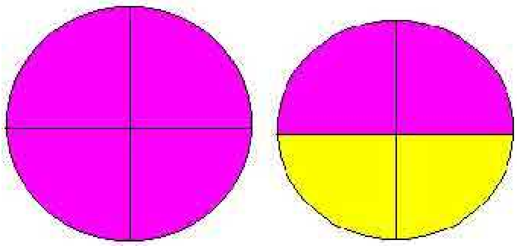
Tema 4: NOMBRES RACIONALS

Nombres racionals

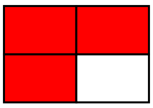
L'expressió $\frac{a}{b}$ s'anomena fracció. A a numerador, i a b denominador.

El denominador representa el nombre de parts iguals en les que dividim cada unitat i el numerador el nombre d'aquestes parts que agafem. Si no tenim prou amb una unitat agafem una altre. Ex:

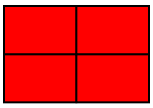


$$\frac{6}{4}$$

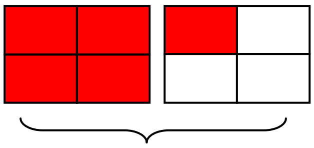
Fraccions menor, majors o iguals que la unitat



$$\frac{3}{4} \prec 1$$



$$\frac{4}{4} = 1$$



$$\frac{5}{4} \succ 1$$

Si el numerador és mes petit que el denominador, la fracció és menor que 1 Si el numerador és igual que el denominador, la fracció és igual a 1
Si el numerador és més gran que el denominador, la fracció és major que 1

Fracció d'un nombre

Com en el cas d'una figura geomètrica podem trobar la fracció d'un nombre, cal multiplicar el numerador pel nombre i dividir el resultat pel denominador.

Ex:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 60 \rightarrow \frac{2}{3} \cdot 60 = \frac{120}{3} = 40$$

(Pensem que tenim 60 caramels i els dividim en tres paquets de 20 caramels cadascú, si d'aquests paquests agafem dos tindrem 40 caramels)

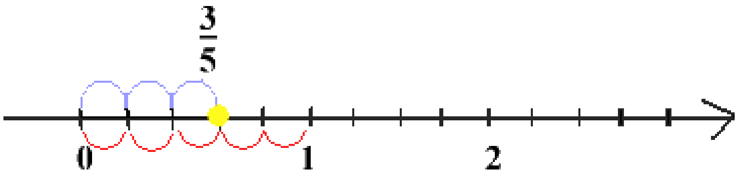
Representació gràfica

Per representar gràficament una fracció en una recta,

a) dividim cada unitat en tantes parts iguals com indica el denominador, començant del 0 a la dreta si el nombre és positiu, i del 0 cap a l'esquerra en el cas de nombre negatiu.

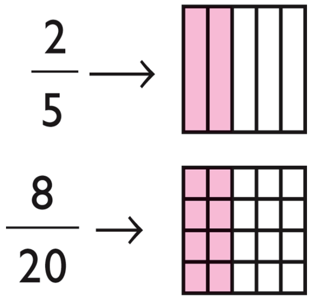
b) començant des de 0 agafem tantes parts com indica el numerador.

Ex:



Fraccions equivalents. Representen la mateixa quantitat.

Ex:



Per saber si dues fraccions són equivalents:

a) fem la divisió entre numerador i denominador, i si dona el mateix valor són equivalents;

b) multipliquem el numerador d'una fracció pel denominador de l'altre, i al reves. Si són equivalents donarà el mateix resultat.

Ex: $\frac{5}{4}$ i $\frac{20}{16}$ $\qquad 5:4 = 1,2 \qquad 5\cdot16 = 80$

$\qquad 20:16 = 1,2 \qquad 20\cdot4 = 80 \qquad$ Si

Per obtenir fraccions equivalents a una donada, multipliquem o dividim, numerador i denominador, pel mateix nombre.

Ex:

$$\frac{12}{20} \rightarrow \frac{3}{5} \ (:4) \qquad\qquad \frac{12}{20} \rightarrow \frac{36}{60} \ (\cdot 3)$$

Operacions

a) Suma i resta. Cal que tots els nombres tinguin el mateix denominador

- Posem com a nou denominador el m.c.m dels denominadors.
- Multipliquem els numeradors pel resultat de la divisió: numerador nou / numerador vell
- Sumem i/o restem els numeradors mantenint el denominador.

Ex:

$$\frac{3}{4}+2-\frac{1}{5}=\frac{3\cdot 5}{\underset{20:4}{20}}+\frac{2\cdot 20}{\underset{20:1}{20}}-\frac{1\cdot 4}{\underset{20:5}{20}}=\frac{15}{20}+\frac{40}{20}-\frac{4}{20}=\frac{51}{20}$$

↓

m.c.m = $2^2 \cdot 5 = 20$

b) Producte: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

Ex: $\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}=\frac{3\cdot 5}{2\cdot 4}=\frac{15}{8}$

Ex: $\frac{2}{5}\cdot 3=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{1}=\frac{6}{5}$

El signe del resultat serà el signe resultant de multiplicar els signes dels factors (dels nombres que es multipliquen)

Ex:

$$\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{-2}{3}\right)=-\frac{2}{15}$$

c) Divisió: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$. (Observeu que es converteix la divisió en producte)

Ex: $\left(-\frac{3}{2}\right):\frac{9}{6}=-\frac{3\cdot 6}{2\cdot 9}=-\frac{18}{18}$

Simplificació de fraccions

Podem:

a) Dividir numerador i denominador per divisors comuns.

Ex:

$$\frac{240}{128} \overset{:4}{=} \frac{60}{32} \overset{:2}{=} \frac{30}{16} \overset{:2}{=} \frac{15}{8}$$

b) Descompondre factorialment numerador i denominador, eliminant els factors que es repeteixen a dalt i a baix.

Ex:

$$\frac{3246}{5184} = \frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 67}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3} = \frac{67}{108}$$

La fracció obtinguda no es pot simplificar més, s'anomena fracció irreductible.