

TEMA 2 : Sistemes d'equacions lineals

Full de preparació

Aquest full s'ha de lliurar el dia de la prova

Nom: Curs:

1. Resoleu els sistemes d'equacions pel mètode de Gauss

a)

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 5z = -1 \\ -3x + y - 2z = 7 \\ 2x - 3y + z = -12 \end{array} \right\}$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 9 \\ x - y + z = -1 \end{array} \right\}$$

2. La matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, un cop reduïda pel mètode de Gauss és

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

- a) El sistema és compatible o incompatible? Raoneu la resposta
b) En cas que sigui compatible, resoleu-lo

3. Discussiu, en funció del paràmetre a la solució del sistema d'equacions

a)

$$\left. \begin{array}{l} x + 4y + z = 2 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 2x - 5y + az = -a \end{array} \right\}$$

c)

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 5y - 4z = 1 \\ x - y + 3z = 2 \\ ax - 3y + 2z = -1 \end{array} \right\}$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - z = 3 \\ 3x + ay - z = 4 \\ 2x + y - 3z = a \end{array} \right\}$$

d)

$$\left. \begin{array}{l} 5x - ay + z = 24 \\ 3x - y - az = 6 \\ x - y + 2z = 9 \end{array} \right\}$$

4. Calculeu el valor de a perquè aquest sistema d'equacions lineals sigui incompatible:

$$\begin{aligned}2x + ay &= -a + 5 \\ ax + 8y &= 2\end{aligned}$$

5. Discutiu, i si escau, resoleu el sistema següent segons els valors del paràmetre a

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = a \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

6. En una fàbrica d'articles esportius tenen 10 caixes de mides diferents: grans, mitjanes i petites amb capacitat per a 50, 30 i 25 unitats d'un determinat producte respectivament. Si una caixa gran fos mitjana, aleshores hi hauria el mateix nombre de caixes grans i mitjanes. Si en total envasen 390 unitats del producte, determineu el nombre de caixes que hi ha de cada tipus.
7. Considereu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites i amb coeficients reals. És possible que el sistema tingui exactament dues solucions? I exactament tres solucions?. Justifiqueu les respostes.
8. Tenim dues caixes de llibres A i B. Si passem 12 llibres de la caixa A a la B, totes dues caixes tindran la mateixa quantitat de llibres. Si passem 12 llibres de la B a la A, la caixa A tindrà el triple de llibres que la caixa B. Quants llibres conté cada caixa?

9. Considerem el sistema següent:

$$\begin{cases} y + z = 2 \\ -2x + y + z = -1 \\ (2 - 2m) \cdot x + (2m - 2) \cdot z = m - 1 \end{cases}$$

- a) Discutiu en funció de m
b) Resoleu els casos compatibles

10. a) Resoleu el sistema següent i classifiqueu-lo tenint en compte el nombre de solucions fent servir el Teorema de Rouché-Frobeniüs

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y - z = 17 \\ 4x + 5y + z = 17 \end{cases}$$

- b) En vista del resultat anterior, podem afirmar que hi ha una equació que és combinació lineal de les altres dues

11. Donat el sistema d'equacions afegeix una equació perquè el sistema sigui incompatible

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{cases}$$

Afegeix una equació perquè el sistema sigui compatible indeterminat i resol el sistema obtingut.

12. Donat el sistema d'equacions

$$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 2x - z = 0 \\ -2y + z = 4 \end{cases}$$

- Feu la resolució i classifiqueu el sistema segons les seves solucions
- Té inversa la matriu de coeficients del sistema?. Justifiqueu-lo
- Obteniu, en cas que n'hi hagi, una solució del sistema que verifiqui que $x=2y$

13. Discutiu per quin valor de m la matriu A té inversa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & 1 & m-1 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$$

14. Trobeu les matrius inverses a les donades

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & -2 & 3 \\ 6 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$