

Expressions algebraiques

Moltes situacions de la vida diària es poden escriure amb llenguatge matemàtic, per exemple:

<u>Llenguatge usual</u>	<u>Llenguatge matemàtic</u>
Un nombre més cinc	$x + 5$
El doble d'un nombre	$2x$
La meitat d'un nombre	$\frac{x}{2}$
El triple d'un nombre menys set	$3x - 7$

Aquest tipus de llenguatge on es barregen nombres i lletres s'anomena expressió algebraica.

1. Expressa alègbricament les operacions següents:
 - a) Un nombre qualsevol
 - b) Un nombre menys dos
 - c) Tres menys un nombre
 - d) El doble d'un nombre més quatre.
 - e) Un nombre menys la seva meitat.
 - f) Un nombre més el seu quadrat.
 - g) Afegir 5 al doble d'un nombre.
 - h) El triple d'un nombre menys la seva meitat.
 - i) La meitat d'un nombre menys el seu doble.
 - j) El doble d'un nombre menys sis.
 - k) La meitat de llibres d'un armari.

2. Expressa algèbriament les operacions següents:

- a) Si tenim x cotxes escriu el nombre de rodes que hi ha en total
- b) En una granja tenim x gallines, expressa el nombre total de potes que hi ha
- c) Si un bolígraf costa x euros, indica el preu de 5 bolígrafs
- d) En Xavi té x anys, digues l'edat del germà que té 2 anys menys
- e) La Olga portava x euros a la butxaca i ha gastat 9 euros, escriu els diners que li sobren.

Concepte d'equació

- Una igualtat algebraica està formada per dues expressions separades per un signe =.
- Una equació és una igualtat algebraica que només és certa per a alguns valors de les lletres. Aquest valors són les solucions de l'equació.

EXEMPLES

$x + 2 = 5$ només és certa si $x = 3 \rightarrow$ El 3 és solució de l'equació $x + 2 = 5$,
ja que $3 + 2 = 5$

$3x = 12$ només és certa si $x = 4 \rightarrow$ El 4 és solució de l'equació $3x = 12$
ja que $3 \cdot 4 = 12$

3. Contesta vertader o fals a les següents frases i comprova la teva resposta com en l'exemple anterior.

- a) 2 és solució de l'equació $3 + x = 8$
- b) 9 és solució de l'equació $x - 5 = 4$
- c) -3 és solució de l'equació $5x = 10$
- d) 15 és solució de l'equació $\frac{x}{5} = 2$
- e) 4 és solució de l'equació $3x - 1 = 5$
- f) 1 és solució de l'equació $3 + 2x = 7$

Resoldre una equació és troba el nombre que en canviar la “x” per aquest valor fa certa la igualtat:

EXEMPLE

Quin nombre fa certa l’equació $x + 3 = 7$? Si pensem una mica veiem que l’única possibilitat és substituir la x per 4 ($4 + 3 = 7$) → 4 és la solució de l’equació

Resolució d’equacions sense parèntesis

Passos a seguir:

1. Separar a un costat de la igualtat les expressions que tenen lletra i al altre costat els nombres que estan sols. Un terme que canvia de costat de la igualtat passa a l’altra banda fent l’operació contrària:

- Si el terme està sumant passa restant
- Si està restant passa sumant
- Si està multiplicant passa dividint
- Si està dividint passa multiplicant

2. Agrupar els termes amb x per una banda i els nombres per altra. Ens quedarà una expressió de tipus :

$$A \cdot x = B$$

On A i B són nombres

3. Aïllar la x. Per fer-ho, com tenim la A multiplicant, passarà a l’altra banda dividint:

$$x = \frac{B}{A}$$

EXEMPLES

$$\begin{aligned} x + 4 &= 15 \\ x &= 15 - 4 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x + 1 &= 11 \\ 5x &= 11 - 1 \\ 5x &= 10 \\ x &= 10 / 5 \end{aligned}$$

$$x = 2$$

$$\begin{aligned} 4x - 8 &= 10 - 2x \\ 4x + 2x &= 10 + 8 \\ 6x &= 18 \\ x &= 18 / 6 \end{aligned}$$

$$x = 3$$

4. Resol les següents equacions:

a) $x - 6 = 1$

b) $x - 4 = 13$

c) $9 + x = 20$

d) $2 + x = 9$

e) $x + 1 = 7$

f) $x + 14 = 19$

g) $2 \cdot x = 14$

h) $5 \cdot x = 10$

i) $\frac{x}{4} = 5$

j) $\frac{x}{2} = 9$

5. Resol les següents equacions:

a) $x - 7 - 3 = 6$

b) $x + 2 + 7 = 14$

c) $4 + x - 5 = 20$

d) $6 \cdot x - 2 = 16$

e) $2 \cdot x - 10 = 8$

f) $2 \cdot x + 11 = 17$

g) $2 + 3x = 11$

h) $2x + 3 = 1 + x$

i) $3x + 5 = -1 - 6x$

j) $40x - 2 = 30x + 3$

k) $5 + 9x = x + 12$

l) $6 + 5x = 9 - 3x$

m) $2 + x = 6 - 3x$

n) $3 - 2x = 7 + 3x$

o) $7 - 8x = 2x - 3$

6. Resol les següents equacions:

a) $2x - 3 + 4 = -x + 2 + 4x$

b) $3 - x = 5x + 4 - 3x$

c) $2 - 5x + 3 = -6 + 2x$

d) $4x + 3 - 6x = 3x - 2$

Resolució d'equacions amb parèntesi

- treure el parèntesi, per fer-ho es multiplica el nombre i el signe que hi ha davant del parèntesi per tot el que hi ha dins.
- resoldre l'equació.

EXEMPLE

$$2(x - 1) + 4 = 3$$

$$2 \cdot x - 2 \cdot 1 + 4 = 3$$

$$2x - 2 + 4 = 3$$

$$2x = 3 + 2 - 4$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$3 - 4(x+5) = 2x$$

$$3 - 4 \cdot x - 4 \cdot 5 = 2x$$

$$3 - 4x - 20 = 2x$$

$$-4x - 2x = -3 + 20$$

$$-6x = 17$$

$$x = \frac{17}{-6}$$

$$x - (5 - x) + 8 = 0$$

$$x - (+5) - (-x) + 8 = 0$$

$$x - 5 + x + 8 = 0$$

$$x + x = 5 - 8$$

$$2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

7. Resol les següents equacions:

a) $2(x + 3) = 8$

b) $3(1 + x) = 12$

c) $5(2 + 3x) = 25$

d) $1 + (2 + x) = 1$

e) $-(x + 6) = 3$

f) $2 - (x + 1) = x$

g) $3 - (x - 4) = 2x$

h) $6 + 2(5 + x) = x$

i) $4 - 3(x + 2) = x + 1$

j) $2(x - 5) = 3(x + 1) - 3$

k) $5(x - 1) - 6x = 3x - 9$

l) $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$

Resolució de problemes amb equacions

Les equacions s'utilitzen per resoldre problemes. Els passos a seguir són:

- llegir amb atenció l'enunciat identificant que ens demanen
- escriure a que li diem x
- traduir les dades al llenguatge matemàtic
- resoldre l'equació
- contestar a que ens demana el enunciat

EXEMPLE: Trobeu un nombre tal que el doble del nombre menys tres sigui igual a cinc

Ens demanen que trobem un nombre $x = \text{nombre}$

“ *el doble del nombre menys tres sigui igual a cinc* “

$$\underbrace{2 \cdot x}_{\text{el doble del nombre}} \underbrace{- 3}_{\text{menys tres}} \underbrace{= 5}_{\text{sigui igual a cinc}}$$

$$2x - 3 = 5$$

$$2x = 5 + 3$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

El nombre és 4

EXEMPLE: La suma de l'edat de dos amics, Joan i Maria, és 32. Si Joan és dos anys més gran que Maria, quina edat tenen cadascun?

$x = \text{Edat Maria}$ i $x + 2 = \text{Edat Joan}$

Edat Maria més edat Joan és 32

$$x + x + 2 = 32$$

$$x + x = 32 - 2$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

Maria té 15 anys i Joan 17 anys

8. Un nombre més 57 és 86. Quin és aquest nombre?
9. Si a un nombre li afegim el quàdruple té com a resultat 225. Quin nombre és aquest?
10. La diferència entre un nombre i el seu doble és -4 . Quin és aquest nombre?
11. El doble d'un nombre més el seu triple dóna 125. Quin és aquest nombre?
12. La suma d'un nombre i el seu posterior és 115. Quins són aquests nombres?
13. La suma de tres nombres és 330. El primer nombre és igual que el doble del segon i el segon és el triple del tercer. Calculeu aquets nombres.
14. Un trajecte en taxi costa 3 euros de baixada de bandera (diners que paguem només per pujar al taxi) i 2 euros per cada quilòmetre de recorregut. Si paguem 23 euros, quina distància hem recorregut?
15. Tres germans es reparteixen 1300 euros. El major rep el doble de diners que el mitjà, i el mitjà el quàdruple que el petit. Quants diner rep cadascun?
16. Agafo un nombre enter, hi sumo 23, multiplico el resultat per 3 i el total em dóna 114. Quin nombre he escollit inicialment?
17. A 1r d'ESO hi ha 13 noies més que nois. Si en total hi ha 83 alumnes, quantes noies hi ha?
18. En un ball hi ha 5 noies més que nois. Si en total a la pista hi ha 77 persones, quants són nois i quantes són noies?
19. Hem de repartir 152 adhesius entre tres nens, de manera que el segon en tingui 8 més que el primer i que el tercer en tingui 16 més que el segon. Com ho farem?