

## TEMA 4 : Funció exponencial i logarítmica

### Activitats

1. Simplifiqueu:

a)  $x^4 \cdot x^3$   
b)  $x^4 / x^3$   
c)  $(x^3)^6$

d)  $3^x \cdot 3^{2x}$   
e)  $5^x / 5^{3x}$   
f)  $(2^x)^{2x}$

2. Resol les equacions exponencials següents:

a)  $3^{2-x} = 9$

b)  $5^{3-x} = 125$

c)  $10^{3+x} = 1$

d)  $7^{x^2-4} = 0$

e)  $3^{2x-5} = \frac{1}{243}$

f)  $2^{\frac{x+5}{3}} = 4\sqrt{2^x}$

g)  $5^{x-2} + 5^x + 5^{x+2} = 651$

h)  $10^{x-2} + 10^{x-4} + 10^{x-2} = 201$

i)  $2^{2x+4} + 6 \cdot 2^{x+1} - 4 = 0$

j)  $2^{2x+4} - 3 \cdot 2^{x+2} + 2 = 0$

k)  $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

l)  $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

m)  $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

n)  $4^{2x} = 4^{x-1}$

o)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-3}$

p)  $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

q)  $4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$

3. Fes servir la definició de logaritme i calcula:

a)  $\lg_2 8$

b)  $\lg_2 1024$

c)  $\log_3 243$

d)  $\log_5 125$

e)  $\log_5 \frac{1}{625}$

f)  $\log 10.000$

g)  $\lg_{4/5} 4/5$

h)  $\lg_{10} 1000$

i)  $\lg_3 1/9$

j)  $\lg_3 81$

k)  $\lg_2 1/16$

l)  $\lg_4 64$

m)  $\lg_{1/4} 64$

n)  $\lg_2 32$

o)  $\lg_{2/3} 27/8$

p)  $\lg_{2/3} 4/9$

q)  $\lg_{10} 0,0001$

r)  $\lg_{1/7} 1/49$

s)  $\lg_{325} 1$

t)  $\ln e^3$

u)  $\ln \frac{1}{e^7}$

v)  $\log_{\frac{1}{2}} 32 = x$

w)  $\log_5 \sqrt{125}$

4. Trobeu la x

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| a) $\lg_x 81 = 4$   | h) $\lg_x 1/e = -1$ |
| b) $\lg_2 x = 5$    | i) $\ln x = -2$     |
| c) $\lg_7 1/49 = x$ | j) $\lg_x 4 = 1/16$ |
| d) $\lg_3 27 = x$   | k) $\lg_x 9/25 = 2$ |
| e) $\log 100 = x$   | l) $\log x = 4$     |
| f) $\ln e^2 = x$    | m) $\ln 1 = x$      |
| g) $\lg_x 3 = 1$    | n) $\lg_x 3/5 = -1$ |

5. Reduïu a un únic logaritme:

- $\log 3 a - 7 \log a + 2 \log 10$
- $\log 16 - \log a + 32 \log 2$
- $4 (\log 3 + \log a - 2 \log b)$
- $\log x + 9 (\log y + \log x)$

6. Expressen en logaritme decimal

- |                |                   |
|----------------|-------------------|
| a) $\lg_2 3$   | e) $\lg_{27} 9$   |
| b) $\lg_2 270$ | f) $\lg_5 3$      |
| c) $\lg_3 2$   | g) $\lg_{18} 216$ |
| d) $\lg_3 810$ | h) $\ln 5$        |

7. Expressen aplicant les propietats els següents logaritmes en funció de  $\log 2$  i  $\log 3$

- |               |               |
|---------------|---------------|
| a) $\log 60$  | e) $\log 40$  |
| b) $\log 75$  | f) $\log 270$ |
| c) $\log 900$ | g) $\log 150$ |
| d) $\log 18$  | h) $\log 8$   |

8. Resoleu:

- $\log_3(x - 4) = 2$
- $\log(2x + 50) = 2$
- $\log_6(2x - 3) = \log_6 12 - \log_6 3$
- $2\log_3 x = 4\log_3 8$
- $\ln(-4 - x) + \ln 3 = \ln(2 - x)$
- $\log(5x^2 - 14x + 1) = \log(4x^2 - 4x - 20)$
- $\log_3(2x - 3) + \log_3(x + 3) = 4$
- $\log_2(x + 1) = 3 - \log_2(x - 1)$
- $\log_5 x + \log_5(x + 2) = \frac{1}{2}\log_5 9$
- $\frac{1}{2}\log_5(x - 2) = 4\log_5 2 - \frac{3}{2}\log_5(x - 2)$

9. Donades les funcions  $y = 4^x$  i  $y = 4^{-x}$ , calcula les imatges de -2, -1, 0, 1, 2 i fes-ne les gràfiques aproximades. Fes una comparació de les gràfiques.

10. Donades les funcions  $y = \log_4 x$  i  $y = \log_{1/4} x$ , calcula les imatges de  $\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, 1, 4, 16$  i fes-ne les gràfiques aproximades. Fes una comparació de les gràfiques.

11. Representeu gràficament les següents funcions i indiqueu les seves característiques:

a)  $y = 3^x$

b)  $y = 2^x$

c)  $y = (1/2)^x$

d)  $y = (1/3)^x$

e)  $y = \lg_2 x$

f)  $y = \lg_3 x$

g)  $y = \log x$

Què observeu dels gràfics  $y = 3^x$  i  $y = \lg_3 x$  ?

I si compareu  $y = 2^x$  i  $y = 3^x$ ? Representeu aproximadament  $y = e^x$

Compareu  $y = \lg_2 x$ ,  $y = \lg_3 x$  i  $y = \log x$ , què observeu?. Representeu  $y = \ln x$

12. A primera hora del matí sou al laboratori i el professor de Química, us dóna un vas de precipitats de 81 ml que conté 1ml d'un líquid que triplica el volum cada minut. Quants minuts tardarà el líquid a sobreixir del vas?.

13. A l'hora de biologia la professora presenta un cultiu de 1000 bacteris que es dupliquen cada dia, en quin moment hi hauran 32.000 bacteris?

14. Sabem que el nombre de granotes que hi ha en una bassa en funció del temps ve donada per l'equació  $N = N_0 \cdot 3^t$  on  $N_0$  és el nombre de granotes que hi ha inicialment ( $t = 0$ ) i  $t$  representa els anys que han passat. Si al principi hi havia 20 granotes:

a) Quantes granotes hi haurà en la bassa si han passat 9 anys?

b) Quants anys han de passar perquè hi hagi 4860 granotes?

15. Un bacteri es divideix cada 30 segons en dos nous bacteris, cadascun dels quals es torna a dividir en dos més cada 30 segons i així succesivament.

a) la funció  $y = 2^{t/30}$  on  $t =$  temps ( s ) ens dona el nombre de bacteris en cada moment?. Raoneu la resposta.

b) quants bacteris hi hauran després de 5 minuts?

c) quant de temps es necessita per tenir 4096 bacteris?