

TEMA 2: Polinomis

Activitats

1. Completeu la taula:

	$-\frac{1}{4}x^3$	$5 + 3x^4$	$2a - a^5 + 1$
Classificació			
Variables			
Grau			

2. Calculeu el valor numèric de cada monomi pels valors indicats:

- $5x^2$ per a $x = -1$
- $-x^4$ per a $x = 2/3$
- $-2x^2y^3$ per a $x = 2$ i $y = -1$
- $-\frac{3}{5}x^2$ per a $x = -5$
- $\frac{1}{2}x$ per a $x = -2$

3. Reduiu les expressions següents:

- $5x^2 - 3x^2 + 2x - 6x^2 - x$
- $-2x^3 + 3x^2 - x^3 + 5 + 3x^3 - 2$
- $\frac{4}{3}y^3 - \frac{3}{4}y^2 + 2y - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{5}y$

4. Demostreu els productes notables següents:

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

5. Desenvolpeu els següents productes notables:

- $(x - 3)^2$
- $(3x + 4)^2$
- $(x - 3)(x + 3)$
- $(-x + 1)^2$
- $(2x - 5)(2x + 5)$

6. Completeu les identitats següents:

- a) $x^2 + 4x + \dots = (x + 2)^2$
- b) $x^2 + \dots + 49 = (x + \dots)^2$
- c) $x^2 + 2x + \dots = (x + \dots)^2$

7. Expressiu com a producte notable:

- a) $x^2 + 6x + 9$
- b) $x^2 - 2x + 1$
- c) $x^2 - 64$
- d) $4x^2 + 4x + 1$
- e) $9x^2 - 16$

8. Apliqueu el triangle de Tartaglia i calculeu els següents nombres combinatoris:

- a) $\binom{3}{0}$
- b) $\binom{5}{4}$
- c) $\binom{4}{2}$

9. Calculeu la potència dels binomis següents emprant el binomi de Newton:

- a) $(x + 2)^3$
- b) $(x - 5)^4$
- c) $(3x + 5)^3$
- d) $(2x^2 - 5)^4$
- e) $(x^3 + 2x)^5$

10. Atesos els polinomis

$$P(x) = x^2 + x - \frac{1}{4}; Q(x) = \frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{4} - x; R(x) = -5x + x^2 - 1, \text{ calcula:}$$

- a) $P(x) + Q(x) - R(x)$
- b) $2P(x) - 4Q(x) + R(x)$
- c) $-P(x) + Q(x) + \frac{1}{2}R(x)$

11. Calculeu els productes següents:

- a) $-5x(-2x^2 + 4x - 7)$
- b) $\frac{5}{8}xy\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{5}xy + 2y^2\right)$
- c) $\left(-\frac{3}{4}xy - \frac{6}{5}y^2\right)\frac{10}{9}xy^2$

12. Feu les multiplicacions següents i reduiu els termes semblants:

- a) $(2x^3 - 3)(-3x^4 - 2)$
- b) $(2x^2 - 5x - 1)(-2x - 3)$
- c) $(x - 7y^2)(3x^5 - 4x^4y^2)$
- d) $\left(\frac{2}{3}xy - \frac{5}{4}y^2\right)\left(\frac{4}{5}y^2 - \frac{3}{4}xy\right)$

13. Efectueu les operacions següents i simplifica el resultat:

- a) $(2x^2 - 1)(x + 1) + 5x(2x^2 + 3)$
- b) $(4x - 1)(2 + 3x^2) - x(5x^2 - 3x + 2)$
- c) $(x^2 + 4x + 1)3x - (x^2 + 2)(3x - 1)$

14. Calculeu les següents divisions i indiqueu el quocient residu de cadascuna d'elles:

- a) $(4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x) : (x^2 - 3x + 1)$
- b) $(-2x^4 + 3x^3 + x - 2) : (x^2 + x)$
- c) $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x^2 + 1)$
- d) $(5x^4 - 6x^2 + 2x - 3) : (x^2 - 2)$

15. Apliqueu la regla de Ruffini per calcular el quocient i el residu de les següents divisions:

- a) $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 2) : (x - 3)$
- b) $(x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x - 2)$
- c) $(3x^3 + 13x^2 + 5x) : (x + 4)$
- d) $(3x^3 - 14x^2 - 2x + 1) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$

16. Calculeu les arrels enteres dels polinomis següents:

- a) $2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$
- b) $x^3 - 3x^2 - 16x - 48$
- c) $x^4 - 1$
- d) $4x^2 + 8x - 12$
- e) $-x^2 + 17x - 72$
- f) $3x^4 - 15x^2 + 12$

17. Busqueu expressions de la forma $(x - a)$ que siguin divisores del polinomi $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ i digueu quines són les arrels

18. Calculeu, en cada cas, el valor que ha de tenir m perquè aquestes divisions siguin exactes.

- a) $(x^3 - 3x^2 + mx - 2) : (x + 1)$
- b) $(2x^4 - 5x^3 + mx^2 - 3) : (x - 1)$
- c) $(x^4 + mx^3 - 2x^2 + 3x) : (x - 2)$
- d) $(mx^2 - 7x + 3) : (x + 3)$

19. Donat el polinomi $P(x) = x(x+3)(2x-3)$, prova que $P(0)$, $P(-3)$ i $P(\frac{3}{2})$ són 0.

Quines són les arrels de $P(x)$?

20. Escriviu en cada cas, un polinomi que tingui per arrels els nombres donats

- a) 2 i -3
- b) 0 , 1 , i 2
- c) 4 , 5 i -5
- d) -1 i $\frac{3}{4}$

21. Observeu i descomposeu en factors els polinomis següents:

a) $x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 4 & 1 & -6 \\ & & 1 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \\ -2 & & -2 & -6 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array}$$

b) $3x^4 + 12x^3 - 21x^2 - 66x + 72$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 3 & 12 & -21 & -66 & 72 \\ & & 3 & 15 & -6 & -72 \\ \hline & 3 & 15 & -6 & -72 & 0 \\ 2 & & 6 & 42 & 72 & \\ \hline & 3 & 21 & 36 & 0 & \\ -3 & & -9 & -36 & & \\ \hline & 3 & 12 & 0 & & \end{array}$$

22. Descomposeu en factors els polinomis següents:

- a) $x^2 - 6x + 5$
- b) $2x^3 - 2x$
- c) $x^3 + 12x^2 + 35x$
- d) $3x^2 + 5x - 2$
- e) $3x^4 - 15x^2 + 12$
- f) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$
- g) $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$
- h) $3x^3 + 2x^2 - 27x - 18$
- i) $2x^3 + 7x^2 - 7x$
- j) $-x^8 + 13x^6 - 12x^5$

23. Simplifiqueu les fraccions següents:

a) $\frac{2x}{5x^2}$

b) $\frac{2x+2}{4x-4}$

c) $\frac{6x+3}{10x+5}$

d) $\frac{9x}{6x-15}$

e) $\frac{x^3 - x^2}{x^2 + x}$

f) $\frac{2x-2}{x^2 - 2x - 1}$

g)
$$\frac{xy^2}{6xy - 3y^2}$$

h)
$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

24. Redueu a denominador comú per fer aquestes operacions. Simplifiqueu quan sigui possible

a)
$$\frac{3}{x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x^2}$$

b)
$$\frac{2}{x^3} - \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}$$

c)
$$\frac{3x}{x-1} - 2x$$

d)
$$\frac{5x-1}{x+1} + \frac{1}{x}$$

e)
$$\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

f)
$$\frac{x-1}{2} - \frac{3}{x+1} + x$$

g)
$$\frac{x}{x^2-1} - \frac{2}{x+1}$$

h)
$$\frac{3}{(x-1)^2} - \frac{1}{5x-5}$$

25. Feu les operacions següents i simplifica els resultats

a)
$$\frac{3x}{2} : \frac{x^2}{4}$$

b)
$$\frac{4x^2}{5y^2} \cdot \frac{2x^3}{y^4}$$

c)
$$\left(\frac{2x^3}{y} : x^2 \right) \frac{3y}{x}$$

d)
$$\left(\frac{x}{x-2} : x+2 \right) \left(\frac{x^2-4}{2} \right)$$