

TEMA 1 : Aplicacions de les derivades

Gràfiques

1. Trobeu les asímptotes de la funció

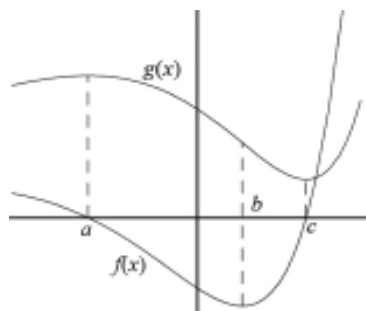
$$f(x) = \frac{3x^3 - 5x - 2}{x^2 - 4x - 5}$$

2. Sigui

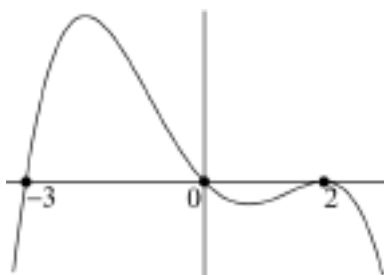
$$f(x) = \frac{ax^2}{x+b}$$

en què $a \neq 0$.

- Determineu si té alguna asímptota vertical, en funció del paràmetre b .
 - Indiqueu el valor dels paràmetres a i b perquè la funció $f(x)$ tingui la recta $y = 2x - 4$ com a asímptota obliqua a $+\infty$.
3. En la figura següent es representen dues funcions. L'una és la derivada de l'altra. Decidiu si la funció $f(x)$ és la derivada de la funció $g(x)$ o és a l'inrevés, estudiant què passa en els punts $x = a$, $x = b$ i $x = c$.

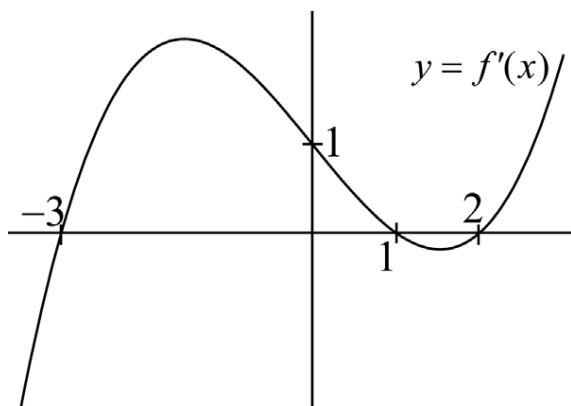


4. La gràfica corresponent a la derivada d'una funció $f(x)$ és la següent:



- Expliqueu raonadament quins valors de x corresponen a màxims o a mínims relatius de $f(x)$.
- Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$.
- Expliqueu raonadament quins valors de x corresponen als punts d'inflexió de $f(x)$.
- Determineu els intervals de concavitat i convexitat de la funció $f(x)$.

5. La funció $f(x)$ es derivable i passa per l'origen de coordenades. La gràfica de la funció derivada es la que veieu aquí dibuixada, essent $f'(x)$ creixent als intervals $(-\infty, -3]$ i $[2, +\infty)$.



- Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 0$.
- Indiqueu les abscisses dels extrems relatius de la funció $f(x)$ i classifiqueu aquests extrems.

6. Representeu les gràfiques:

a) $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$

b) $f(x) = e^{-x}(x^2 + 1)$

c) $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$

d) $f(x) = xe^{2x}$

e) $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$

Selectivitat Madrid:

7. Donada la funció:

$$f(x) = \frac{4}{x-4} + \frac{27}{2x+2}$$

- Trobeu les asímptotes de la gràfica.
- Determineu els intervals de creixement i decreixement
- Trobeu els punts d'inflexió
- Feu un esbós de la seva gràfica

8. Donada la funció: $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica en $x = 0$.

9. Donada la funció $f(x) = e^{1/x}$, es demana:

- Calculeu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, i estudeu si existeix $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- Trobeu les asímptotes de la gràfica.
- Determineu els intervals de creixement i decreixement
- Feu un esbós de la seva gràfica

10. Donada la funció $f(x) = 2\cos^2 x$:

- Determineu els extrems absoluts de $f(x)$ en $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- Determineu els punts d'inflexió de $f(x)$ en $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

11. Donada la funció: $f(x) = \frac{ax^4+1}{x^3}$

- Determineu el valor del paràmetre a sabent que la funció té un mínim relatiu en $x = 1$. Per aquest valor de a trobeu la resta d'extrems relatius.
- Trobeu les asímptotes de la funció per $a = 1$
- Feu un esbós de la seva gràfica per $a = 1$

12. Donada la funció $f(x) = \ln(x^2 + 4x - 5)$:

- Determineu els seu domini de definició i les seves asímptotes verticals
- Determineu els intervals de creixement i decreixement

13. Donada la funció: $f(x) = \frac{3x^2+5x-20}{x+5}$

- a) Trobeu les asímptotes de la funció
- b) Estudieu els intervals de concavitat i convexitat
- c) Feu un esbós de la seva gràfica

Selectivitat València:

14. Sigui f la funció definida per $f(x) = \frac{x}{x^2-3x+2}$

Obtingueu **raonadament**:

- a) El domini i les asímptotes de la funció $f(x)$.
- b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$.

15. Es consideren les funcions reals $f(x) = 2x^2 + 12x - 6$ i $g(x) = (x - 2)(x^2 + 9)$.
Es demana que obtingueu raonadament Les equacions de les asímptotes a la gràfica de la funció $\frac{f(x)}{g(x)}$

16. Atesa la funció real $f(x) = \frac{8}{1+x^2}$, es demana que calculeu raonadament:

- a) Les derivades primera i segona de la funció $f(x)$.
- b) Els punts d'inflexió de la corba $y = f(x)$.
- c) La pendent màxima de les rectes tangents a la corba $y = f(x)$.