

TEMA 3: Equacions i inequacions

Activitats

1. Resoleu:

a) $x + 2(3 - x) = 4(x - 8)$

b) $(x - 4) \cdot 5 = 2x$

c) $5(x - 3) + 8x = 6x - 5 + x$

d) $3 + 2(2x - 3) = 4x - (x + 3)$

e) $3(x + 4) - 6x = 8 - 3(x - 5)$

f) $15 - 6(2x - 4) = 8 + 2(5x - 1)$

g) $1 - x = \frac{3}{5}$

h) $1 - \frac{x}{2} = 3x - 4$

i) $2x - \frac{2}{3} = \frac{10x}{3} + 2$

j) $2 + \frac{x-1}{2} = x - 1$

k) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = \frac{5}{4} - x$

l) $\frac{x}{6} - \frac{2}{3} = x + \frac{1}{6}$

m) $\frac{4x}{8} - \frac{x+5}{12} = \frac{x}{3} - 2$

n) $2 - \frac{x}{6} + 5(x - 4) = \frac{x-1}{2}$

2. Resoleu per mètodes diferents i classifiqueu els sistemes:

a) $\left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 17 \\ 2x + 4y = 4 \end{array} \right\}$

b) $\left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 0 \\ 2x + 4y = 0 \end{array} \right\}$

c) $\left. \begin{array}{l} x - 2y = 0 \\ 3x - y = 0 \end{array} \right\}$

d) $\left. \begin{array}{l} x - 2y = 6 \\ 3x - y = 13 \end{array} \right\}$

e) $\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 15 \\ 2x - 3y = 9 \end{array} \right\}$

f) $\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 15 \\ 4x + 6y = 18 \end{array} \right\}$

g) $\left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ 3x + 6y = 15 \end{array} \right\}$

h) $\left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{array} \right\}$

3. Trobeu, si és possible, un valor de a perquè el sistema

$$\left. \begin{array}{l} 6x - 4y = 12 \\ -9x + ay = -18 \end{array} \right\}$$

- a) sigui incompatible
b) sigui compatible indeterminat

4. Resoleu els sistemes d'equacions no lineals següents:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 202 \\ x + y = 20 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} y - x^2 - 5x + 3 = 0 \\ y = 6x - 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + xy = 24 \\ x + 2y = 13 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 10 = xy \\ x + 2 = y + 5 \end{cases}$$

5. Resoleu les equacions següents:

$$\begin{aligned} \text{a) } & 3x^2 - 2x - 1 = 0 \\ \text{b) } & 5x^2 + 100x = 0 \\ \text{c) } & 3x^2 - 27 = 0 \\ \text{d) } & (x - 3)(x + 5) = 0 \\ \text{e) } & 2(x - 1)^2 = 0 \\ \text{f) } & \frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = 1 - \frac{x + 7}{12} \\ \text{g) } & \frac{x^2 - 2x + 5}{2} - \frac{x^2 + 3x}{4} = \frac{x^2 - 4x + 15}{6} \\ \text{h) } & x(x - 3) + (x + 4)(x - 4) = 2 - 3x \\ \text{i) } & (x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - 20 \\ \text{j) } & \frac{(x - 1)^2 - 3x + 1}{15} + \frac{x + 1}{5} = 0 \end{aligned}$$

6. Feu servir el discriminat $\Delta = b^2 - 4ac$, per indicar el nombre de solucions que té cada una de les equacions:

$$\begin{aligned} \text{a. } & x^2 - 5x + 7 = 0 \\ \text{b. } & x^2 - 20x + 100 = 0 \\ \text{c. } & -x^2 + 10x - 25 = 0 \\ \text{d. } & x^2 - 10x + 16 = 0 \end{aligned}$$

7. En cadascun dels apartats següents calcula el valor del coeficient que falta de manera que la equació tingui :

- i. una solució
- ii. dues solucions
- iii. cap solució

$$\begin{aligned} \text{a) } & x^2 - 6x + c = 0 \\ \text{b) } & ax^2 + 2x - 9 = 0 \\ \text{c) } & 2x^2 + bx - 10 = 0 \end{aligned}$$

8. Resoleu les equacions:

- a. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
- b. $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$
- c. $x^4 - 4x^2 = 0$
- d. $x^4 + 1 = 0$
- e. $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$
- f. $\frac{1}{4}(3x^2 - 1)(x^2 + 3) - \frac{1}{3}(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = 4x^2$
- g. $x^6 - 5x^3 + 4 = 0$
- h. $9x^8 - 46x^6 + 5x^4 = 0$

9. Resoleu les equacions irracionals:

- a) $\sqrt{3x+1} = 5$
- b) $\sqrt{5-x} + 1 = -x$
- c) $x - \sqrt{7-3x} = 1$
- d) $x - \sqrt{2x-1} = 2(x-4)$
- e) $\sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$
- f) $\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x+1} = 0$
- g) $\sqrt{4x+1} + \sqrt{x-2} = 7$
- h) $\sqrt{x} + \sqrt{2x+1} = 5$
- i) $\sqrt{x^2-4} = \frac{x}{2} - 1$
- j) $2 - \sqrt[3]{x^2 - 4x + 11} = 0$

10. Resoleu les equacions exponencials següents:

- | | |
|---|---|
| a) $3^{2-x} = 9$ | j) $2^{2x+4} - 3 \cdot 2^{x+2} + 2 = 0$ |
| b) $5^{3-x} = 125$ | k) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ |
| c) $10^{3+x} = 1$ | l) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$ |
| d) $7^{x^2-4} = 0$ | m) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ |
| e) $3^{2x-5} = \frac{1}{243}$ | n) $4^{2x} = 14^{x-1}$ |
| f) $2^{\frac{x+5}{3}} = \sqrt[4]{2^x}$ | o) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-3}$ |
| g) $5^{x-2} + 5^x + 5^{x+2} = 651$ | p) $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$ |
| h) $10^{x-2} + 10^{x-4} + 10^{x-2} = 10101$ | q) $4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$ |
| i) $2^{2x+4} + 6 \cdot 2^{x+1} - 4 = 0$ | |

11. Resoleu les equacions logarítmiques següents:

- a) $\log x + 1 = \log 2$
- b) $1 - \log x = \log x$
- c) $\log (3 - x) / \log x = 1$
- d) $2 \log x - 2 = \log x$
- e) $\log x - \log 4 - 2 \log x = 1 - \log x^2$
- f) $\log x^2 - \log x + 11/12 = 3$
- g) $\log x^2 + \log 3x - 1 = 0$
- h) $\log x + \log (x + 10) - \log \sqrt{10x} = \log \sqrt{x + 2}$
- i) $7 \log x + \log x = \log 10$
- j) $\log 1000 = 2 + \log x/10$
- k) $\lg_x a = 21 \lg_{2x} a$

12. Resoleu:

a)
$$\begin{cases} x - y = 30 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \log x + \log y - 1 = 0 \\ 2 \log x - \log y = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 15 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 2 \log y - 3 \log x = 1 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

13. Un bacteri es divideix cada 30 segons en dos nous bacteris, cadascun dels quals es torna a dividir en dos més cada 30 segons i així successivament.

- a. la funció $y = 2^{t/30}$ on $t =$ temps (s) ens dona el nombre de bacteris en cada moment?. Raoneu la resposta.
- b. quants bacteris hi hauran després de 5 minuts?
- c. quant de temps es necessita per tenir 4096 bacteris?

14. Per mesurar la intensitat dels terratrèmols es fa servir l'escala de Richter, que defineix la magnitud M d'un terratrèmol en funció de l'amplitud A de les ones superficials que ocasiona,

$$M = \log A + C$$

on C és una constant que depèn del període T de les ones enregistrades pel sismògraf i D la distància del sismògraf al epicentre del terratrèmol ($C = 3,3 + 1,6 \log D - \log T$)

Suposem que s'han produït dos terratrèmols en un mateix lloc, un amb magnitud 6 i l'altre amb magnitud 8, i que C és la mateixa, compareu la intensitat de tots dos a través de l'amplitud.

15. Una aplicació del nombre "e" és poder determinar en un assassinat el moment de la mort.

Cal aplicar la llei de Newton sobre el refredament que estableix que la velocitat a la que es refreda un cos és proporcional a la diferència entre la temperatura de l'objecte i la temperatura de l'entorn.

Això vol dir que quan un objecte està molt més calent que l'aire exterior, la seva velocitat de refredament és alta, de manera que es refreda molt ràpidament; quan un cos està una mica més calent que el seu entorn, la seva velocitat de refredament és baixa i es refreda lentament.

Una persona viva no es refreda contínuament. El metabolisme humà assegura el manteniment de la temperatura del cos a l'entorn dels 98,6° F. Però una persona morta deixa de produir calor i, per tant, comença a refredar-se seguint la llei de Newton que s'aplica amb la fórmula matemàtica següent:

$$T = T_{\text{aire}} + (T_{\text{cos}} - T_{\text{aire}}) / e^{kt}$$

on T és la temperatura del cos, t és el temps en hores després de mitjanit i k és una constant.

Determineu l'hora de l'assassinat d'una persona si sabem que $K = 0,5207$, la seva temperatura en un moment donat després de la seva mort era de 85°F i la temperatura de l'aire era de 68°F.

16. Per determinar d'una manera aproximada l'antiguitat d'un objecte que està format per matèria orgànica es mesura la quantitat de carboni 14 que conté. Els éssers vius tenen una quantitat de carboni 14 constant. Quan un ésser viu mor aquesta quantitat es va desintegrant. La funció que regula la desintegració es determina amb la següent fórmula:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-0,000124 \cdot t}$$

On Q és la quantitat de carboni 14 final, Q_0 és la quantitat de carboni 14 inicial, t és el temps.

Calculeu quina part de C 14 conserva un ésser viu 1000 anys després que hagi mort.

17. Resoleu les següents inequacions de primer grau:

a) $-x + 2 < 3$

b) $-3x + 1 > 4$

c) $5 - 2x \geq 9$

d) $-5x + 5 \geq 20$

e) $3x - 6 < 8 - 5x$

f) $x + 1 \geq 3 - 2x$

g) $4 - x \leq 7 + 3x$

h) $5 + x \geq 3x + 1$

i) $3(x + 1) + 3 < 2$

j) $5x - 3(x + 2) \geq 7 - 3x$

k) $4 \geq 2(5 - x) + 3(2x + 3)$

l) $3x + 2(x - 2) \geq 8$

m) $5(x - 2) > 3(3x + 6)$

n) $6(3 + 2x) - 5 \leq 2(x - 3)$

o) $2(3x - 5) - 7 \geq 6x - 3(5 - 3x) + 4$

p) $\frac{2x + 1}{5} \geq \frac{x - 3}{2}$

q) $\frac{x + 3}{5} - \frac{7}{2} \leq \frac{x + 1}{3}$

r) $\frac{3(1 - x)}{5} - \frac{13}{2} \leq x - \frac{x + 2}{5}$

s) $\frac{3x - 1}{6} < x + \frac{x - 1}{4} - \frac{x - 2}{3}$

t) $\frac{x + 3}{2} + \frac{x - 1}{4} \leq -x + 1$

u) $\frac{x + 1}{3} - \frac{x - 1}{2} \geq x - 1$

v) $\frac{4(3x - 1)}{3} + 1 > 5x + \frac{3(2x - 1)}{5}$

w) $\frac{2(x + 1)}{3} - \frac{x + 2}{4} < 5(x - 4)$

x) $\frac{2(x + 1)}{3} - \frac{3x - 1}{4} \geq \frac{x + 3}{2} - 5$

y) $\frac{3(x - 2)}{4} - \frac{5x + 3}{3} > \frac{x - 1}{2} - 4$

z) $\frac{1 - 2x}{4} - \frac{3x + 5}{2} < 1 - x$

18. Resoleu les següents inequacions de primer grau:

a. $\frac{x - 3}{2} < 0$

b. $\frac{x - 2}{x + 1} > 0$

c. $\frac{3x - 2}{x - 5} < 0$

d. $\frac{5 - 2x}{2x + 1} > 0$

e. $\frac{3x - 7}{4 - 3x} < 0$

19. Resoleu les següents inequacions de segon grau:

a) $x^2 - x - 2 < 0$

b) $2x^2 - 3x + 1 > 0$

c) $x^2 - x > 2x^2 - 2$

d) $x^2 + 6 < 4$

e) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

f) $(x - 2)^2 \geq 3 - 2x$

g) $(x - 1)(x + 3) < 3x - 1$

h) $x^2 - 4x + 4 > 0$

20. Sistemes d'inequacions de primer grau amb una incògnita

a)
$$\left. \begin{array}{l} 3x \leq 15 \\ 2x \geq -2 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} x + 7 \geq 3x + 1 \\ x + 1 \geq 2x + 4 \end{array} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{array}{l} 3(x - 1) + 2 \geq 2x - 3(1 - x) \\ 5x - 2 > 8 \end{array} \right\}$$

d)
$$\left. \begin{array}{l} 2(1 - x) + 6x \leq 12 - x \\ 3(x + 3) > 2(x + 3) + 1 \end{array} \right\}$$

e)
$$\left. \begin{array}{l} 2(x + 1) + 6 \geq x + 7 \\ 5(x + 3) + 1 \geq 6(x + 1) \end{array} \right\}$$

f)
$$\left. \begin{array}{l} 2x + 1 < x + 4 \\ 3(x - 2) > 2(x - 2) \end{array} \right\}$$

g)
$$\left. \begin{array}{l} 3(1 - x) + 7 \leq x + 2 \\ 3x - 1 > x + 9 \end{array} \right\}$$

21. Determineu per a quins valors de x és possible efectuar les operacions indicades:

a) $\sqrt{5 - 3x}$

b) $\sqrt{x - 3}$

c) $\sqrt{4 - 3x - x^2}$

d) $\log(2 - 5x)$

e) $\log(6 - x - x^2)$

f) $\log(x^2 - 2x + 1)$