

TEMA 6: Derivades. Tècniques de derivació

Full de preparació

Aquest full s'ha de lliurar el dia de la prova

Nom: Curs:

1. Calculeu, mitjançant la definició de derivada, la derivada de les funcions següents en els punts indicats:

a) $f(x) = x^2 + 2x$ en $x = -1$

b) $f(x) = \frac{2+x}{x}$ en $x = 2$

c) $f(x) = \sqrt{x-1}$ en $x = 3$

2. Calculeu, mitjançant la definició de derivada, la derivada de les funcions anteriors.

3. Calculeu les següents derivades:

1) $f(x) = 5$	2) $f(x) = -2x$	3) $f(x) = -2x + 2$
4) $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$	5) $f(x) = -2x^2 - 5$	6) $f(x) = 2x^4 + x^2 - x^2 + 4$
7) $f(x) = \frac{x^3 + 2}{3}$	8) $f(x) = \frac{1}{3x^2}$	9) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
10) $f(x) = (5x^2 - 3) \cdot (x^2 + x + 4)$	11) $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + 3x)$	12) $f(x) = \frac{3x^3 + x + 2}{5x^2 + 1}$
13) $f(x) = \frac{5}{x^5}$	14) $f(x) = \frac{5}{x^5} + \frac{3}{x^2}$	15) $f(x) = \sqrt{x}$
16) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	17) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$	18) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}$
19) $f(x) = (x^2 + 3x - 2)^4$	20) $f(x) = \frac{3(x^2 + 2)^3}{5}$	21) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$
22) $f(x) = \sqrt[4]{x^5 - x^3} - 2$	23) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}}$	24) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$
25) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$	26) $f(x) = 10^{\sqrt{x}}$	27) $f(x) = e^{3-x^2}$
28) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	29) $f(x) = 3^{2x^2} \cdot \sqrt{x}$	30) $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$

31) $f(x) = 2^{x^2-1}$	32) $f(x) = 3^{\sqrt{x^2-1}}$	33) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$
34) $f(x) = x^3 \cdot e^{-3x}$	35) $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{x}}$	36) $f(x) = \ln(2x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x)$
37) $f(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$	38) $f(x) = \log\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$	39) $f(x) = \ln\sqrt{x(1-x)}$
40) $f(x) = \ln\sqrt[3]{\frac{3x}{x+2}}$	41) $f(x) = \log_2(x^4 - 3x)$	42) $f(x) = \sqrt[3]{\log_4 3x}$
43) $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$	44) $f(x) = x^5 \cdot \ln x$	45) $f(x) = \ln^5 3x = (\ln 3x)^5$
46) $f(x) = \ln\frac{(x-2)^3}{\sqrt{2x-1}}$	47) $f(x) = \operatorname{sen}\frac{1}{2}x$	48) $f(x) = \cos(7-2x)$
49) $f(x) = 3\operatorname{tg} 2x$	50) $f(x) = \sec(5x+2)$	51) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{sen} x}$
52) $f(x) = \operatorname{sen}^3 3x$	53) $f(x) = \operatorname{cotg}(3-2x)$	54) $f(x) = \cos\frac{x+1}{x-1}$
55) $f(x) = \sqrt{\frac{1-\operatorname{sen} x}{1+\operatorname{sen} x}}$	56) $f(x) = \operatorname{sen} x^4$	57) $f(x) = \operatorname{sen}^4 x$
58) $f(x) = \frac{\cos x}{5}$	59) $f(x) = \cos(3x^2 + x - 1)$	60) $f(x) = \frac{1}{2}\cos^2 5x$
61) $f(x) = \operatorname{tg}\sqrt{x}$	62) $f(x) = \operatorname{cotg} 4x^2$	63) $f(x) = \operatorname{cotg}^2 4x$
64) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen}\sqrt{x^2-4}$	65) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{cose}^x$	66) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg}\sqrt{x}$
67) $f(x) = \operatorname{arctg}\frac{1+x}{1-x}$	68) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen}(2x-3)$	69) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 3x^2$
70) $f(x) = \operatorname{arc} \cos x^2$	71) $f(x) = \ln \operatorname{sen} x$	72) $f(x) = \ln \cos 2x$
73) $f(x) = \ln \operatorname{tg}(1-x)$	74) $f(x) = \ln\sqrt{\frac{1+\operatorname{sen} x}{1-\operatorname{sen} x}}$	75) $f(x) = \operatorname{sen}\sqrt{\ln(1-3x)}$
76) $f(x) = \operatorname{tg}(\operatorname{sen}\sqrt{5x})$	77) $f(x) = \operatorname{sen}^2(\cos 2x)$	78) $f(x) = \cos 3^x$

4. Calculeu les següents derivades

1) $y = (x^3 + 3x - 2)^{(5x+7)}$	2) $y = (\ln x)^{\sqrt{x}}$	3) $y = (\sin x)^{\cos x}$
4) $y = \sqrt[2]{\arccos x}$	5) $y = x^{\operatorname{artg} x}$	6) $y = (\arcsin x)^{\ln x}$

5. Calculeu la derivada n-èsima de les següents funcions:

1) $f(x) = 3x^4 + 5x^2 + 2x - 5$	$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 12$	3) $f(x) = \text{sen } x$
4) $f(x) = \frac{1}{2-x}$	5) $f(x) = \ln x$	6) $f(x) = e^{-3x}$

6. Calculeu la deriva implícita de les següents funcions:

1) $6x - 2y = 0$	2) $x^2 + y^2 - 7 = 0$
3) $x^2 y - x y^2 + y^2 = 7$	4) $x^2 \text{sen}(x+y) - 5y e^x = 3$

7. Trobeu el punt en que la funció $y = |x + 2|$ no te derivada. Justifiqueu el resultat representant la seva gràfica.

8. Trobeu els punts en que la funció $y = |x^2 - 5x + 6|$ no te derivada. Justifiqueu el resultat representant la seva gràfica.

9. Estudieu la continuïtat i derivabilitat de la funció definida per:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + 2 & \text{si } x < 0 \\ \frac{2x}{\pi} + 1 & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \text{sen } x + 1 & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

10. Donada la funció

$$f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Per a quins valors de a és derivable

11. Estudieu per a quins valors de a i b la funció es derivable:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

12. Estudieu per a quins valors de a i b la funció es derivable:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + ax & \text{Si } x \leq -1 \\ \frac{a}{x} & \text{Si } -1 < x \leq 1 \\ \frac{x^2 + ax + 1}{x + 1} & \text{Si } x > 1 \end{cases}$$

13. Sigui la paràbola $y = 2x^2 + x + 1$ i sigui el punt de la paràbola d'abscissa 0

- Trobeu l'equació de la recta tangent a la paràbola en el punt A
- En quin punt de la paràbola la recta tangent és perpendicular a la recta que heu trobat en l'apartat anterior?

14. Calculeu el punt de la corba $y = 2 + x - x^2$ en què la tangent és paral·lela a la recta $y = x$

15. Calculeu les equacions de les dues rectes del pla que passen pel punt $P = (1, -1)$ i que són tangents a la corba d'equació $y = (x - 1)^2$

16. Trobeu els valors dels coeficients b, c i d per tal que la gràfica de la funció $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ talli a l'eix OY en el punt (0,-1) i passi pel punt (2,3) i en aquest punt tingui tangent paral·lela a l'eix OX

17. Sigui la funció $f(x) = x \cdot e^x$. Calculeu l'equació de la tangent en l'origen de coordenades.

18. Sigui la funció $f(x) = e^x \cdot \sin x$. Determineu l'equació de les rectes tangents a la gràfica en $x=0$ i $x=\pi$

19. Determineu la recta tangent a $f(x) = x \sin x$ en $x = \pi$

20. Trobeu el punt de la corba $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ en el que la pendent de la recta tangent és 8

21. Trobeu un punt sobre la corba $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12$ on la recta tangent és paral·lela a l'eix OX. Indiqueu totes les solucions possibles.

22. Trobeu l'equació de la recta tangent a la corba $f(x) = x^3$ que forma un angle de 45° amb l'eix.

23. Determineu els valor del paràmetre b , tal que les tangents a la corba de la funció $f(x) = b^2x^3 + bx^2 + 3x + 9$ en els punts d'abscissa $x = 1$, $x = 2$ siguin paral·leles.

24. La gràfica de la funció $y = ax^2 + bx + c$ passa pels punts $P(2, 3)$ i $Q(3, 13)$, i la tangent a la corba en el punt d'abscissa $x = 1$ és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Determineu el valor de a , b i c .

25. Donada la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, determineu a , b , c i d sabent que la corba passa pels punts $P(-1, 2)$ i $Q(2, 3)$ i que les tangents a la corba en els punts d'abscissa 1 i -2 són paral·leles a l'eix OX .