



## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

---

### Matemàtiques

#### Sèrie 3

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podem utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

---

#### QÜESTIONS

1. Trobeu les equacions dels plans paral·lels a  $\pi: 2x - y + 2z = 3$  situats a 6 unitats de distància d'aquest.

[2 punts]

2. Donada la matriu següent dependent d'un paràmetre  $m$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & m & 2m \\ m & 2 & 2+m \end{pmatrix}$$

a) Estudieu-ne el rang segons els valors de  $m$ .

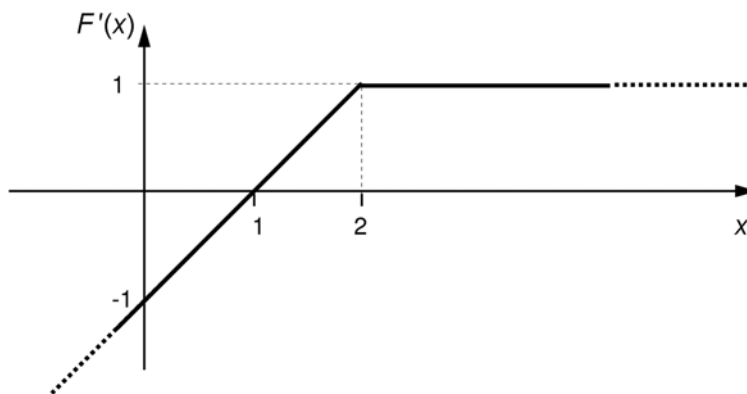
b) Digueu quina és la posició relativa dels plans  $\pi_1: x + y + 2z = 2$ ,  $\pi_2: 2x + my + 2mz = 2 + m$  i  $\pi_3: mx + 2y + (2 + m)z = 0$ , segons els valors de  $m$ .

[1 punt cada apartat]

3. Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$ . Trobeu els valors de  $p$  i  $q$  que fan que es verifiqui  $A^2 = A$ . En aquest cas, raoneu sense calcular què val  $A^{10}$ .

[2 punts]

4. La funció derivada  $F'(x)$  d'una funció contínua  $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  que passa per l'origen és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.



Escriviu l'expressió de la funció  $F(x)$  com una funció a trossos.

[2 punts]

## PROBLEMES

5. Una recta  $r$  és paral·lela a la recta  $s: x - 1 = y - 1 = z - 1$ , talla en un punt  $A$  la

recta  $t: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z+1$ , i en un punt  $B$  la recta  $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$ .

- Trobeu l'equació del pla determinat per les rectes  $r$  i  $t$ .
- Trobeu el punt  $B$  calculant el punt d'intersecció del pla anterior amb la recta  $l$ .
- Trobeu l'equació de la recta  $r$ .
- Trobeu el punt  $A$ .

[1 punt cada apartat]

6. Donades les funcions  $f(x) = x^2 - ax - 4$  i  $g(x) = \frac{x^2}{2} + b$ :

- Calculeu  $a$  i  $b$  de manera que les gràfiques de  $f(x)$  i de  $g(x)$  siguin tangents en el punt d'abscissa  $x = 3$ , és a dir, que tinguin la mateixa recta tangent en aquest punt.
- Trobeu l'equació de la recta tangent esmentada en l'apartat anterior.
- Pel valor de  $a$  obtingut en el primer apartat, calculeu el valor de l'àrea de la regió limitada per l'eix d'abscisses  $OX$  i la funció  $f(x)$ .

[1,5 punts l'apartat  $a$ , 1 punt l'apartat  $b$ , 1,5 punts l'apartat  $c$ ]

