

TEMA 5 : Funció exponencial i logarítmica

Activitats

1. Simplifiqueu:

- a) $x^4 \cdot x^3$
- b) x^4 / x^3
- c) $(x^3)^6$
- d) $3^x \cdot 3^{2x}$
- e) $5^x / 5^{3x}$
- f) $(2^x)^{2x}$

2. Resol les equacions exponencials següents:

- a) $3^{2-x} = 9$
- b) $5^{3-x} = 125$
- c) $10^{3+x} = 1$
- d) $7^{x^2-4} = 0$
- e) $3^{2x-5} = \frac{1}{243}$
- f) $2^{\frac{x+5}{3}} = \sqrt[4]{2^x}$
- g) $5^{x-2} + 5^x + 5^{x+2} = 651$
- h) $10^{x-2} + 10^{x-4} + 10^{x-2} = 10101$
- i) $2^{2x+4} + 6 \cdot 2^{x+1} - 4 = 0$
- j) $2^{2x+4} - 3 \cdot 2^{x+2} + 2 = 0$
- k) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$
- l) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$
- m) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$
- n) $4^{2x} = 14^{x-1}$
- o) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-3}$
- p) $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$
- q) $4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$

3. Fes servir la definició de logaritme i calcula:

- a) $\lg_2 8$
- b) $\lg_2 1024$
- c) $\log_3 243$
- d) $\log_5 125$
- e) $\log_5 \frac{1}{625}$
- f) $\log 10.000$
- g) $\lg_{4/5} 4/5$
- h) $\lg_{10} 1000$
- i) $\lg_3 1/9$
- j) $\lg_3 81$
- k) $\lg_2 1/16$
- l) $\lg_4 64$
- m) $\lg_{1/4} 64$
- n) $\lg_2 32$
- o) $\lg_{2/3} 27/8$
- p) $\lg_{2/3} 4/9$
- q) $\lg_{10} 0,0001$
- r) $\lg_{1/7} 1/49$
- s) $\lg_{325} 1$
- t) $\ln e^3$
- u) $\ln \frac{1}{e^7}$
- v) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = x$
- w) $\log_5 \sqrt{125}$

4. Trobeu la x

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) $\lg_x 81 = 4$ | h) $\lg_x 1/e = -1$ |
| b) $\lg_2 x = 5$ | i) $\ln x = -2$ |
| c) $\lg_7 1/49 = x$ | j) $\lg_x 4 = 1/16$ |
| d) $\lg_3 27 = x$ | k) $\lg_x 9/25 = 2$ |
| e) $\log 100 = x$ | l) $\log x = 4$ |
| f) $\ln e^2 = x$ | m) $\ln 1 = x$ |
| g) $\lg_x 3 = 1$ | n) $\lg_x 3/5 = -1$ |

5. Donades les funcions $y = 4^x$ i $y = 4^{-x}$, calcula les imatges de -2, -1, 0, 1, 2 i fes-ne les gràfiques aproximades. Fes una comparació de les gràfiques.

6. Donades les funcions $y = \log_4 x$ i $y = \log_{1/4} x$, calcula les imatges de $\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, 1, 4, 16$ i fes-ne les gràfiques aproximades. Fes una comparació de les gràfiques.

7. Representeu gràficament les següents funcions i indiqueu les seves característiques:

- $y = 3^x$
- $y = 2^x$
- $y = (1/2)^x$
- $y = (1/3)^x$
- $y = \lg_2 x$
- $y = \lg_3 x$
- $y = \log x$

Què observeu dels gràfics $y = 3^x$ i $y = \lg x$?

I si compareu $y = 2^x$ i $y = 3^x$? Representeu aproximadament $y = e^x$

Compareu $y = \lg_2 x$, $y = \lg_3 x$ i $y = \log x$, què observeu?. Representeu $y = \ln x$

8. Un bacteri es divideix cada 30 segons en dos nous bacteris, cadascun dels quals es torna a dividir en dos més cada 30 segons i així succesivament.

- la funció $y = 2^{t/30}$ on t = temps (s) ens dona el nombre de bacteris en cada moment?. Raoneu la resposta.
- quants bacteris hi hauran després de 5 minuts?
- quant de temps es necessita per tenir 4096 bacteris?

Sabem que la temperatura normal del cos és de 98,6°F, llavors aquest és el moment de la seva mort. Així:

$$98,6^\circ = 68^\circ + (85^\circ - 68^\circ) / e^{0,5207 \cdot t}$$

Operant els termes resulta: $(30,6^\circ) \cdot e^{0,5207 \cdot t} = 17^\circ$

$$e^{0,5207 \cdot t} = 17^\circ / 30,6^\circ = 0,5556$$

Per tant, si apliquem el càlcul de logaritmes resulta:

$$0,5207 \cdot t = \ln(e^{0,5207 \cdot t}) = \ln(0,5556) = -0,5878$$

$$t = -0,5878 / 0,5207 = -1,13 \text{ hores} = -68 \text{ minuts}$$

Amb això sabem, gràcies a l'ajuda del nombre e, que aquesta persona va morir 68 minuts abans de les dotze de la nit, és a dir, a les 22:52 h.

