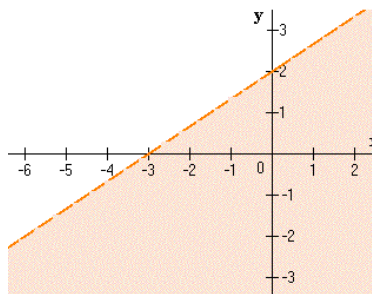


TEMA 6 : Programació lineal

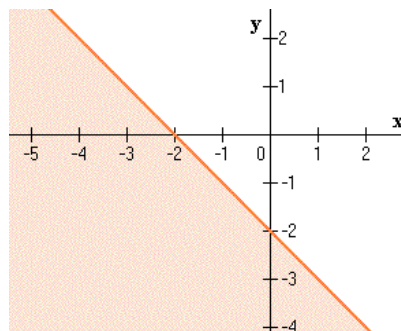
Activitats

1. Representeu el semiplà definit per $3x-2y \leq 1$.
 - a) El punt $(2,3)$ pertany a la regió?
 - b) Trobeu un punt d'aquesta regió
2. Resoleu gràficament les inequacions:
 - a) $x \leq 2$
 - b) $y > -3$
 - c) $4x - y < 2$
 - d) $3x + 4y - 2 \geq 0$
3. Determineu les inequacions que tenen com a solució les regions indicades

a)



b)



4. Representeu la regió factible donada pel sistema d'inequacions:

a)
$$\begin{cases} x \leq 2 \\ y \geq -1 \\ x + y \geq -1 \\ x - 3y \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \geq 3 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ y + 2x \leq 4 \end{cases}$$

5. Dibuixeu la regió del pla formada pels punts (x, y) que compleixen les desigualtats següents

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \\ 2x + y \geq 1 \end{cases}$$

6. Representeu la regió solució del sistema d'inequacions

$$\begin{cases} 3x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq -1 \end{cases}$$

Determineu tres punts d'abscissa -2 i ordenada entera que siguin solució del sistema.

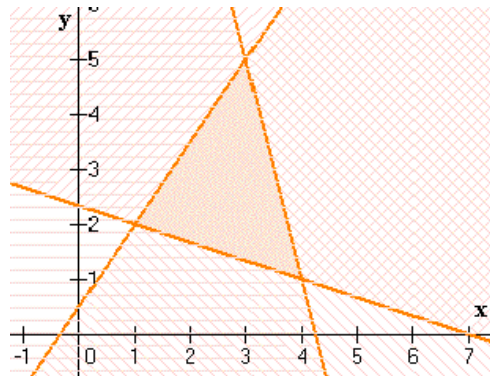
7. Donat el sistema

$$\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 5 \\ x \leq 5y \end{cases}$$

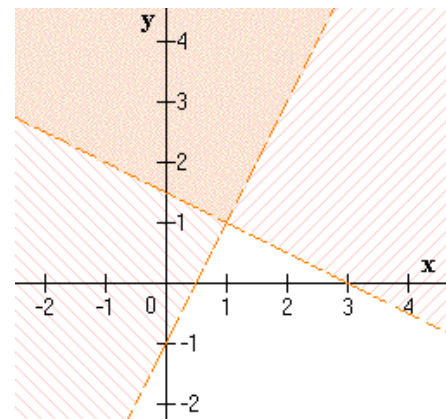
Trobeu la solució gràfica i totes les solucions numèriques enteres

8. Determineu un sistema d'inequacions per a cada regió representada

a)



b)



9. Escriviu un sistema d'inequacions que tinguin com a zona de solució l'interior del quadrilàter amb vèrtexs $A = (1, 1)$, $B = (4, 2)$, $C = (2, 5)$ i $D = (-1, 4)$

10. Determineu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle del pla amb vèrtexs $(0, 0)$, $(2, 3)$ i $(3, 1)$

11. Afegeix una o més inequacions al sistema

$$\begin{cases} x \leq y \\ 3y \leq x + 12 \end{cases}$$

perquè la regió de les solucions sigui:

- a) un triangle
- b) un paral·lelogram

12. Donades les desigualtats

$$\begin{cases} x - 2y \leq 4 \\ 2x + y + 2 \geq 0 \\ 3y \leq 4 - x \end{cases}$$

- a) Representeu gràficament la regió del pla que defineixen
- b) Trobeu els vèrtexs del polígon
- c) Trobeu els valors màxim i mínim de la funció $f(x,y) = x+y$ en aquesta regió

13. Representeu gràficament la regió

$$\begin{cases} y + 3x \geq 6 \\ y + 1 \leq 0 \end{cases}$$

Calculeu el valor màxim i mínim, si existeixen, de la funció $f(x,y) = 3y - 8x$

14. Representeu gràficament la regió determinada per les restriccions següents:

$$2x + y \leq 6 \quad -x + y \leq 3 \quad 4x + y \leq 10 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

i determineu els vèrtexs. Calculeu el màxim de la funció $f(x,y) = 4x + 2y - 3$ en el recinte anterior i indica on s'assoleix.

15. Determineu els valors màxim i mínim de la funció $z = 5x + 3y$ subjecta a les restriccions: $3x + y \geq 4$, $x + y \leq 6$, $0 \leq y \leq 5$ i $x \leq 5$.

16. Un taller pot produir per dia com a màxim 12 articles del tipus A i 20 del tipus B. Cada dia el servei tècnic pot controlar un mínim de 20 articles i un màxim de 25, independentment del tipus.
- Siguin x i y el nombre d'articles produïts per dia dels tipus A i B, respectivament. Expressen les condicions anteriors mitjançant un sistema d'inequacions en x i y .
 - Representeu la regió del pla determinada per aquest sistema
 - Sabem que el benefici de produir els articles de tipus A és el doble del que s'obté amb els articles de tipus B. Trobeu quants articles de cada tipus ha de produir el taller per obtenir un benefici màxim.
17. En una empresa es fabriquen dos tipus de peces que anomenarem A i B. Per fabricar una peça del tipus A es necessiten 2 quilos d'un metall i per fer-ne una de tipus B, 4 quilos del mateix metall. L'empresa disposa com a màxim de 100 kg de metall i no pot fabricar més de 40 peces de tipus A ni més de 20 de tipus B.
- Doneu un sistema d'inequacions que representi les restriccions en la fabricació que té l'empresa
 - Determineu gràficament els punts del pla que verifiquen aquest sistema
 - De les solucions obtingudes, quin són els possibles valors de peces de cada tipus (han de ser enteres) si es volen exhaurir els 100 kg de metall?. Expliqueu detalladament què feu per trobar-los.
18. Una empresa de telefonia mòbil fabrica dos models de telèfon: A i B. El nombre total de telèfons fabricats mensualment no supera els 3000. També sabem que sempre es fabriquen almenys 1000 unitats de telèfons A i que la meitat de telèfons A no supera la tercera part de telèfons B. Si els telèfons A generen un benefici de 40 € per unitat i els B generen un benefici de 20 € per unitat, trobeu la quantitat de cada classe que s'ha de fabricar per obtenir un benefici també màxim i també aquest benefici màxim.
19. Els alumnes d'un institut disposen de 300 samarretes, 400 llapis i 600 bolígrafs per finançar-se un viatge. Tenen la intenció de vendre'ls en dos tipus de lots: el lot A consta d'una samarreta, tres llapis i dos bolígrafs i el venen per 9 euros. El lot B consta d'una samarreta, dos llapis i quatre bolígrafs i el venen per 11 euros. Calcula quants lots de cada tipus han de vendre per treure'n el benefici màxim i esbrina també quin és aquest benefici màxim.
20. En un jardí municipal es volen plantar un mínim de 1200 geranis, 3200 clavells i 3000 margarides. Una empresa A ofereix un lot que conté 30 geranis, 40 clavells i 30 margarides per 15 euros. Una altra empresa B ofereix un lot de deu geranis, 40 clavells i 50 margarides per 12 euros. L'ajuntament compra x lots a l'empresa A i y lots a l'empresa B.
- Determina les inequacions que representin les restriccions a les quals estan sotmesos els valors de x i y perquè compleixin les condicions de plantació
 - Representa gràficament la regió del pla que satisfà aquestes equacions
 - Esbrina el nombre de lots de cada tipus que fa que la despesa sigui mínima
 - Troba quants geranis, clavells i margarides adquireix l'ajuntament amb la compra de preu mínim i quantes plantes i de quin tipus han adquirit per sobre del mínim que es vol plantar.