

EXERCICIS MATEMÀTIQUES 1r BATXILLERAT CT ESTIU 2014

El treball d'estiu està pensat per consolidar els conceptes treballats a primer de batxillerat que es necessiten per afrontar amb èxit el segon curs.

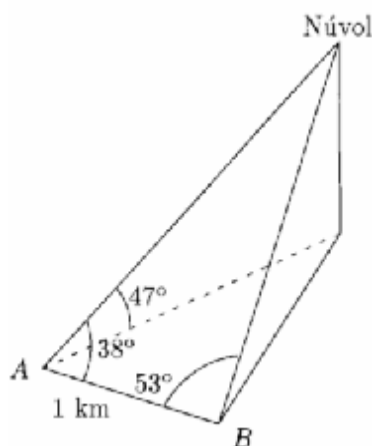
És obligatori pels alumnes que hagin suspès aquesta matèria i s'hagin d'examinar el proper setembre. Es lliurarà el dia de la prova.

Per als estudiants que hagin aprovat la matèria es recomana fer aquest repàs. Es lliurarà el primer dia de classe.

Tema: TRIGONOMETRIA

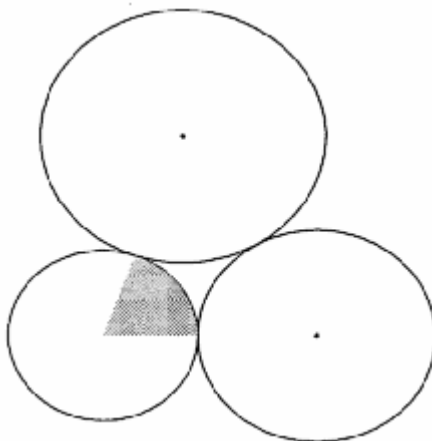
1. Feu un esquema o resum de la teoria del tema i dels conceptes bàsics
2. Passeu a radians o graus:
 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 60^\circ, 210^\circ, 235^\circ, 300^\circ, 400^\circ$
 $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, 2\pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{8\pi}{8}, \frac{5\pi}{3}$
3. Calculeu amb ajuda de les fórmules la resta de raons trigonomètriques si sabem que:
 - a) $\cos a = -\frac{4}{5}$ i $a \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$
 - b) $\sin a = \frac{3}{5}$ i $0^\circ \leq a \leq 90^\circ$
 - c) $\tan a = -2$ i $\frac{3\pi}{2} \leq a \leq 2\pi$
 - d) $\cotan a = -2$ i $90^\circ \leq a \leq 180^\circ$
4. Contesteu de manera raonada les següents preguntes:
 - a) Quins valors prenen els sinus i el cosinus de qualsevol angle?
 - b) Quins valors pot prendre la tangent d'un angle?
 - c) Quins angles tenen iguals, en valor absolut, el sinus i cosinus?
 - d) Si el cosinus de dos angles són iguals com poden ser entre si aquest dos angles si són més petits que 360° ?
 - e) Queda determinat un angle més petit que 360° si es coneix la seva tangent?
 - f) Hi ha algun angle més petit de 360° que tingui el sinus igual a la cosecant?, i el cosinus a la secant? I la tangent a la cotangent?.
5. Si $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, i l'angle és del tercer quadrant, trobeu amb ajuda de les fórmules:
 - a) $\sin \alpha$
 - b) $\cos \alpha$
 - c) $\cos (90^\circ - \alpha)$
 - d) $\tan \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$
 - e) $\sin (180^\circ - \alpha)$
6. La hipotenusa d'un triangle rectangle fa 15 m i un catet fa 10 m. Resoleu el triangle (trobeu el catet i els angles)
7. En una ruta de muntanya, un senyal indica una altitud de 785 m. Tres quilòmetres més endavant, l'altitud és de 1065 m. Quin és l'angle que forma aquest tram de ruta amb l'horitzontal?

8. El costat desigual d'un triangle isòsceles fa 40 cm i l'angle oposat és de 40° . Quina és la longitud dels costats iguals?
9. L'àrea del triangle de vèrtex A , B i C és de 50m^2 . L'angle en A d'aquest triangle és de 45° i l'angle en B és de 30° . Sigui D el peu de l'altura des del vèrtex C , es a dir, el punt del segment AB tal que CD és perpendicular a AB . Calculeu la longitud dels segments CD , AD , BD , AB , BC i AC .
10. Els costats d'un triangle són de longitud 8cm, 11cm, i 13 cm. Calculeu el valor del sinus de l'angle més petit.
11. Per mesurar l'altura d'un núvol s'han fet simultàniament dues observacions des dels punts A i B distants entre si 1 quilòmetre i situats tots dos al nivell del mar. La inclinació de la visual des de A al núvol respecte a l'horitzontal és de 47° . Els angles que formen les visuals des de A i des de B amb la recta AB són, respectivament, de 38° i 53° tal com s'indica a la figura següent:



Calculeu l'altura del núvol respecte al nivell del mar

12. La figura ens mostra tres jardins circulars mútuament tangents. Els radis d'aquests jardins són respectivament de 8, de 10 i de 12 metres. La zona del jardí més petit que està ombrejada en el dibuix (sector circular delimitat pels dos radis pels punts de tangència amb els altres dos jardins i l'arc de circumferència corresponent) es vol sembrar d'una gespa especial i es vol envoltar completament amb una petita tanca metàl·lica. Quina superfície té? Quina longitud de tanca farà falta?



13. Demostreu les identitats
- $(\sec a + \tan a)(1 - \sin a) = \cos a$
 - $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$
 - $1 + \tan^2 a = \sec^2 a$
 - $\cos 2a = \cos^2 a - 1$

14. Simplifiqueu: $2 \operatorname{tg} x \cdot \cos^2 \frac{x}{2} - \sin x$

15. Resoleu les equacions trigonomètriques:

- $2 \cos x + 3 = 2$
- $\sin^3 x - 2 = -3 \sin^3 x$
- $\sin^2 x = 1 + \cos^2 x$
- $\cos x - 2 \sin^2 x + 1 = 0$
- $\sin x \cdot \cot x = \frac{1}{2}$
- $2 \tan x - 3 \cot x - 1 = 0$
- $$\begin{cases} \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \\ \sin x - \sin y = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \end{cases}$$
- $$\begin{cases} \tan x + \tan y = 1 \\ \cot(x + y) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Tema : GEOMETRIA ANALÍTICA AL PLA

- Feu un esquema o resum de la teoria del tema i dels conceptes bàsics
- Donats els punts $A = (5,2)$ i $B = (-4,3)$. Trobeu les components dels vectors \vec{AB} i \vec{BA} . Definiu el mòdul, la direcció i sentit.
- Un vector \vec{u} és equipol·lent a un altre vector $\vec{v} = (-1,5)$. Calculeu les coordenades del seu extrem sabent que el seu origen és $(3,2)$
- Donats els vectors $\vec{u} = (-2,0)$, $\vec{v} = (-3,2)$. Trobeu el vector $(2\vec{u} + \vec{v})3$
- Calculeu m i n per tal que $\vec{u} = m\vec{x} + n\vec{y}$ quan $\vec{x} = (4,-8)$, $\vec{y} = (0,2)$ i $\vec{u} = (2,-1)$

6. a) Què significa que dos vectors siguin linealment independents?
 b) Els vectors $\vec{u}=(2,-3)$ i $\vec{v}=(3,6)$ són linealment independents?. Raoneu la resposta.
 c) Calculeu el valor de m pels quals els vectors $\vec{u}=(m,-3)$ i $\vec{v}=(2,7)$ són linealment dependents. Per quin valor de m aquests vectors seran una base?
7. Calculeu el producte escalar dels vectors: $(-1,7)$ i $(5,0)$.
 Quin angle formen?
8. Trobeu el valor de m per tal que els vectors $\vec{u}(4, -1)$ i $\vec{v}(m, 2)$ siguin
 a) perpendiculars
 b) paral·lels
 En quins d'aquests dos casos els vectors seran linealment independents i, en conseqüència seran base dels vectors del pla?
9. Els punts $(-3, 5)$, $(-2, -3)$ i $(0, 8)$ estan alineats?
10. Considereu els punts del pla A $(3, 2)$, B $(-1, 8)$ i C $(a, a+4)$ a real. Calculeu el valor de a perquè els tres punts estiguin alineats.
11. Siguin els punts A $=$ $(3,-2)$, B $=$ $(1,3)$ i C $=$ $(-6,0)$, trobeu el punt D de manera que ABCD sigui un paral·lelogram
12. Trobeu totes les equacions de la recta que passa per P $=$ $(3,2)$ i té la mateixa direcció que el vector $\vec{v}=(1,2)$. El punt $(-2, 5)$ pertany a la recta?
13. Trobeu l'equació de la recta que passa per A $=$ $(-1,3)$ i té pendent -2 .
14. Completeu:

Equació	Tipus d'equació	Punt de pas	Vector director	Pendent
$(x,y)=(0,3)+k(1,-5)$				
$\frac{x-1}{5} = y+3$				
$2x-y=0$				
$x=-y$				
$\left. \begin{array}{l} x=3-5k \\ y=k \end{array} \right\}$				
$-\frac{x}{4} = -y+3$				

15. Trobeu el pendent de la recta que passa per $A(-2,0)$ i $B=(4,5)$ i escriviu les equacions implícita i explícita
16. Comproveu que el punt $(3,-5)$ pertany a la recta $3x-4=y$. Obteniu dos punts de r i trobeu un vector director.
17. Trobeu l'equació de la recta que passa per $(-7,1)$ i forma un angle de 30° amb l'eix OX .
18. Trobeu una recta paral·lela i una altre de perpendicular a $r: \left. \begin{array}{l} x = -2k \\ y = 2 + k \end{array} \right\}$ que passin pel punt $A=(3,-2)$
19. Donada la recta r que passa pels punts $(3,-2)$ i $(5,6)$, trobeu la recta s paral·lela a l'anterior i que passa per l'origen de coordenades
20. Trobeu l'equació d'una recta perpendicular a $3x-5y + 1 = 0$ i que passi per $(-3,2)$
21. Donada la recta $r: -x + 2y - 6 = 0$, trobeu:
- equació de la recta paral·lela a r i que passa per $(2,-1)$
 - perpendicular a r i que passa per $(5,2)$
22. Calculeu n per tal que les rectes $x-2y-5=0$ i $3x+ny+1=0$ siguin
- paral·leles
 - perpendiculars
23. Determineu m perquè les rectes d'equacions $r: -mx + y - 10 = 0$ i $s: x + 2y - 3 = 0$ formin un angle de 60°
24. Estudieu les posicions relatives de r i s . Trobeu els punts de tall si hi ha.
- $r: \left. \begin{array}{l} x = 3 + 2K \\ y = -4 + 6K \end{array} \right\}$ $s: 2x-3=y$
 - $r: \left. \begin{array}{l} x = 1 - 4K \\ y = 3K \end{array} \right\}$ $s: 3x+4y+1 = 0$
 - $r: 4x-2y-8=0$ $s: 2x-4=y$
25. Trobeu l'angle que formen les rectes $r: -x - 3y + 8 = 0$ i $s: y = 2x-1$
26. Calculeu la distància entre els punts $A=(-1,3)$ i $B=(5,-2)$
27. Calculeu la distància del punt $A=(-3,4)$ a la recta $2x+3y-10=0$
28. Calculeu la distància entre les rectes paral·leles $x+3y-5=0$ i $-x-3y-4=0$
29. Calculeu n per tal que la distància del punt $P = (-2,3)$ a la recta $r: 4x+3y+n=0$ sigui 2.

30. Del triangle determinat per les rectes $y=x+2$, $y=2$ i $5x-2y-10=0$ trobeu els vèrtexs i l'àrea.

Tema: EQUACIONS EXPONENCIAL I LOGARÍTMICA

1. Feu un esquema o resum de la teoria del tema i dels conceptes bàsics (cal incloure les propietats de les potències i les arrels)

2. Resoleu les equacions exponencials següents:

$$a) 3^{x+1} = 27$$

$$b) 5^{x^2-2x} = 125$$

$$c) 2^{x^2-3x} = 1$$

$$d) 3^{2x-5} = \frac{1}{27}$$

$$e) \sqrt{a^{1-x^2}} = a^{-4}$$

$$f) \sqrt[6]{a^{x-1}} \cdot \sqrt{a^{2x+3}} \cdot \sqrt[3]{a^{x-2}} = \sqrt[6]{a^{8x+11}}$$

$$g) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 9477$$

$$h) 4^{x-1} - 4^{x-2} - 4^{x-3} = 2816$$

$$i) 4^x - 2^x = 992$$

$$j) 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$$

$$k) 2^{x+1} + 4^{x-1} = 96$$

$$l) 2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$$

$$m) 5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$$

$$n) 4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$$

3. Trobeu la x

$$a) \lg_x \sqrt{2} = 4$$

$$h) \log_{\frac{4}{3}} x = -\frac{1}{2}$$

$$b) \lg_3 \frac{1}{3} = x$$

$$i) \ln x = -2$$

$$c) \lg_x 121 = 2$$

$$j) \log_{\frac{3}{2}} 1 = x$$

$$d) \lg_x 3 = 1$$

$$k) \lg_x \frac{1}{32} = -5$$

$$e) \log_x 1 = 0$$

$$l) \log x = -3$$

$$f) \ln e^6 = x$$

$$m) \ln 1 = x$$

$$g) \lg_3 \sqrt{3} = x$$

$$n) \log_x 11 = 2$$

4. Expresses com a combinació lineal de logaritmes

$$a) \log_5 \sqrt{\left(\frac{a^4 \cdot b \cdot c}{d^2 \cdot e}\right)^2}$$

$$b) \ln (x \cdot y)^2$$

5. Reduïu a un únic logaritme:

a) $\log(4a) - 3 \log a + 8 \log 10$

b) $2 \log b - 5 \log b + \frac{1}{2} \log b$

c) $\frac{3}{5} \log 4a - 2 \log a + \frac{4}{3} \log a$

d) $3 \log x + 5 (2 \log y + 4 \log x)$

6. Resoleu:

a) $3 \log_2 x - 4 \log_2 8 = 3 \log_2 3$

b) $\ln(5-x) = \ln 2 + \ln(4-x)$

c) $\log(x^2 + 2x - 39) - \log(3x - 1) = 1$

d) $2 \log x = 2 + \log(x - 16)$

e) $\log \sqrt[4]{x^3} - \log \sqrt{10} = \frac{1}{4}$

f) $5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \log x - \log \frac{32}{9}$

g) $\log x^2 = \log \left(x + \frac{11}{10}\right) + 1$

h) $(x^2 - 5x + 9) \log 2 + \log 125 = 3$

i) $\frac{\ln 2 + \ln(11 - x^2)}{\ln(5 - x)} = 2$

7. Resoleu:

a)

$$\left. \begin{aligned} 3^{2x+1} - 8 \cdot 4^{y-1} &= -5 \\ 3 \cdot 3^{x-2} + 4^{y+1} &= 17 \end{aligned} \right\}$$

b)

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} &= 807 \\ 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y &= 339 \end{aligned} \right\}$$

c)

$$\left. \begin{aligned} x - y &= 9 \\ \log x - \log y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

d)

$$\left. \begin{aligned} a^{x-y} &= a^4 \\ \log(x+y) + \log(x-y) &= \log 40 \end{aligned} \right\}$$

8. Per determinar l'edat d'una roca la ciència actualment ha desenvolupat una tècnica basada en la concentració de material reactiu del seu interior. Quan més jove es la roca major concentració de material reactiu trobem. La quantitat de material reactiu ve donada per la fórmula :

$$Q = Q_0 \cdot e^{-kt}$$

On,

Q_0 és la quantitat de material reactiu en el moment de formar-se la roca

Q quantitat de material reactiu final

t temps mesurat cada 100 anys

a) Trobeu k si una roca que inicialment tenia una concentració de 4500 de material reactiu al cap de 100 anys ($t=1$) té una concentració de material reactiu de 1500

b) Quina concentració de material reactiu tindrà aquesta mateixa roca al cap de dos segles?

9. Calculeu l'energia alliberada en el terratrèmol de San Francisco l'any 1906, si la seva magnitud va ser de 8,25 en l'escala de Richter. Recordeu que per a descriure els efectes d'un terratrèmol en l'escala de Richter se li assigna una magnitud M per la fórmula:

$$M = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$$

On, E : energia alliberada pel terratrèmol (J)
 E_0 : constant $2,5 \cdot 10^4$ J

10. Fa quatre anys es va repoblar un llac amb una nova espècie de peixos. Llavors es van introduir 100 exemplars d'aquesta nova espècie. Actualment s'estima que hi ha 25000 exemplars. S'estima que el nombre N de peixos ve donat en funció del temps t per la $N = A \cdot e^{Bt}$, on A i B són dues constants. El temps es considera expressat en anys des del moment de la repoblació. Quant temps haurem d'esperar perquè hi hagi 200000 exemplars?

Tema: FUNCIONS

1. Feu un esquema o resum de la teoria del tema i dels conceptes bàsics
2. Trobeu el domini de les següents funcions:

a) $f(x) = x^4 - 5x + 2$

b) $f(x) = \frac{2x+8}{3}$

c) $f(x) = \sqrt[4]{x-2}$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$

e) $f(x) = 2^{x-1}$

g) $f(x) = e^{\frac{2}{x}}$

h) $f(x) = \frac{x^2+3}{2x-x^2}$

i) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{2x+6}{x-4}}$

j) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x+4}{x^2-9}}$

k) $f(x) = \sqrt[5]{3x^2 - 2x + 4}$

3. Donades les funcions següents estudeu els punts de tall amb els eixos i la simetria.

a) $f(x) = x^2 - 3$

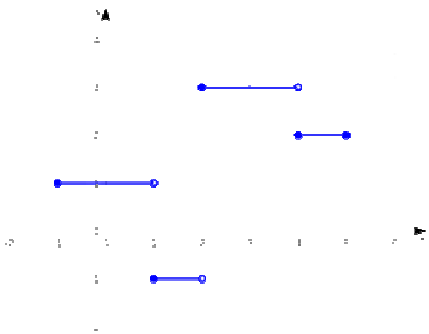
c) $g(x) = \frac{2x}{x - x^3}$

b) $f(x) = \sqrt{x + 6}$

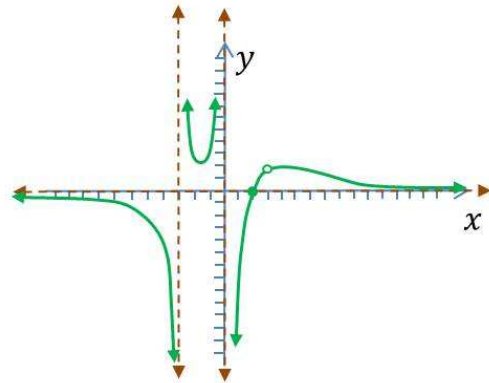
d) $y = \log x^2$

4. Estudieu: domini, recorregut, simetria, punts de tall amb els eixos, continuïtat i tipus de discontinuïtat, creixement/decreixement, màxims i mínims, concavitat/convexitat, i punts d'inflexió.

a)



b)



5. Si $f(x) = x^2 - 3x + 2$, i $g(x) = \frac{x}{x-1}$. Calculeu:

a) $(g \circ f)(x)$

c) $(f \circ f)(x)$

b) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ g)(x)$

6. Trobeu la funció recíproca o inversa de les següents funcions i feu la comprovació

a) $y = \frac{x}{x-1}$

b) $y = \frac{2x+1}{2x-1}$

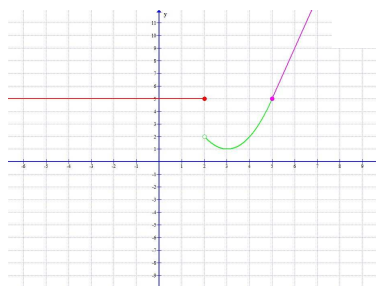
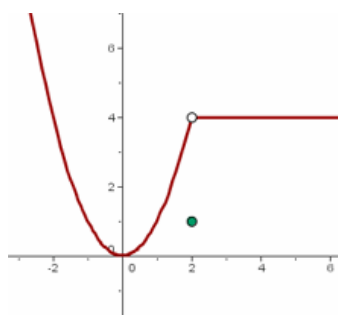
c) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

7. Representeu gràficament les següents funcions definides a trossos. Són contínues? En cas de que no ho fossin indiqueu el punt i el tipus de discontinuïtat.

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + 5 & \text{si } -2 < x < 1 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x \leq -3 \\ -x^2 + 1 & \text{si } -3 < x < 2 \\ 2x - 7 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

8. Trobeu l'expressió analítica de les funcions:



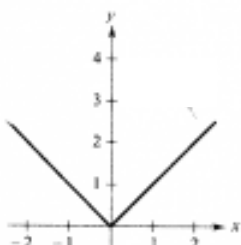
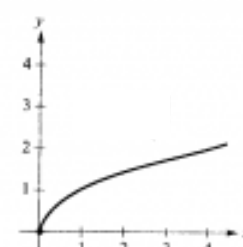
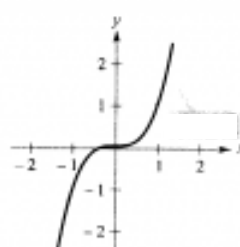
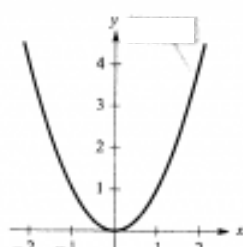
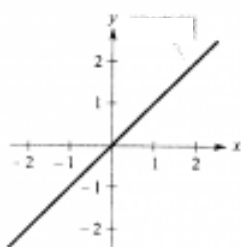
9. Expressen les següents funcions en valor absolut com funcions definides a trossos

a) $f(x) = |x + 4|$

b) $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$

c) $f(x) = 1 - |x - 2|$

10. Indiqueu quin tipus de funció correspon a cada gràfic

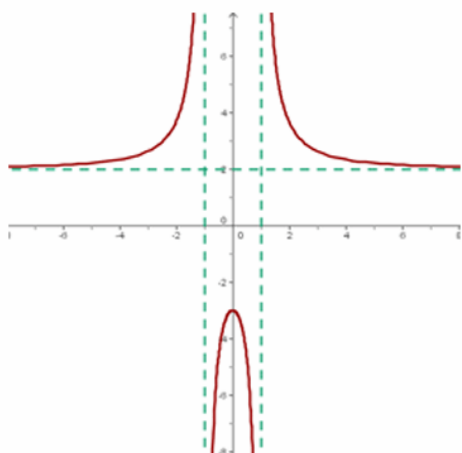


Tema: LIMIT DE FUNCIONS. CONTINUITAT

1. Feu un esquema o resum de la teoria del tema i dels conceptes bàsics

2. Observeu els gràfics següents i contesteu:

a)



$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

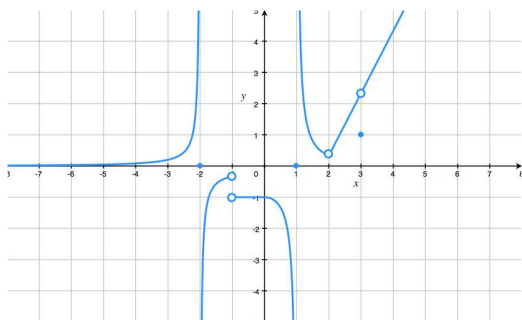
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

b)



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

Raoneu per quins dels següents valors de x hi ha límit: $x = -2$, $x = -1$, $x = 2$ i $x = 3$

3. Calculeu els límits:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 - 16}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x}{x^4 - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^5}{3x^2 + 2x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + x + x^5}{3x + 2x^5} \right)^{\frac{2}{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3}{4x + 2x^3} \right)^{x+1}$

g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 81}{x^3 - 27}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 2x^3}{x^3 - 4x}$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 + x}{-x^4 - 1}$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\text{k) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + 4x^3}{3x + x^3} \right)^{\frac{2}{x}}$$

$$\text{l) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{2x + x^3} \right)^{x^2+1}$$

4. Determineu els punts de discontinuïtat de les funcions següents i indiqueu de quin tipus són.

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - x - 6}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{(x-1)(x^3 + 8)}$$

5. Estudieu la continuïtat de les següents funcions definides a trossos, en cas de que no siguin contínues, indiqueu els punts i el tipus de discontinuïtat

a)

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 0 \\ 2-x & \text{si } x \in (0,2] \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 9-x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

6. Trobeu a i b per tal que la funció sigui continua

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ ax + b & \text{si } 0 < x < 2 \\ \frac{x^2 + 2}{x+1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

7. Donada la funció:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + b & \text{si } x < 0 \\ a \cdot e^{bx} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

on a i b són nombres reals. Quina condició ha de complir a i b perquè f sigui continua en tot \mathbb{R} ?

8. Donada la funció:

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 + e^{b(x-1)} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

on a i b són nombres reals. Quina condició ha de complir a i b perquè f sigui continua en tot \mathbb{R} ?

1. Feu un esquema o resum de la teoria del tema i dels conceptes bàsics
2. Calculeu, mitjançant la definició de derivada, la funció derivada de les funcions següents

a) $f(x) = x^2 + 3x$

b) $f(x) = \frac{2-x}{x}$

3. Calculeu les següents derivades i simplifiqueu els resultats:

a) $y = 3x^2 - \frac{5x}{4}$

b) $f(x) = (x-2)(x^3 + 4x)$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$

d) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{\sin x}\right)$

e) $f(x) = \cos[\ln(\arccos x^3)]$

f) $f(x) = e^{\tan^2(3x)}$

g) $f(x) = x \cdot \ln x$

h) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot \operatorname{tg} x$

i) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 + 4}$

j) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

k) $f(x) = \operatorname{cosec} x$

l) $f(x) = \frac{\ln x}{\sin x} + 3x$

m) $f(x) = \frac{x \cdot \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}$

4. Calculeu la derivada n-èsima de les següents funcions:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $y = e^{2x}$

5. Trobeu el punt en que la funció $y = |x - 1|$ no te derivada. Justifiqueu el resultat representant la seva gràfica.

6. Trobeu els punts en que la funció $y = |x^2 - 5x + 6|$ no te derivada. Justifiqueu el resultat representant la seva gràfica.

7. Per quins valors de a la funció és derivable?. Raoneu la resposta.

$$f(x) = \begin{cases} 3-ax & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

8. Estudieu per a quins valors de a i b la funció es derivable:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{si } x \leq 0 \\ ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

9. Estudieu per a quins valors de a i b la funció es derivable:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + ax & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{a}{x} & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ \frac{x^2 + ax + 1}{x + 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

10. Calculeu el punt de la corba $y = 2 + x - x^2$ en què la tangent és paral·lela a la recta $y = -x$

11. Trobeu els valors dels coeficients b , c i d per tal que la gràfica de la funció $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ talli a l'eix OY en el punt $(0,-1)$ i passi pel punt $(2,3)$ i en aquest punt tingui tangent paral·lela a l'eix OX

12. Trobeu un punt sobre la corba $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12$ on la recta tangent és paral·lela a l'eix OX . Indiqueu totes les solucions possibles.

13. Trobeu el punt on l'equació de la recta tangent a la corba $f(x) = x^3$ forma un angle de 60° amb l'eix d'abscisses

14. Determineu els valor del paràmetre b , tal que les tangents a la corba de la funció $f(x) = b^2x^3 + bx^2 + 3x + 9$ en els punts d'abscissa $x = 1$, $x = 2$ siguin paral·leles.