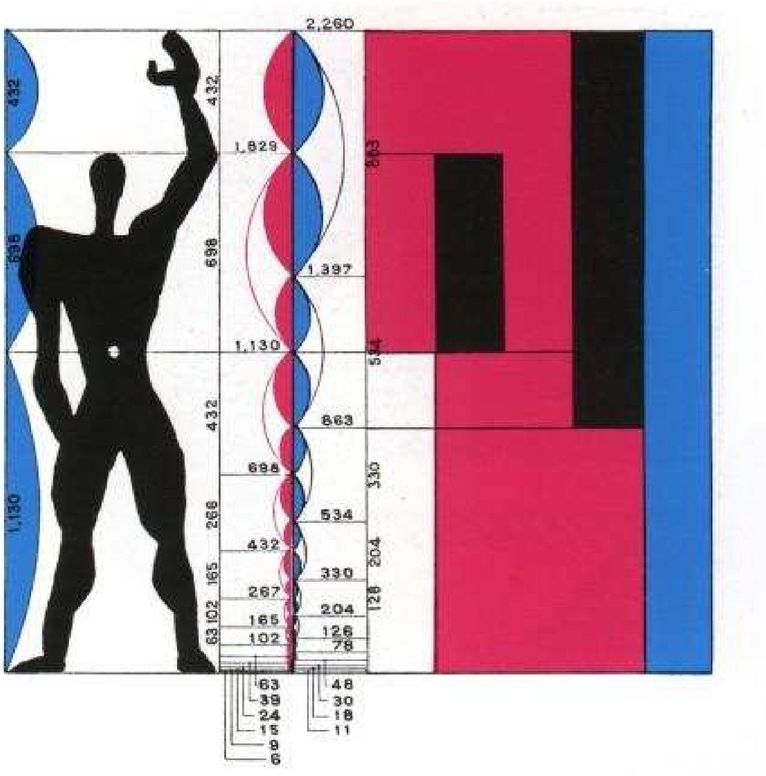
6. Si el cap d’una persona fa 18 cm, quines seran les mides del nas i la orella?

- <u>El cànon de Le Corbusier </u>(1887–1965)

L’arquitecte suís Le Corbusier, anomenat també l’arquitecte del segle XX, publica, al 1950, el seu “Modulor” on proposa la mesura dels elements arquitectònics (portes, alçades de sostres, ...) en funció del cos humà. Le Corbusier fixa l’alçada d’una persona en 183 cm i, des d’aquest model, fixa les diferents mides corporals



(12)



(13)

7. Segons ell, el melic assenyala la meitat justa de la nostra alçada, mentre el nostre cos queda dividit en cinc parts exactes. Si una persona fa 160 cm d’altura, a quina alçada es trobaria el seu melic?

3.2. La proporció al còmic

També als còmics es juga amb la proporcionalitat, exagerant les proporcions corporals per tal de definir els personatges. Si ens fixem, per exemple, en Astèrix i Obèlix

(14)

S’observa que el cap de l’Astèrix és massa gran pel seu cos. L’altura total del cos no arriba al triple de la mida del cap. Aquesta desproporció ajuda a suggerir que depèn més de la seva intel·ligència que de la seva força física natural. Al seu costat el cap de l’Obèlix (que en mida és més. o menys igual que el de l’Astèrix però “només” una cinquena part del seu cos) es veu molt petit. L’Obèlix depèn més de la seva força que del seu enginy.
Aquest aspecte també s’ha tingut en compte en el moment de dibuixar el Mortadelo i el Filemon, o a Tintin i el capità Haddok.

Veiem doncs que els artistes plàstics han de tenir molt en compte les proporcions corporals que fan servir, per no distorsionar el missatge que ens volen transmetre.

8. *En comparar la proporcionalitat de les figures de Mortadelo i Filemon, a nivell de mida i forma de cap, mida de mans i peus, … que penseu que ha volgut suggerir el dibuixant?*

(15)

9. *Cerqueu una imatge de Tintin i el capità Haddock.*

Penseu que són més "realistes" que les de Asterix i Obelix?
En cas afirmatiu, quin penseu que ha estat el motiu pel qual l'artista ho ha fet?

ANNEXOS:

i) Proporció i edat

10. Si observem el creixement d'una persona veurem que poc abans de néixer la relació entre la altura i el cap és molt semblant a la de l'Astèrix i que, cap als 6 anys, ja ens hem "obelitxzat" . Busqueu fotografies vostres i trobeu la relació entre

mida del cap / mida del cos

Edat	*Mida del cap*	*Mida del cos*	*Quocient*
En néixer			
6 mesos			
1 any			
6 anys			
Actualitat			

Observareu que com la mida del cap es va "reduint" respecte la del cos el quocient cada vegada és menor. Quin és el motiu?

No tots els ossos tenen la mateixa forma. Hi ha ossos llargs, curts, i plans. En els ossos llargs el creixement és molt clar perquè es fa en una sola direcció. mateix ritme, el seu augment no es nota tant. Això fa semblar als nens i nenes petits una mica "capgrossos". I com tots hem passat per aquesta etapa es pot afirmar que "tots varem ser una mica Obèlix".
De fet fins l'edat adulta no ens apropem als cànons clàssics. I si no arribem tampoc passa res; són només una referència per a dibuixar o modelar.

ii) Models perfectes?

Els cànons no han de servir per fer lleis de com han de ser els "homes i dones perfectes ", senzillament perquè no existeixen. De la mateixa manera un model de cos no és més bonic que altres pensem en els dits: " la bellesa es troba en els ulls del que mira " i " per gustos es van inventar els colors "

Iii) Vitruvians?. No, gràcies.

En un món vitruvià tots tindríem les mateixes proporcions, una mica avorrit, no?.

Molts artistes tampoc han seguit del tot els cànons clàssics i ens han intentat donar una versió del món diferent alterant les seves proporcions. Amb altres cànons ens expliquen coses i idees que no podrien fer amb els clàssics.

Un exemple clar és el pintor i escultor Fernando Botero (1932 -   )

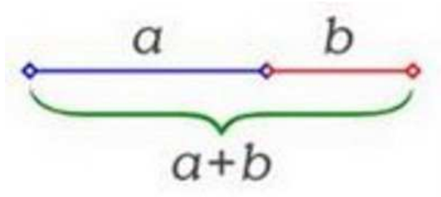
Bailarina en la barra de Fernando Botero (16)

artista que “arrodoneix” els models, mentre que altres com El Greco o Giacometti els estilitza.

11. Busqueu una obra de El Greco o de Giacometti i comenteu quina diferència hi ha entre esta i l’obra de Botero.

4. La proporció divina o la raó aurea

Aquesta proporció va ser definida per Euclides com “divisió d’un segment en la seva mida i extrema raó”, es a dir, dos segments són entre ells el que el més gran és al tot.



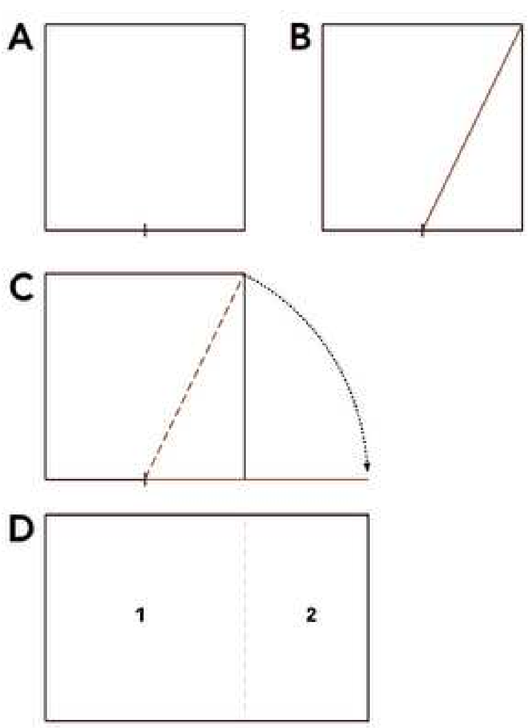
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

(17)

El resultat és un nombre anomenat nombre d’or o φ (fi) en honor a l’escultor Fidies que ho va fer servir a les seves obres.

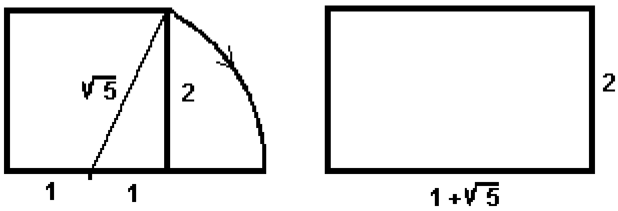
Aquest nombre apareix en diferents formes geomètriques si bé una de les més utilitzades en l’art on apareix el nombre auri és el rectangle. Podem construir un rectangle auri a partir d’un quadrat:

- marquem el punt mitjà d’un costat i unim el punt amb un dels vèrtexs oposats;
- afegim el segment sobre el punt mitjà d’un costat del quadrat i obtenim el costat llarg del rectangle auri



(18)

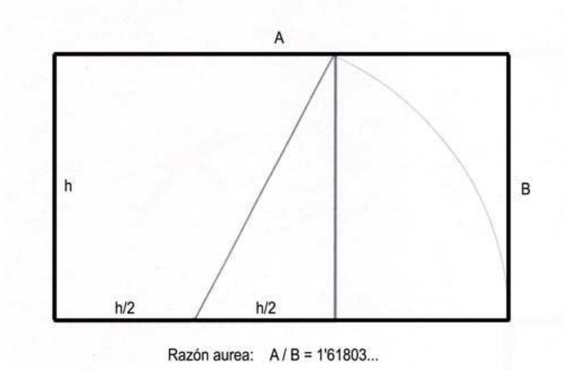
Si suposem que el quadrat inicial té 2 unitats de costat, el segment que surt des del punt mig del quadrat fins un dels vèrtexs oposats val $\sqrt{5}$ (aplicació del Teorema de Pitàgores); el rectangle auri format té costats 2 i 1+$\sqrt{5}$.



(19)

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

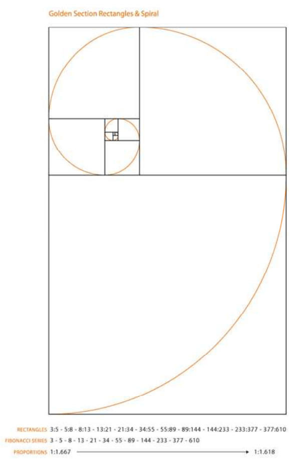
Així, diem que un rectangle és auri quan la proporció entre els seus costats diferents és aproximadament 1,62, es a dir, quant el costat més llarg és 1,62 vegades més gran que el costat més curt.



(20)

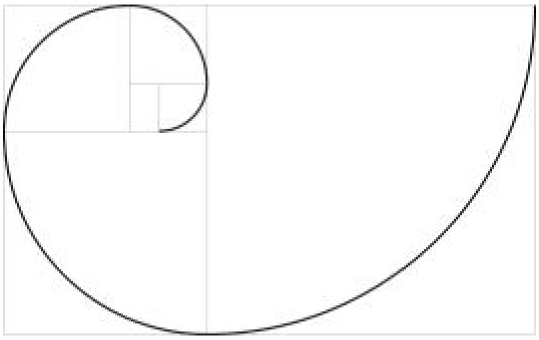
Aquest nombre φ és irracional igual que π, ja que tots dos són nombres decimals amb una part decimal infinita i no periòdica, es a dir, sense repetició de xifres.

Els rectangles auris tenen una propietat molt curiosa. Si dividim el rectangle en dues parts pel costat llarg, de manera que un figura sigui un quadrat i l'altre un rectangle, trobem que aquest nou rectangle és semblant a l'original.

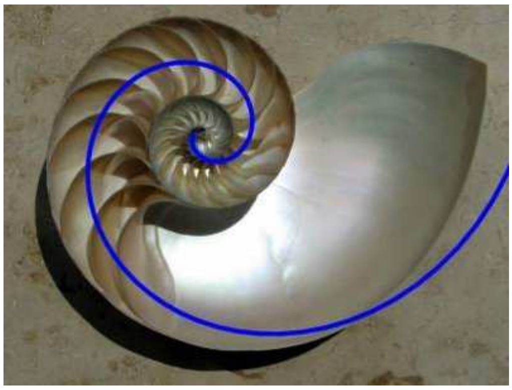


(21)

El pintor Albrecht Dürer (1471 - 1528) va tractar de trobar una lògica dels nombres en tot allò que és bonic, i això fa que escrivís interessants tractats sobre proporcions humanes i formes de mesurar l'arquitectura. De fet, va establir un mètode amb rectangles auris pel qual es pot divisar una conquilla espiral similar a la d'un mol·lusc: el "Nautilus". Es tracta de traçar ¼ de circumferència a cada quadrat que va sortint en repetir el procés anterior

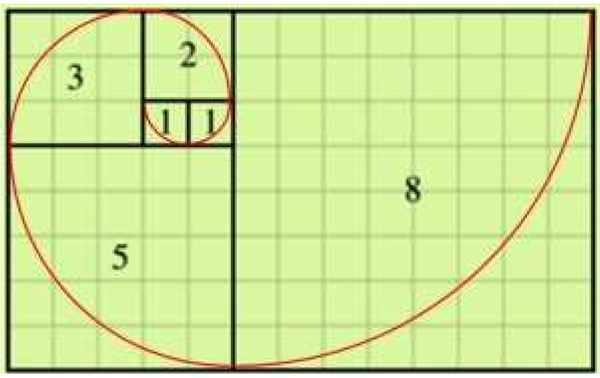


(22)



(23)

observem, a més, que en aquest model apareix la successió de Fibonacci



(24)

1 1 2 3 5 8 13 21 34

on cada nombre és igual a la suma dels dos anteriors.

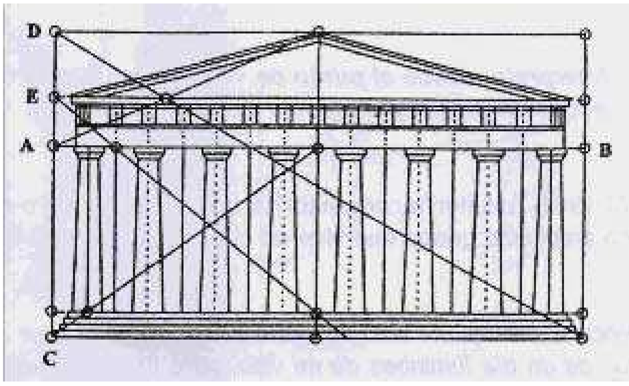
12. Cerqueu informació de la successió de Fibonacci: expliqueu en que consisteix i busqueu dos exemples en la natura en els que aparegui.

4.1. Obres amb el nombre auri

Es pensa que la proporció aurea és la més agradable des del punt de vista estètic i que, per aquest motiu, l'han utilitzat des de els creadors de les piràmides, pintors com Salvador Dalí, poetes i fins i tot compositors musicals.

- <u>el Partenó de l'Acròpoli d'Atenes</u>, que presenta una singularitat: les columnes presentes certes alteracions en la seva construcció per tal d'eliminar l'efecte que es produeix quan s'observen de prop, ja que en aquest cas les línies verticals no es veuen ni rectes ni paral·leles.

(25)

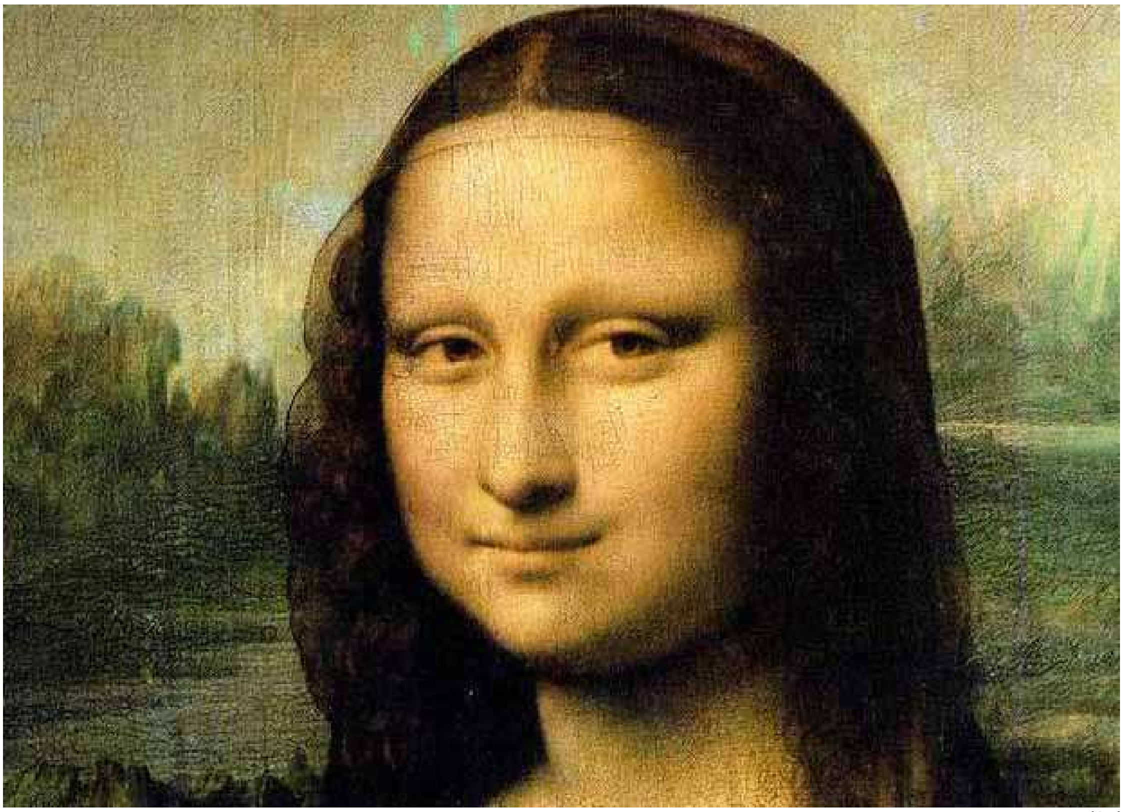


(26)

13. Comproveu que es tracta d'un rectangle auri.

14. Si formeu un rectangle amb dues columnes agafant com a costats la meitat de la columna (línees puntejades), comproveu que la diagonal d'aquest és un nombre irracional. Quin és?

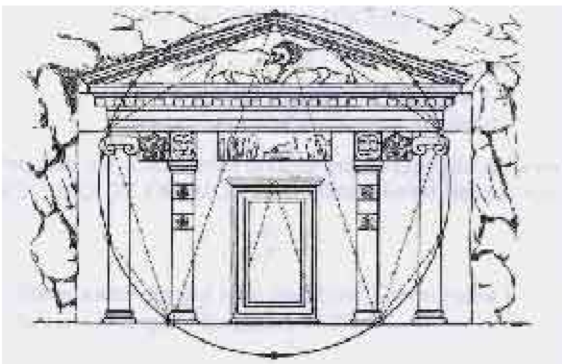
- El rostre de " La Gioconda " (entre 1503 i 1507) de Leonardo da Vinci, està emmarcat en un rectangle auri



(27)

15. Comproveu-lo!!!

- La tomba rupestre de Mira. En ella el nombre d'or apareix en un pentàgon regular on s'inscriu un estel de cinc puntes, símbol dels seguidors de Pitàgores



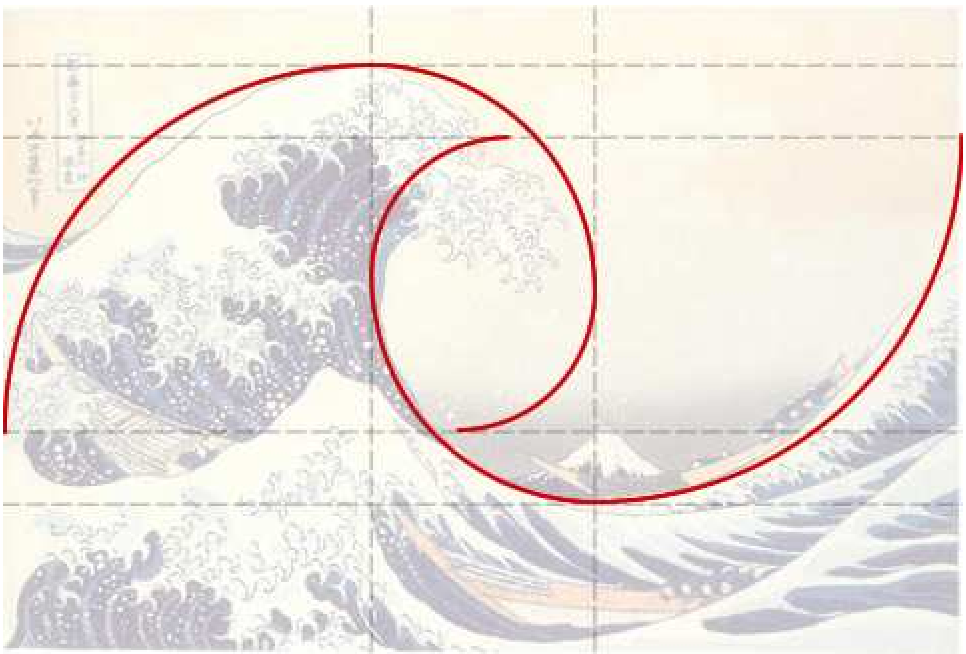
(28)

- <u>Una tarja de crèdit o un carnet d'identitat</u>

16. Calca el contorn d'un dels objectes anteriors, mesura els costats i calcula la raó de proporcionalitat. Quina és aquesta raó?

ANNEX

El nombre auri es troba en moltes formes naturals, per exemple, en la conquilla del "Nautilus" o, tal com es mostra en aquest quadre, en les ones



Sobreposición de la espiral áurea sobre *la Gran Ola de Kanawaga* de Hokusai (29)

També apareix en el creixement de les plantes, les pinyes, les dimensions d'insectes i ocells, en els cristalls d'alguns materials o en la forma de galàxies que contenen bilions d'estels. És un nombre tant freqüent que apareix de igual forma en l'home: en la relació entre les falanges dels dits o en la relació entre longitud i amplada del cap. (Veure l'article de Lolita Brain a http://www.matesymas.es/jm/prensa/proporciones_140205.pdf).

17. Entreu a l'adreça http://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA i mireu el curtmetratge "Nature by numbers" de Cristóbal Vila, llicenciat en Belles Arts, dissenyador, il·lustrador i infografista 3D.
Assenyaleu quins dels elements tractats fins ara en treball apareixen

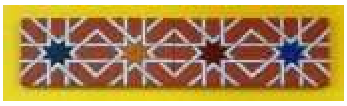
5. Simetria

En l'art, simetria i proporció han estat considerades com determinants per la bellesa de l'obra. S'anomena simetria al fet que en aplicar una certa operació sobre un objecte aquest no canvia de forma.

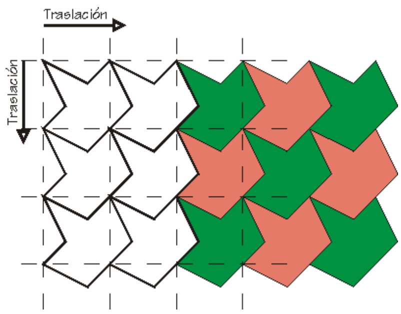
• Existeix una simetria de decoració (**sanefes** i **mosaics**), gairebé estrictament geomètrica basada en figures planes.

Quan es tracta de figures planes podem diferenciar tres tipus de simetria segons traslladem, girem o bolquem l'objecte.

- Simetria bilateral o reflectiva. Es reconeix perquè en doblegar una peça sobre una línea les dues parts coincideixen: una meitat és la imatge en un mirall de l'altre meitat.

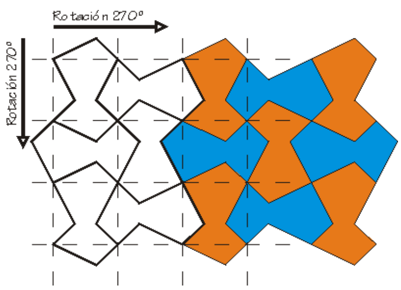

(30)

- **Simetria de translació**. Quan en traslladar una peça sobre una altra movent de dalt a baix, d'esquerra, dreta o per la combinació de diversos dels moviments anteriors ambdues coincideixen, llavors tenim una simetria de translació.



(31)

- **Simetria de rotació**. En girar una peça aquesta coincideix amb altre.

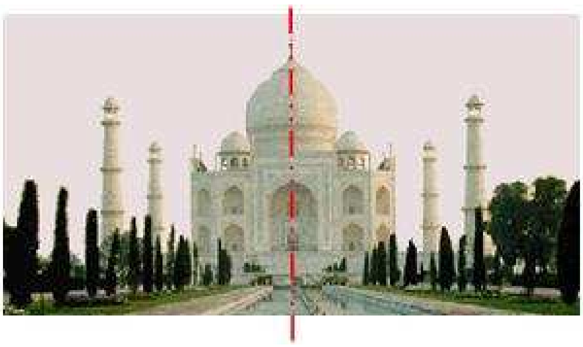


(32)

18. A partir de polígons bàsics (triangle equilàter, quadrat, hexàgon, …) dissenyeu un mosaic explicant els passos que heu fet.

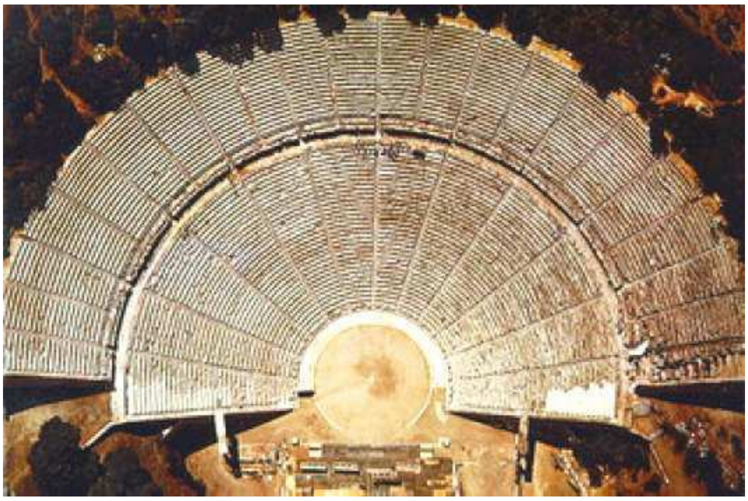
• En general podem diferenciar:

- <u>Simetria axial o bilateral</u>. Es defineix per l'existència d'un plànol, que divideix l'estructura en aproximadament dues meitats especularment idèntiques.



Agra (India). Erigit entre 1631 i 1634 (33)

- Simetria radial. En aquest tipus de simetria hi ha diferents eixos que surten d'un punt situat al centre de l'obra de manera que les figures es troben disposades de forma regular en relació a cada un dels eixos.
Un exemple d'aquest tipus de simetria es troba al Teatre Epidauro



Policleto el Joven. S. IV a. C (34)

• Hi ha **simetries impossibles** !!!

Mr. Eduard James vist des de darrera. (1937) R. Magritte
Museum Boijmans Van Beuningen, Rotterdam (35)

6. Les matemàtiques com a tema en obres d'art

- Quadrats màgics. Consisteix en col·locar una sèrie de nombres enters (normalment començant per l'1) en una taula quadrada de forma que la suma dels nombres que es troben en una mateixa fila, o en una mateixa columna, o formant una diagonal, dona igual.
Aquestes taules es coneixen a la Xina des del III mil·lenni a.C, si be no arriba a occident fins el segle XIV, de forma que a l'Edat Mitjana es gravaven en làmines d'argent contra la pesta negre.

A l'art apareix per primera vegada a l'obra *Melancolia I* d' Albrecht Dürer

(36)

19. Cerqueu un quadrat màgic que es troba a la Sagrada Família de Gaudi. Quins són els nombres que apareixen dues vegades i quins no apareixen? Quin és el nombre que apareix com a suma? Perquè?

20. Resoleu el quadrat màgic d'ordre 3x3 (3 files i 3 columnes) col·locant en ell els nombres de l'1 al 9. Quin és el nombre que apareix?

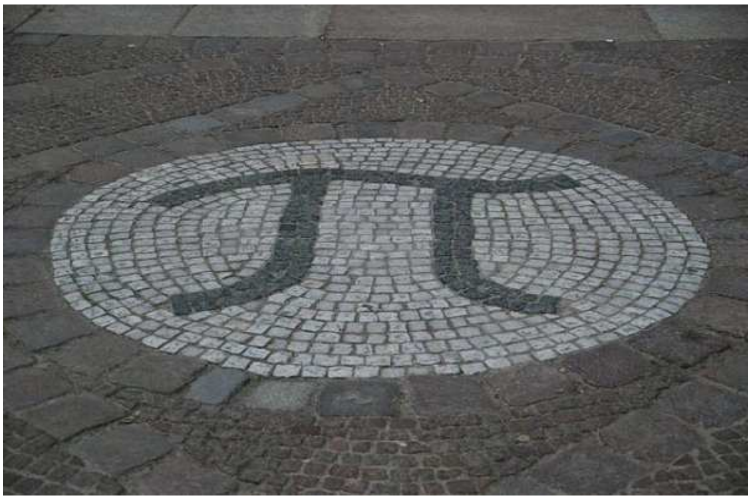
21. Si sumem 1 a tots els nombres que es troben dins el quadrat màgic anterior, seguirà sent màgic?.

- Successió de Fibonacci.

A Barcelona, al Passeig Joan de Borbó, al costat del port, trobem *Crescendo appare,* una obra dedicada a aquesta sèrie de nombres creada per Mario Merz. Consisteix en una sèrie de finestres encastades al terra dins de les quals trobem representats amb fluorescents de neó els primers nombres d'aquesta successió.

(37)

- El nombre pi en un mosaic al terra



(38)

7. FONTS D'INFORMACIÓ

- www.babab.com,"Andamios a priori III: Las matematicas útiles y el arte". Raúl Devia López.nºII.
- http://www.xtec.es/~jcanadil (2003)
- http://www.xtec.es/~fchorda (2003)
- http://www.xtec.es/~jjareno (2003)
- http://www.shallowsky.com/blog/science/fibonautilus.html
- http://blocmat.ub.edu/category/art-i-matematiques/
- http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Historia/Topicos/SolidosPlatonicos
- http://palmera.pntic.mec.es/~falarcon/4ESO/ud2.html
- http://www.educared.net/concurso2003
- http://ochoa.mat.ucm.es/~jesusr/expogp
- http://www.rmm.cl

Imatges

(1) http://www.luxuo.com
(2) http://www.todoarquitectura.com
(3) http://s3.amazonaws.com/lcp/eseducativa
(4) http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Historia/Topicos/SolidosPlatonicos
(5) http://matematicas-manuel.blogspot.com/2010
(6) http://www.educarm.es
(7) http://dibujopinturaremington.blogspot.com/2008/
(8) http://algargosarte.lacoctelera.net/categoria/03-egipto
(9) http://blog.adlo.es/2006
(10a) http://pr.kalipedia.com/arte/tema/edad-antigua
(10b) http://lahistoriadelarte.wordpress.com/2009
(11) http://www.bienaldearte.com
(12) http://htca.us.es/materiales
(13) http://www.apprendre-en-ligne.net
(14) http://www.craaltaribagorza.net
(15)
(16) http://formadelagua.blogspot.com
(17)
(18) http://albertopiedrabuena.blogspot.com/2008/
(19)
(20) http://xemadelgado90.files.wordpress.com/2009/
(21) http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/44/Golden-Section.png
(22) http://www.educarm.es/cnice/descartes/
(23)
(24) http://bkingston.blogspot.com
(25) http://files.nireblog.com
(26) http://www.ite.educacion.es/w3/recursos/bachillerato/
(27) http://odontoscancun.files.wordpress.com/2009/
(28) http://simetria.dim.uchile.cl/matematico/imagenes/tumba.jpg
(29) http://gorriti.com/wp-content/2008/02/seccionaurea.jpg
(30) http://www.aliciaguerrero.es
(31) (32) http://www.educacionplastica.net/MosEsch1.htm
(33) http://joseluiscc.files.wordpress.com/2009/02/83.jpg
(34) http://web.educastur.princast.es/proyectos/

(35) http://en.wikipedia.org/wiki/Not_to_be_Reproduced
(36) http://trianguloequidlatere.blogspot.com/2009/
(37) http://blocmat.ub.edu/2009/05/18/
(38) http://cerclesbd.spaces.live.com