

TEMA 5: Límit de funcions. Continuitat

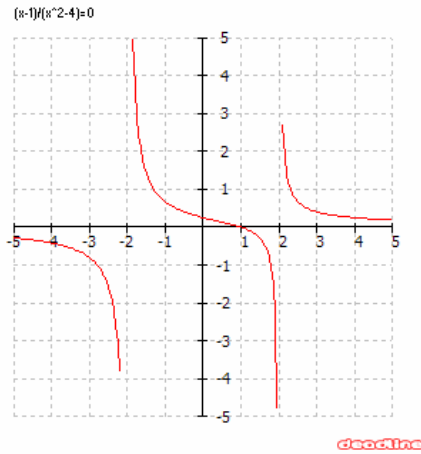
Full de preparació

Aquest full s'ha de lliurar el dia de la prova

Nom: Curs:

1. Observeu els gràfics següents i contesteu:

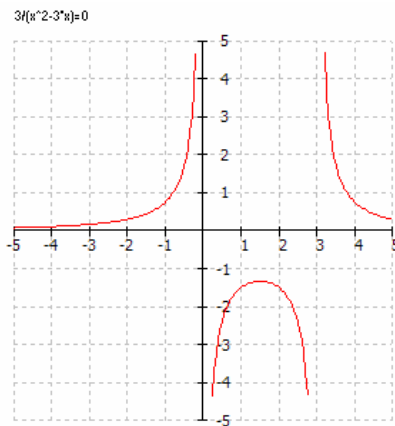
a)



- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

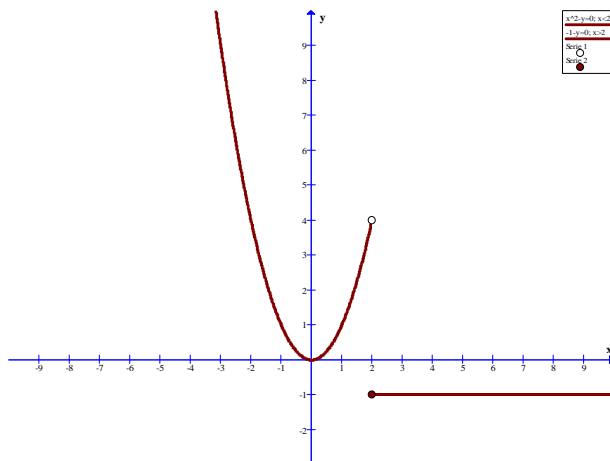
b)



- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

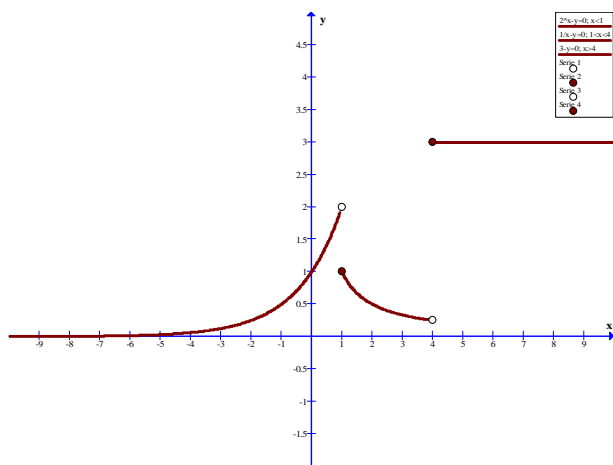
c)



- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

d)



- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

2. Calculeu el següents límits:

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 6x + 1)$	2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 2x + 1)$	3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + x)$
4) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - a^2}$	5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + 1}$	6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} \right)$
7) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + 1}$	8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{x^2 - 4x + 4}}$	9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{-2x^4 + 3x^3 - 6}$
10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2}$	11) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$	12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{2x^2 - 6x}$
13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^2}{x^5 + 1}$	14) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^5 + x^2}{2x^2 - 1}$	15) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$
16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}{\sqrt{x}}$	17) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\sqrt[3]{x^2 + 2} - x \right)$	18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$
19) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x-1}{2x-4} \right)^{\frac{1}{x-3}}$	20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 2} - 4}$	21) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x+1}$
22) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$	23) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{x^4 - x^3 + x - 1}$	24) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+1)^3}{(x+3)^4}$
25) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4}{x^4 + 4x^3 + 4x^2}$	26) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 + 4x^2 - 11x - 2}$	27) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 6x^2 + 8x - 3}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$
28) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} - \frac{x^2-4}{x-2} \right)$	29) $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x+2}{\sqrt{x+3} - 1}$	30) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{x+3} - 1}$
31) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{\sqrt{x+3} - 1}$	32) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+3} - 1}$	33) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{\sqrt{x+3} - 1}$
34) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x$	35) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}}$	36) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)^{\frac{1}{x}}$
37) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{2x+7}{1-x} \right)^{\frac{1}{x+2}}$	38) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2-1}{3x^2+5} \right)^{x^3}$	39) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{2x-5}{3x-6} \right)^{\frac{-1}{x-4}}$
40) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{2x-5}{3x-6} \right)^{\frac{1}{(x-4)^2}}$	41) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x-x^2}{x-2x^2} \right)^{\frac{x}{x^3-1}}$	42) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{2x-5}{3x-6} \right)^{\frac{1}{(x-4)^2}}$
43) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x+3}{7x^2+3} \right)^{\frac{-1}{x^2}}$	44) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x^4 - 7x^2}}{2x + \sqrt{18+x}}$	45) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x^3 + x}}{4x^2 + x}$
46) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{x - \sqrt{x^2 + x - 5}}$	47) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 - 5} \right)$	48) $\lim_{x \rightarrow 81} \frac{x - 81}{\sqrt{x} - 9}$
49) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^6 + 3} - x^2 \right)$	50) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{3x^2 + 1} \right)^{2x}$	51) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^3 - 2}{x^3 + x} \right)^{\frac{x^2+2}{x}}$

3. Estudieu la continuïtat de les següents funcions definides a trossos, en cas de que no siguin contínues, indiqueu els punts i el tipus de discontinuïtat

a)

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 0 \\ 2-x & \text{si } x \in [0, 2] \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x^2-4x+3} & \text{si } x \neq 1,3 \\ 5 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

c)

$$f(x) = \begin{cases} 9-x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 3x+2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

d)

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -2 \\ (x-1)^2 & \text{si } x \in [-2, 0) \\ -(x+1)^2 & \text{si } x \in (0, 2] \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

4. Quin valor ha de tenir k en cada una de les següents funcions perquè aquestes siguin contínues?

$$\text{a. } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+5x}{x^2+4x-5} & x \neq 5 \\ k & x = 5 \end{cases}$$

$$\text{b. } f(x) = \begin{cases} \frac{6x+6}{x^2-1} & x < -1 \\ 2x+k & x \geq -1 \end{cases}$$

5. Considereu la funció definida per:

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} & \text{si } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

on "a" és un nombre real. Per quins valors del paràmetre "a" la funció és contínua en $x = 0$?

6. Donada la funció:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ ax + b & 0 < x < 2 \\ \frac{x^2 + 2}{x + 1} & x \geq 2 \end{cases}$$

Trobeu a i b per tal que la funció sigui contínua.

7. L'espai recorregut per un mòbil en funció del temps ve donat per la funció següent:

$$f(t) = \begin{cases} 3t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ 3t + a & \text{si } 2 \leq t \leq 5 \\ -t^2 + 13t + b & \text{si } 5 < t \end{cases}$$

determineu els valors de a i b perquè la funció sigui contínua