Tema 2: MULTIPLES I DIVISORS

Divisibilitat

$$\begin{array}{l|l} \textit{Dividend} & \underline{\textit{Divisor}} \\ \quad \dots & \textit{Quocient} \\ \quad \textit{Residu} & \end{array}$$

Una divisió és exacte quan el residu és zero. Una divisió és entera quan el residu és diferent de zero.

Quan una divisió dona exacte diem que el dividend és divisible pel divisor i pel residu
Ex:

$$\begin{array}{r|l} 124 & \underline{\;4\;} \\ 04 & 31 \\ 0 & \end{array}$$

124 és divisible per 4
124 és divisible per 31

Múltiple

$$\begin{array}{l|l} a & \underline{b} \\ 0 & c \end{array}$$

a és múltiple de *b* i *c* → perquè la divisió entre *a* i *b* dona exacte
→ perquè $a = b \cdot c$

Ex:
6 és múltiple de 2 perquè 2·3 = 6

Ex:
25 NO és múltiple de 3 perquè no hi ha cap nombre que multiplicat perquè 3 ens doni 25

- Per obtenir múltiples d'un nombre que ens donen només cal multiplicar aquest nombre per un altre qualsevol.

Ex: múltiples de 15

$15 \cdot 1 = 15$
$15 \cdot 5 = 75$ 15, 75 i 150 són múltiples de 15
$15 \cdot 10 = 150$

Divisor

$$\begin{array}{l|l} a & \underline{\ b\ } \\ 0 & \ c \end{array}$$

b i c són divisors de *a* → perquè la divisió entre *a* i *b* dona exacte
→ perquè $a = b \cdot c$

Ex

7 i 3són divisors de 21 perquè 21:7 és exacte i $3 \cdot 7 = 21$

4 i 6 són divisors de 36 perquè 36:4 és exacte i $6 \cdot \$ = 24$

3 NO és divisor de 8 perquè 8:3 no és exacte ni 3 multiplicat per un nombre enter dona 8

- Un nombre té com a mínim dos divisors: 1 i ell mateix

- Per obtenir divisors d'un nombre anem provant de dividir-lo per 1, 2, 3, 4, … de forma que em doni exacte. Tant el divisor com el resultat de la divisió són divisors del nombre.

Ex: divisors de 15

Div (15) = { 1, 15. 3, 5 }

ja que $15 \cdot 1 = 15$
$3 \cdot 5 = 15$

Criteris de divisibilitat

Un nombre és divisible per:

2 → quan és un nombre parell

3 → quan la suma de les seves xifres és múltiple de 3 (el nombre surt a la taula del 3)

5 → quan acaba en 5 o 0

10 → quan acaba en 0

Ex: 312

si és divisible per 2 ja que és un nombre parell,
3 ja que 3+1+2 = 6 que està a la taula del 3

no és divisible per 5 ja que no acaba en 5 ni 0
10 ja que no acaba en 0

Descomposició factorial d'un nombre

Consisteix en expressar-lo com el producte de nombres primers.
Per factoritzar un nombre el dividim una o més vegades de forma succesiva per nombres primers, fins que obtenim com a resultat 1.

Ex: 180

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Anem dividint per 2 fins que ja no és possible (45 no és nombre parell), a les hores provem per altre nombre primer, en aquest cas el 3. Com 45 no el podem dividir per 2, els nombres següents que vagin sortint tampoc

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Nombre primer i nombre compost

Un nombre és primer quan només és divisible per 1 i per ell mateix
Ex:

7 és un nombre primer perquè només és divisible per 1 i per ell mateix, es a dir, només quan dividim 7 entre 1 o entre 7 la divisió és exacte.

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ... són nombres primers.

Els nombres que no són primers s'anomenen nombres compostos

Concepte de mínim comú múltiple (m.c.m)

El mínim comú múltiple de dos o més nombres és el múltiple comú als nombres més petit.
Ex: el mínim comú múltiple de 12 i 30 és 60
m.c.m (12, 30) = 60

Hi ha dos mètodes per calcular-ho:

1) - Trobem els primers múltiples dels nombres
- Escollim els múltiples comuns i, d'aquests, el menor

Ex: m.c.m (12 , 30)

Múltiples de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, …
Múltiples de 30: 30, 60, 90, 120, 150, 180, …

Múltiples comuns: 60, 120, …

m.c.m (12, 30) = 60

2) - Descomponem factorialment els nombres
- El m.c.m serà el producte dels **factors comuns i no comuns amb el major exponent**

Ex: m.c.m (12 , 30)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \cdot 3$
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

m.c.m (12, 30) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Concepte de màxim comú divisor (m.c.d)
El màxim comú divisor de dos o més nombres és el divisor comú més gran.
Ex: el màxim comú divisor de 45 i 30 és 15
m.c.d (45, 30) = 15

Hi ha dos mètodes per calcular-ho:

1) - Trobem tots els dels nombres
- Escollim els divisors comuns i, d'aquests, el major

Ex: m.c.d (45 , 30)

Divisors de 45: 1, 45, 3, 15, 5, 9
Divisors de 30: 1, 30, 2, 15, 3, 10, 5, 6

Divisors comuns: 1, 3, 5, 15

m.c.d (45, 30) = 15

2) - Descomponem factorialment els nombres
- El m.c.m serà el producte dels **factors comuns amb el menor exponent**

45	3		30	2
15	3		15	3
5	5		5	5
1			1	

$45 = 3^2 \cdot 5$ $\quad\quad$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

m.c.d (45, 30) = $3 \cdot 5 = 15$