

TEMA 4 : Funcions exponencial i logarítmica

Full de preparació

Aquest full s'ha de lliurar el dia de la prova

Nom: Curs:

1. Resoleu les equacions exponencials següents:

$$a) 3^{x+1} = 27$$

$$b) 5^{x^2-2x} = 125$$

$$c) 2^{x^2-3x} = 1$$

$$d) 3^{2x-5} = \frac{1}{27}$$

$$e) \sqrt{a^{1-x^2}} = a^{-4}$$

$$f) \sqrt[6]{a^{x-1}} \cdot \sqrt{a^{2x+3}} \cdot \sqrt[3]{a^{x-2}} = \sqrt[6]{a^{8x+11}}$$

$$g) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 9477$$

$$h) 4^{x-1} - 4^{x-2} - 4^{x-3} = 2816$$

$$i) 4^x - 2^x = 992$$

$$j) 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$$

$$k) 2^{x+1} + 4^{x-1} = 96$$

$$l) 2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$$

$$m) 5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$$

$$n) 4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$$

2. Trobeu la x

$$a) \lg_x \sqrt{2} = 4$$

$$h) \log_{\frac{4}{3}} x = -\frac{1}{2}$$

$$b) \lg_3 \frac{1}{3} = x$$

$$i) \ln x = -2$$

$$c) \lg_x 121 = 2$$

$$j) \log_{\frac{3}{2}} 1 = x$$

$$d) \lg_x 3 = 1$$

$$k) \lg_x \frac{1}{32} = -5$$

$$e) \log_x 1 = 0$$

$$l) \log x = -3$$

$$f) \ln e^6 = x$$

$$m) \ln 1 = x$$

$$g) \lg_3 \sqrt{3} = x$$

$$n) \log_x 11 = 2$$

3. Expressiu aplicant les propietats els següents logaritmes en funció de $\log 2$ i $\log 3$

$$a) \log 30$$

$$e) \log 60$$

$$b) \log 15$$

$$f) \log \sqrt{270}$$

$$c) \log 600$$

$$g) \log \sqrt{18}$$

$$d) \log 36$$

$$h) \log 108$$

4. Expressen en logaritme neperià

- a) $\lg_2 5$
- b) $\lg_2 32$
- c) $\lg_3 8$
- d) $\lg_4 810$
- e) $\lg_{27} 4$
- f) $\lg_5 7$
- g) $\lg_{18} 17$
- h) $\log 5$

5. Reduir a un únic logaritme:

- a) $\log 4a - 3 \log a + 8 \log 10$
- b) $2 \log b - 5 \log b + \frac{1}{2} \log b$
- c) $\frac{3}{5} \log 4a - 2 \log a + \frac{4}{3} \log a$
- d) $3 \log x + 5 (2 \log y + 4 \log x)$

6. Resoleu:

- a) $3 \log_2 x - 4 \log_2 8 = 3 \log_2 3$
- b) $\ln (5 - x) = \ln 2 + \ln (4 - x)$
- c) $\log (x^2 + 2x - 39) - \log (3x - 1) = 1$
- d) $2 \log x = 2 + \log (x - 16)$
- e) $\log \sqrt[4]{x^3} - \log \sqrt{10} = \frac{1}{4}$
- f) $5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \log x - \log \frac{32}{9}$
- g) $\log x^2 = \log (x + \frac{11}{10}) + 1$
- h) $(x^2 - 5x + 9) \log 2 + \log 125 = 3$

7. Un element radioactiu es desintegra en funció del temps t , mesurat en segons (s), segons l'expressió:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Essent

- $N(t)$ = nombre d'àtoms radioactius existents en l'instant t
- N_0 = nombre d'àtoms radioactius existents en l'instant $t = 0$
- λ = Constant de desintegració que depèn de l'element (s^{-1})

La constant de desintegració del bari és $\lambda = 0,0578 s^{-1}$. Calculeu el temps que ha de transcórrer perquè es desintegri un 80% d'una certa quantitat inicial d'àtoms.

8. Quan es fa una inversió normalment es treballa amb interès compost, es a dir, els interessos obtinguts al final de cada període s'afegeixen al capital inicial i es reinverteixen.

Si invertim un capital C_0 a un rèdit de $r\%$ durant t anys, el capital final C_f obtingut a interès compost serà

$$C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$$

- a) Quin serà el capital final obtingut passats 5 anys, per un capital inicial de 130000€ a un 12% anual
- b) Quant de temps cal tenir dipositats 200 € al 6% per obtenir 267,65 € al final del període?
9. La població d'una espècie animal en perill d'extinció es redueix segons la funció de decreixement exponencial $f(x) = k \cdot b^x$. Fa 12 anys es van comptabilitzar 1994 individus de l'espècie i actualment n'hi ha 1296.
- Si es manté el decreixement exponencial, en quants anys s'arribarà al punt en què l'extinció es considera inevitable, xifrat pels científics en cent individus?