13. Una penya de seguidors d'un equip de futbol encarrega a una empresa de transports el viatge per portar els 1200 socis a veure la final que juga el seu equip. L'empresa disposa d'autobusos de 50 places i de microbusos de 30 places. El preu del lloguer de cada autobús és de 1260 **€** i el de cada microbús, de 900 **€**. L'empresa només disposa, aquell dia, de 28 conductors. Quin nombres d'autobusos i microbusos han de contractar per aconseguir el mínim cost possible? Quin és aquest cost?

	QUANTITAT	SOCIS TRANSPORTATS	CONDUCTORS
AUTOBUSOS	x	$50x$	$1x$
MICROBUSOS	y	$30y$	$1y$
TOTAL		$50x + 30y$	$x + y$

$$\begin{cases} x \geq 0, \text{ on } x \text{ i } y \text{ han de ser nombres naturals} \\ y \geq 0 \\ 50x + 30y \geq 1200 \\ x + y \leq 28 \end{cases}$$

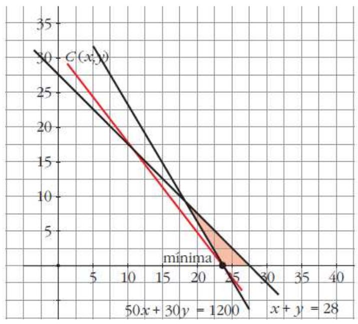
Representem la regió solució .

Calculem la funció a optimitzar: $C(x, y) = 1260x + 900y$

La representem i trobem el mínim i el cost mínim.

mínim (24, 0) $\rightarrow$ $C(24, 0) = 30240$ €.

Caldria llogar 24 autobusos i cap microbús.



14. En una empresa es fabriquen dos tipus de peces que anomenarem A i B. Per fabricar una peça del tipus A es necessiten 2 quilos d'un metall i per fer-ne una de tipus b, 4 quilos del mateix metall. L'empresa disposa com a màxim de 100 kg de metall i no pot fabricar més de 40 peces de tipus A ni més de 20 de tipus B.

a) Doneu un sistema d'inequacions que representi les restriccions en la fabricació de l'empresa

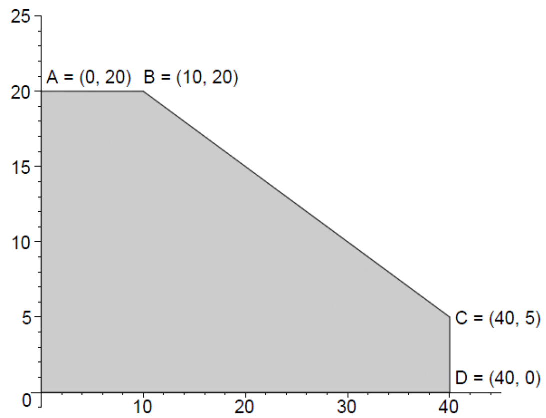
b) Determineu gràficament els punts del pla que verifiquen aquest sistema

c) De les solucions obtingudes, quin són els possibles valors de peces de cada tipus (han de ser enteres) si es volen exhaurir els 100 kg de metall?. Expliqueu detalladament què feu per trobar-los.

Solució: a) Anomenem x al nombre de peces de tipus A i y al nombre de tipus B. Les condicions es tradueixen en el sistema següent:

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 100 \\ 0 \leq x \leq 40 \\ 0 \leq y \leq 20 \end{cases}$$

b) Representem la regió factible:



c) Si volem exhaurir els 100 kg de metall el punt corresponent ha d'estar sobre la recta $2x + 4y = 100$ o de forma equivalent $x = 50 - 2y$. Com la y ha d'estar entre $5 \leq y \leq 20$, les solucions enteres són el conjunt $\boxed{\{(50 - 2n, n) \mid n \in \mathbf{Z}, 5 \leq n \leq 20\}}$, és a dir els punts (40,5), (38,6), (36,7), … (12,19), (10,20).

15. Els alumnes d'un institut disposen de 300 samarretes, 400 llapis i 600 bolígrafs per finançar-se un viatge. Tenen la intenció de vendre'ls en dos tipus de lots: el lot A consta d'una samarreta, tres llapis i dos bolígrafs i el venen per 9 euros. El lot B consta d'una samarreta, dos llapis i quatre bolígrafs i el venen per 11 euros. Calcula quants lots de cada tipus han de vendre per treure'n el benefici màxim i esbrina també quin és aquest benefici màxim.

ull, incògnites, nombre de....

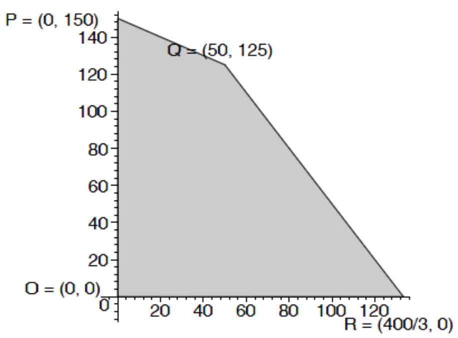
Solució: Fem la taula corresponent als dos lots amb els totals de samarretes, llapis i bolígrafs:

	Samarretes	Llapis	Bolígrafs	Preu/u
A	1	3	2	9
B	1	2	4	11
	300	400	600	

Les restriccions són:

$$\left.\begin{array}{r} A \geq 0; B \geq 0; \\ A+B \leq 300; \\ 3A+2B \leq 400; \\ 2A+4B \leq 600. \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} A \geq 0; B \geq 0; \\ A+B \leq 300; \\ 3A+2B \leq 400; \\ A+2B \leq 300. \end{array}\right\}$$

La regió factible correspon al gràfic següent:



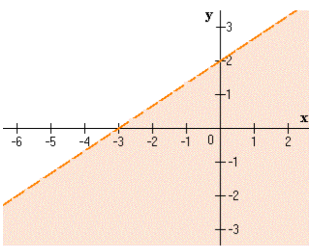
Avaluem la funció objectiu en els vèrtexs de la regió factible. Tenim:

	O=(0,0)	P=(0,150)	Q=(50,125)	R=(400/3,0)
$f(A,B) = 9A + 11B$	0	1650	1825	1200

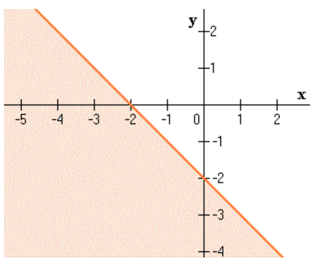
Per tant, el benefici màxim s'obté venent 50 lots de tipus A i 125 lots de tipus B, i és de 1825 €.

16. Determineu les inequacions que tenen com a solució les regions indicades

a)



b)



a)

Inequació

$a : y < \frac{2}{3}x + 2$

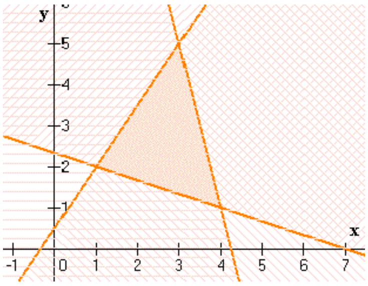
b)

Inequació

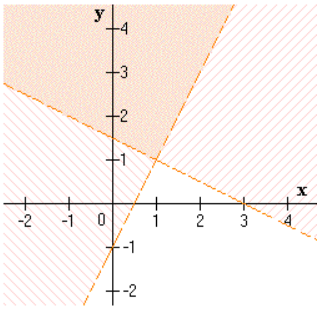
$a : y \leq -x - 2$

17. Determineu un sistema d'inequacions per a cada regió representada

a)



b)



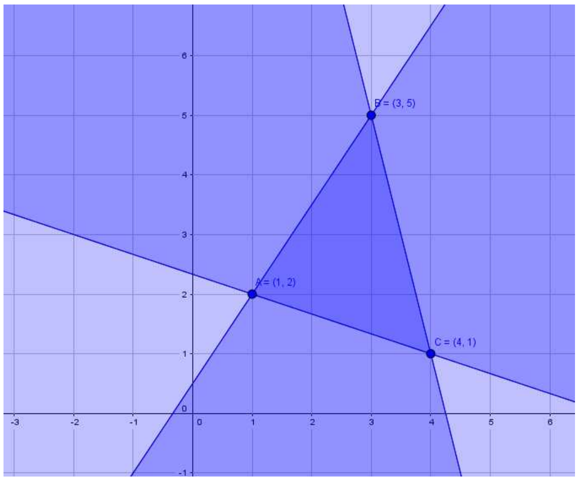
a) Sistema format per les inequacions:

Inequació

$a : y \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

$b : y \geq -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

$c : y \leq -4x + 17$



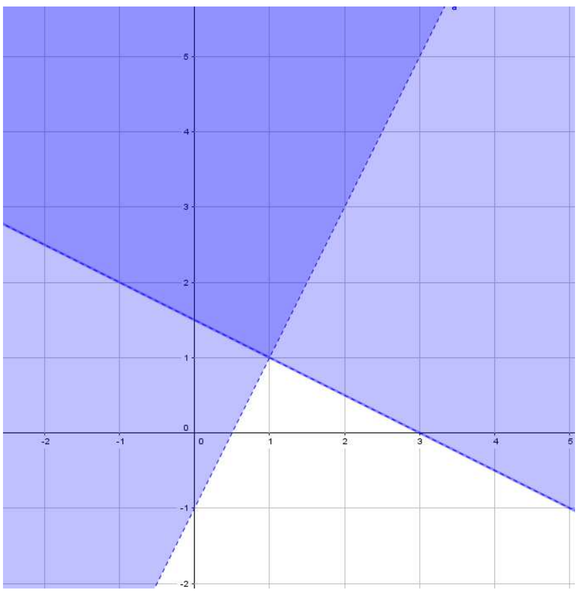
b)

Sistema format per les inequacions:

Inequació

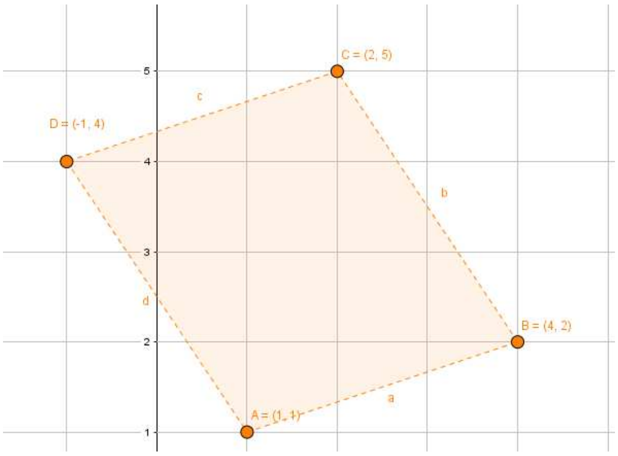
$a : y > 2x - 1$

$b : y > -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$



18. Escriviu un sistema d'inequacions que tinguin com a zona de solució l'interior del quadrilàter amb vèrtexs A = (1 , 1), B = (4 , 2), C = (2 , 5) i D = (-1 , 4)

Plantejament:



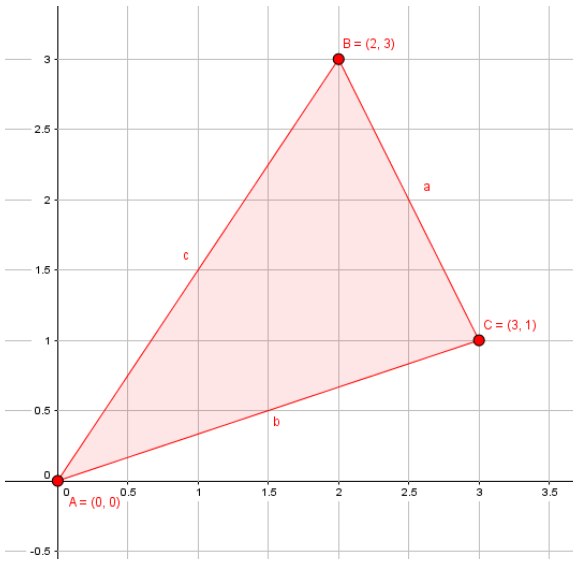
Sistema format per les inequacions:

Inequació

- $e: y > -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$
- $f: y < -\frac{3}{2}x + 8$
- $g: y > \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
- $h: y < \frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$

Atenció: interior del quadrilàter, no incloem doncs els costats, és a dir, no incloem l'igual a les inequacions!

19. Determineu les condicions que ha de complir un punt per a no ser fora del triangle amb vèrtexs (0, 0), (2 , 3) i (3 , 1).



Sistema format per les inequacions:

Inequació

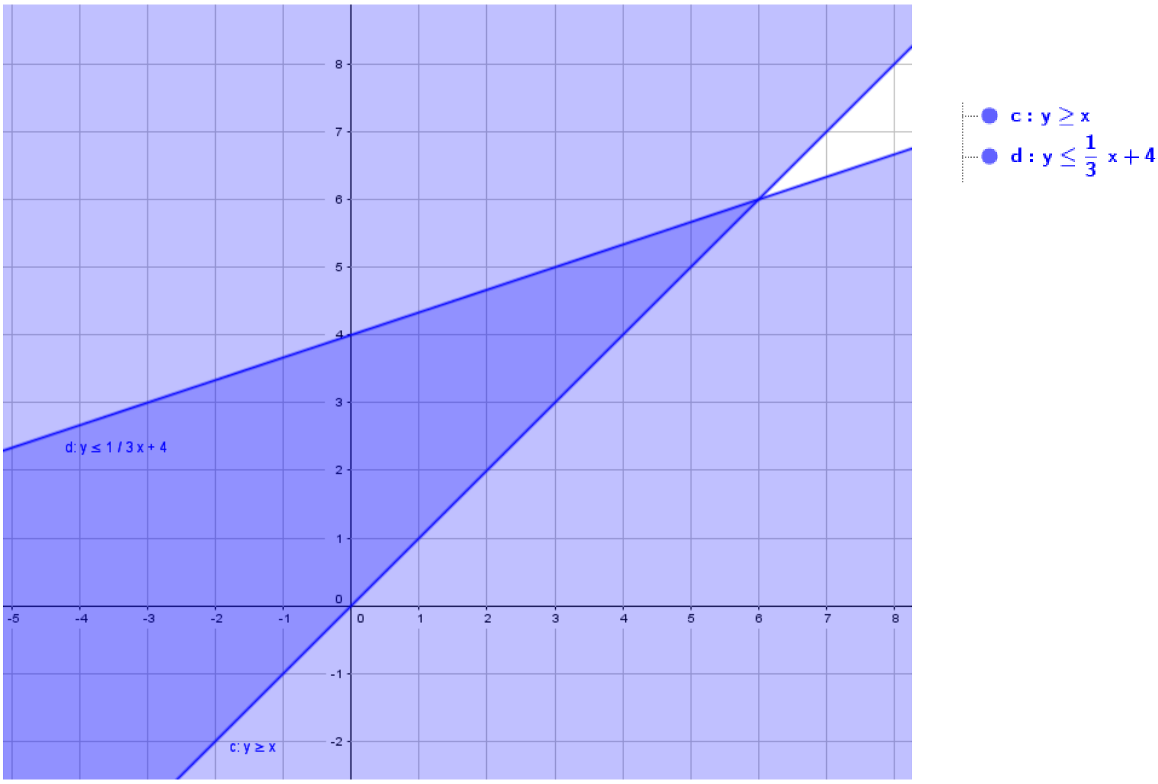
- $d: y \leq \frac{3}{2}x$
- $e: y \geq \frac{1}{3}x$
- $f: y \leq -2x + 7$

Atenció: aquest enunciat sí que inclou els costats en la definició de la regió solució, per tant incloem l'igual a les inequacions!

20. Afegeix una o més inequacions al sistema següent perquè la regió de les solucions sigui

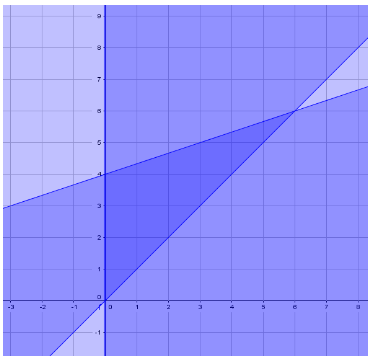
20. a) un triangle b) un paral·lelogram $\begin{cases} x \le y \\ 3y \le x+12 \end{cases}$ No entra, però si algú hi vol aprofundir.....

1r. Trobem l'expressió explícita de la recta i representem les dues rectes frontera i els semiplans solucions de les dues inequacions

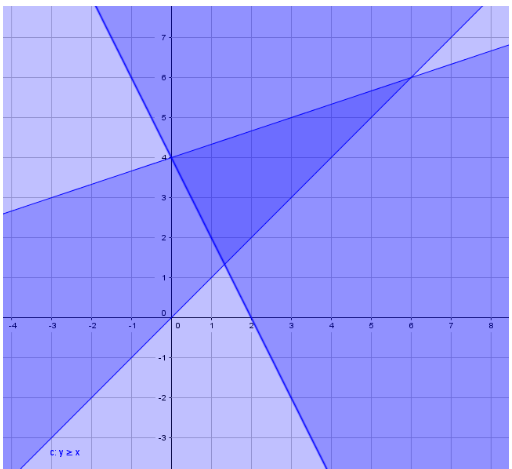


a) Pq sigui un triangle: ens falta una inequació. Es tracta d'una solució oberta, vàlida sempre i quan la tercera inequació defineixi, junt amb les dues de l'enunciat, un triangle com a regió solució.

Una solució immediata seria partir d'una recta vertical que faci triangle, per exemple escollir la regió $x \geq 0$:



Un altre exemple podria ser la regió $y \leq -2x+4$. I així podríem escollir-ne d'entre un nombre il·limitat de possibles



b)Paral·lelogram: quadrilàter amb costats paral·lels dos a dos. Hem de definir dues inequacions més, tenint en compte que les dues rectes fronteres corresponents han de ser paral·leles, cadascuna respectivament, a les dues rectes associades de les inequacions definides a l'enunciat.

Primera recta: pendent $m=1/3$

Segona recta: Pendent $m=1$

Exemple:

- $g: y \geq \frac{1}{3}x + 3$
- $h: y \leq x + 2$