Tema 5: POTÈNCIES I ARRELS

Potències. Consisteix en multiplicar factors iguals: $a^b = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots\ldots \cdot a}_{\text{“b” vegades}}$

on a – base i b – exponent. Ex: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

Propietats:

i) $\mathbf{a^1=a}$ Ex: $5^1 = 5$

ii) $\mathbf{a^0=1}$ Ex: $(-2)^0 = 1$

iii) Signe de la potència

Exponent / Base	Nº parell	Nº senar
Positiu	+	+
Negatiu	+	-

iv) Operacions.

En general, per fer operacions amb potències, es calculen aquestes i es fan les operacions indicades.

Ex$_1$: $3^2 + 5^2 - 2^3 = 9 + 25 - 8 = 26$

Ex$_2$: $2^5 \cdot 5^3 = 32 \cdot 125$

Hi han casos especials on es poden fer alguns passos que simplifiquen la feina, es tracta de **producte i divisió de potències amb la mateixa base**

$\mathbf{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ Ex: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

$\mathbf{a^m : a^n = a^{m-n}}$ Ex: $2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$

iv) Potència d'un producte o d'una divisió:

$\mathbf{(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m}$ $\mathbf{(a : b)^m = a^m : b^m}$

Ex:

$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$
$12^2 = 9 \cdot 16$
$144 = 144$

$(36:4)^2 = 36^2 : 4^2$
$9^2 = 1296 : 16$
$81 = 81$

v) Potència d'una potència:

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ Ex: $(2^3)^2 = 2^6$

Arrel. És l'operació inversa d'elevar a una potència

$\sqrt[n]{a} = b$ $b^n = a$ a = radicand
n = índex

Ex:

$\sqrt{81} = \pm 9$ ja que $9^2 = 81$
$(-9)^2 = (-9) \cdot (-9) = 81$

$\sqrt[4]{81} = \pm 3$ ja que $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

$\sqrt[5]{-32} = -2$ ja que $(-2)^5 = -32$

Propietats:

1. Signe de l'arrel

Index / Radicand	Nº parell	Nº senar
Positiu	±	+
Negatiu	no existeix	-

2. Operacions
a)Suma i resta. Primer hem de calcular l'arrel i desprès fer l'operació.
Ex: $\sqrt{64} + \sqrt{4} - \sqrt{100} = 8 + 2 - 10 = 0$

b)Producte i divisió.
En general, primer farem l'arrel i desprès el producte o la divisió.
Ex:
$\sqrt{9} \cdot \sqrt[3]{-64} = 3 \cdot (-4) = -12$

Si les arrels que es multipliquen o es divideixen tenen el mateix índex, podem primer multiplicar o dividir, i desprès fer l'arrel

Ex: $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{25 \cdot 4}$

$5 \cdot 2 = \sqrt{100}$

$10 = 10$

c) Potència d'una arrel $\boldsymbol{(\sqrt[n]{a})^{b} = \sqrt[n]{a^{b}}}$. Ex: $(\sqrt{4})^{3} = \sqrt{4^{3}}$

$2^{3} = \sqrt{64}$

$8 = 8$

d) Arrel d'una arrel $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$. Ex: $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = \pm\ 2$

3. $\sqrt[n]{a^{n}} = a$. Ex: $\sqrt{4^{2}} = 4$

4. $\sqrt[n]{a^{m}} = a^{\frac{m}{n}}$. Ex: $\sqrt[3]{2^{5}} = 2^{\frac{5}{3}}$