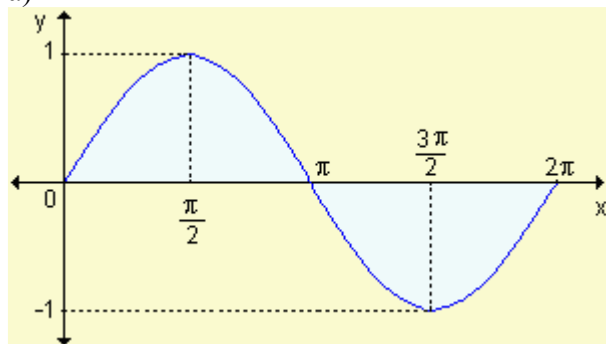


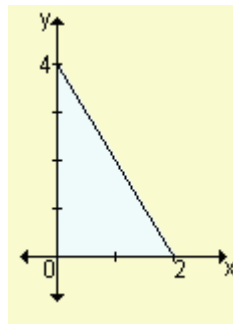
TEMA 3 : La integral definida. Aplicacions

1. Escriviu, sense calcular, una integral definida que indiqui l'àrea de les regions ombrejades:

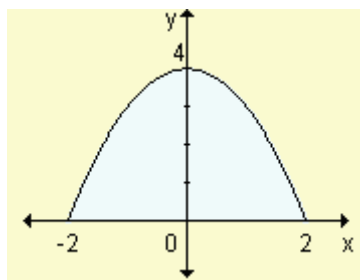
a)



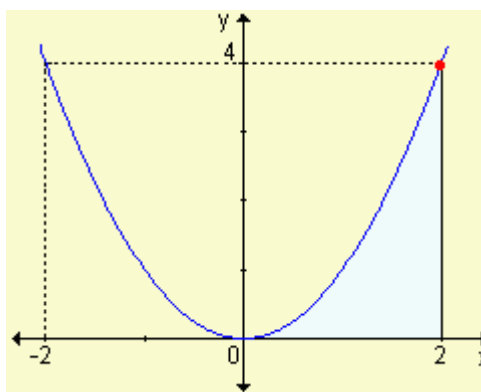
b)



c)



d)



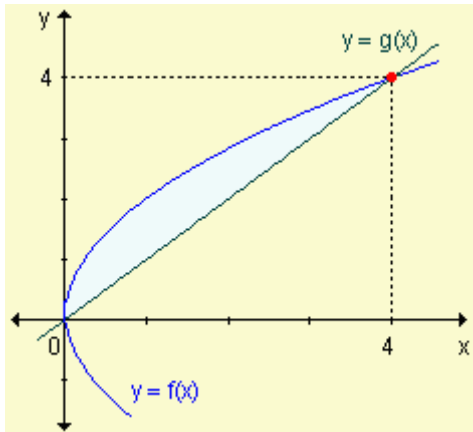
2. Calculeu l'àrea de les regions del pla definides per:

- a) $y = x^2$ amb la recta $y = 2x + 3$
- b) l'eix d'abscisses, la recta $y = x + 1$ i la recta $x = 4$
- c) l'eix d'abscisses, la corba $y = x^2 - 1$ i la recta $x = 2$
- d) $y = x^2 + 2x - 1$ amb la recta $y = -x - 1$
- e) $y^2 = 4x$ amb la recta $y = 2x - 4$
- f) $y = \ln x$, l'eix d'abscisses i les rectes $x = 2$, $x = 10$
- g) $y = x^2$ amb la recta $y = 3 - 2x$
- h) $y = \sqrt{x}$ amb $y = x^2$
- i) $y = 4 - x^2$ amb la recta $y = x + 2$

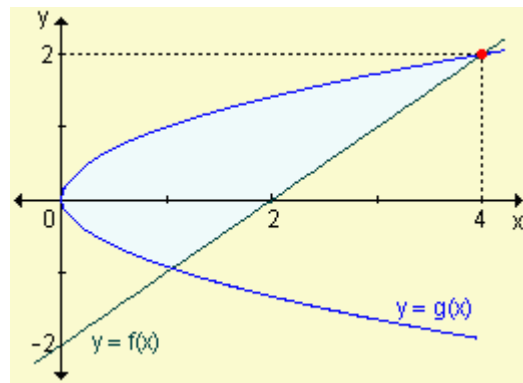
3. Trobeu l'Àrea limitada per la parÀbola $y = 6 + 4x - x^2$ i el segment determinat per els punts A(-2, -6) y B(4, 6).

4. Determineu l'Àrea ombrejada en les següents grÀfiques

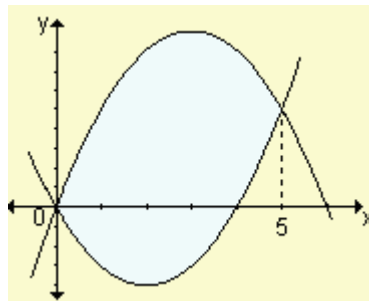
a)



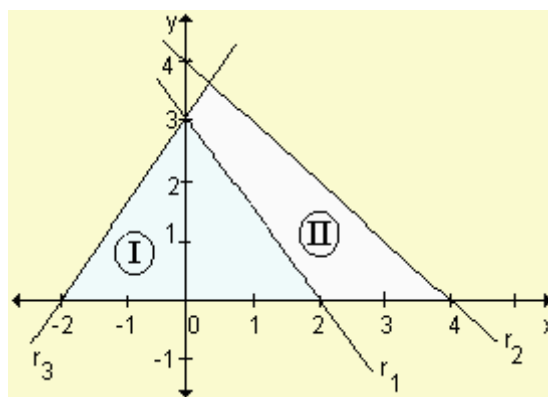
b)



5. Representa grÀficament la regió determinada per les corbes $y = x^2 - 4x$ i $y = 6x - x^2$. Calculeu l'Àrea del recinte que determinen.



6. Donada la grÀfica següent:



- Determineu les equacions de les rectes
- Calculeu l'Àrea de la zona indicada en el grÀfic II

7.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$$

a) Calculeu

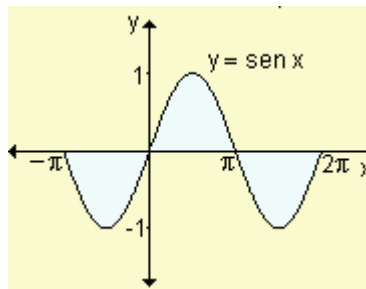
b) Determineu l'Àrea de la regió compresa entre la corba $y = \sin x$, i l'eix d'abscisses i

les rectes $x = -\frac{\pi}{2}$ i $x = \frac{\pi}{2}$

c) Analitzeu perquè no són iguals els resultats dels apartats a) i b)

8. Calculeu l'Àrea de la regió que determinen la corba $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 6 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$, i les rectes $x = 0$ i $x = 3$.

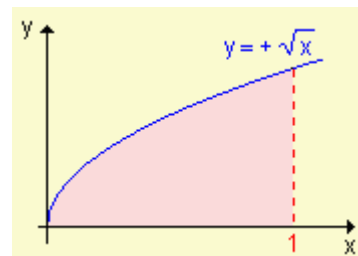
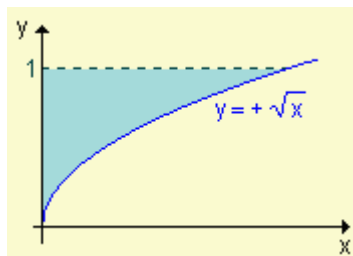
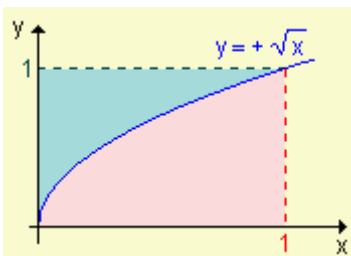
9. Trobeu la integral definida que determina l'Àrea de la regió del següent gràfic



10. Trobeu l'Àrea limitada per la paràbola $y = x^2 - x$ i la recta que determinen els punts $P(1, 2)$ i $Q(-3, -6)$.

11. Calculeu l'Àrea de la regió limitada per la corba $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ i l'eix d'abscisses.

12. Determineu el valor de les Àrees ombrejades



13. Trobeu l'Àrea de la regió del primer quadrant que delimiten la corba $y = \frac{1}{x}$ i les rectes $y = x$; $y = 0$ i $x = 2$.

14. Trobeu l'Àrea de la regió del primer quadrant que delimiten les rectes $y = x$; $y = 2 - x$ i $y = 0$.

15. Trobeu l'àrea de la regió del primer quadrant que delimiten la corba $y = x^2 - x - 2$, i les rectes $x = -2$, $x = 2$ i l'eix d'abscisses .
16. Trobeu l'àrea de la regió del primer quadrant que delimiten les corbes $y = x^2 - x - 2$ i $y = x^2 + 4x - 7$
17. Trobeu l'àrea de la regió que delimiten la corba $y = x^2 + 1$, i les rectes $y = 2x - 2$, $x = -1$ i $x = 2$
18. Trobeu l'àrea de la regió que delimiten la corba, $y = \frac{1}{x^2}$ i les rectes $y = x$, $y = \frac{x}{8}$ i $x = 2$
19. Calcula l'àrea delimitada per la corba d'equació $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ i l'eix d'abscisses.
20. Calculeu l'àrea delimitada per l'eix OX i la corba $y = (x-1)(x+1)(x+2)$.
21. Calcula l'àrea delimitada per les corbes $y = x^2 - 2x - 3$ i $y - 2x = -6$.
22. Calcula l'àrea que delimitada les corbes $y = 9x^2$, $y = 4x^2$ i $y = 36$.
23. Calculeu l'àrea delimitada per les corbes: $y = 2x^3$ i $y = 8x$
24. Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per les corbes $y^2 = x$ i $y = |x-2|$
25. Calcula el valor de m de manera que la recta $y = mx$ i la corba $y = \sqrt{x}$ delimitin una àrea de 36 unitat de superfície.
26. Considera el recinte limitat per la corba $y = \sqrt{x}$ l'eix de les y i la recta $y = a$. Determina el valor de a per tal que l'àrea d'aquest recinte valgui 9.
27. Considera el recinte limitat per la corba $y = -x^2 + a$ i la recta $y = 0$. Determina el valor de a per tal que l'àrea d'aquest recinte valgui 36.

TEMA 3 : La integral definida. Aplicacions

1. Solució:

a) $2 \int_0^{\pi} \sin x \, dx = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$

b) $\int_0^2 (4-2x) \, dx$

c) $\int_{-2}^2 (4-x^2) \, dx = 2 \int_0^2 (4-x^2) \, dx$

d) $\int_0^2 x^2 \, dx$

2.

Solucions a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{25}{2}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{9}{2}$ e) 9 f) 13,64 g) $\frac{32}{3}$ h) $\frac{1}{3}$ i) $\frac{9}{2}$

3. Sol 36 unitats quadrades

4. Solucions: a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{9}{2}$

5. Solució: Àrea = $\frac{125}{3}$

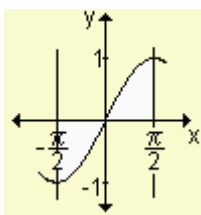
6. Solució:

a) $r_1: y = 3 - \frac{3}{2}x; r_2: y = -x + 4; r_3: y = \frac{3}{2}x + 3$

b) $A_{II} = \frac{24}{5}$ unitats quadrades

7. Solució:

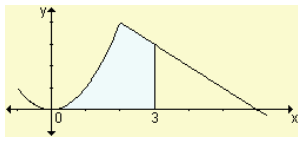
a) 0



b) $A = 2$ unitats quadrades

c) Els resultats no són iguals ja que l'àrea no es pot calcular com la integral plantejada en l'apartat a) donat que l'àrea és la suma de les dos àrees simètriques en valor absolut.

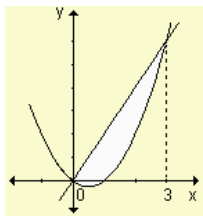
8. Solució



$A = \frac{37}{6}$ unitats quadrades

9. Solució: $A = 3 \int_0^{\pi} \sin x \, dx$

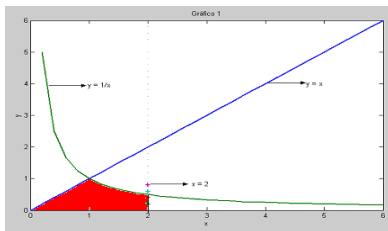
10. Solució:



$A = \frac{9}{2}$ unitats quadrades

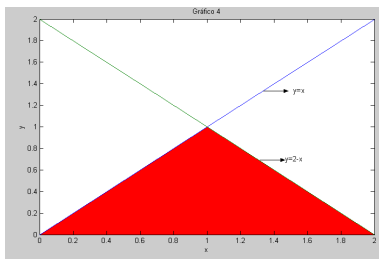
11. Solució $A = 8$ unitats quadrades

12. Solució:



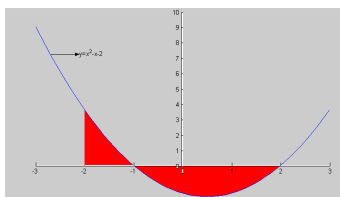
$A = \frac{1}{2} + \ln \left| \frac{2}{1} \right| \Rightarrow \frac{1}{2} + \ln |2|$
Unitats quadrades

14. Solució:



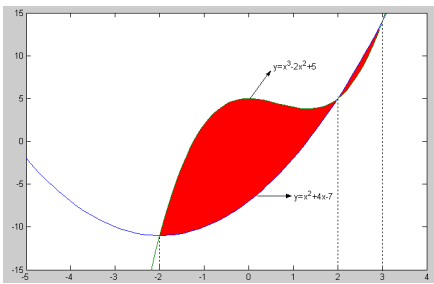
$A = \frac{1}{2} + 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow 1$ unitats quadrades

15. Solució:



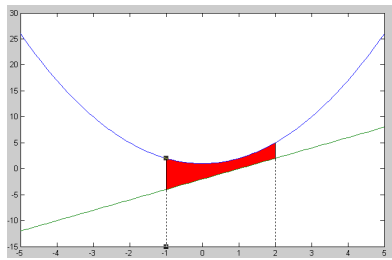
$A = \frac{7}{6} + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{11}{6}$ unitats quadrades

16. Solució



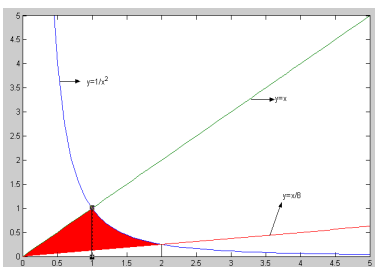
$$A = 32 + \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{131}{4} \text{ unitats quadrades}$$

17. Solució



$$A = 9 \text{ unitats quadrades}$$

18. Solució



$$A = \frac{7}{16} + \frac{5}{16} \Rightarrow \frac{3}{4}$$

19. Sol: $15/4 \text{ u}^2$

20. sol: $37/12 \text{ u}^2$

21. Sol: $4/3 \text{ u}^2$

22. Sol: 24 u^2

23. Sol: 16 u^2

24. Sol: $7/2 \text{ u}^2$

25. Sol: $\pm 1/6$

26. Sol: ± 3

27. Sol: 9