TEMA 4 : Funcions exponencial i logarítmica

Full de preparació
Aquest full s'ha de lliurà el dia de la prova

Nom: .... Curs: ....

1. Resol les equacions exponencials següents:

$a)3^{x+1} = 27$

$b)5^{x^2-2x} = 125$

$c)2^{x^2-3x} = 1$

$d)3^{2x-5} = \frac{1}{27}$

$e)\sqrt{a^{1-x^2}} = a^{-4}$

$f)\sqrt[6]{a^{x-1}} \cdot \sqrt{a^{2x+3}} \cdot \sqrt[3]{a^{x-2}} = \sqrt[6]{a^{8x+11}}$

$g)3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 9477$

$h)4^{x-1} - 4^{x-2} - 4^{x-3} = 2816$

$i)4^x - 2^x = 992$

$j)2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

$k)2^{x+1} + 4^{x-1} = 96$

$l)2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$

$m)5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

$n)4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$

2. Trobeu la x

a) $\lg_x \sqrt{2} = 4$

b) $\lg_3 \frac{1}{3} = x$

c) $\lg_x 121 = 2$

d) $\lg_x 3 = 1$

e) $\log_x 1 = 0$

f) $\ln e^6 = x$

g) $\lg_3 \sqrt{3} = x$

h) $\log_{\frac{4}{3}} x = -\frac{1}{2}$

i) $\ln x = -2$

j) $\log_{\frac{3}{2}} 1 = x$

k) $\lg_x \frac{1}{32} = -5$

l) $\log x = -3$

m) $\ln 1 = x$

n) $\log_x 11 = 2$

3. Expresseu aplicant les propietats els següents logaritmes en funció de log2 i log3

a) log 30

b) log 15

c) log 600

d) log 36

e) log 60

f) $\log \sqrt{270}$

g) $\log \sqrt{18}$

h) log 108

4. Expresseu en logaritme neperià

a) $lg_2 5$ e) $lg_2 32$

b) $lg_3 8$ f) $lg_4 810$

c) $lg_{27} 4$ g) $lg_5 7$

d) $lg_{18} 17$ h) $\log 5$

5. Reduir a un únic logaritme:

a) $\log 4a - 3 \log a + 8 \log 10$
b) $2\log b – 5\log b + \frac{1}{2} \log b$
c) $\frac{3}{5}\log 4a - 2 \log a + \frac{4}{3} \log a$
d) $3\log x + 5 (2\log y + 4\log x)$

6. Resoleu:

a) $3\log_2 x – 4\log_2 8 = 3\log_2 3$
b) $\ln (5 – x) = \ln 2 + \ln (4 – x)$
c) $\log (x^2 + 2x – 39) – \log (3x – 1) = 1$
d) $2 \log x = 2 + \log (x – 16)$
e) $\log \sqrt[4]{x^3} - \log \sqrt{10} = \frac{1}{4}$
f) $5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \log x – \log \frac{32}{9}$
g) $\log x^2 = \log (x + \frac{11}{10}) + 1$
h) $(x^2 – 5x + 9)\log2 + \log125 = 3$

7. Una cèl·lula sofreix una mutació que la converteix en cancerígena i es reprodueix de tal manera que es duplica cada dia. Quan es detecta la malaltia, el pacient té 850.000 cèl·lules cancerígenes. Quants dies fa que va començar el procés?.

8. Un element radioactiu es desintegra en funció del temps t, mesurat en segons (s), segons l'expressió:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Essent

$N(t)$ = nombre d'àtoms radioactius existents en l'instant t
N_0 = nombre d'àtoms radioactius existents en l'instant t = 0
λ = Constant de desintegració que depèn de l'element (s^{-1})

a) Calculeu en funció de λ el període de semidesintegració, T definit com el temps que ha de transcórrer perquè el nombre inicial d'àtoms radioactius es redueixi a la meitat .
b) Calculeu el període de semidesintegració de l'estronci ${}^{90}_{38}Sr$ si $\lambda = 7.8219 \cdot 10^{-10}$ s^{-1}

9. Fa quatre anys es va repoblar un bosc amb una espècie d'aus nova. Aleshores, se'n va introduir 100 exemplars. Actualment s'estima que hi ha 25000 exemplars. S'ha conclòs que el nombre N d'aus ve donat per la fórmula:

$$N = A \cdot e^{B \cdot t} \qquad t \text{ (anys)}$$

On A i B són constants.

a) Trobeu B
b) Quant temps haurem d'esperar perquè hi hagi 200000 exemplars?

10. El nombre de bacteris d'un cultiu ve donat per:

$$N = 5.8 \cdot e^{2.1 \cdot t} \qquad \begin{array}{l} t \text{ (hores)} \\ N \text{ (milers de bacteris)} \end{array}$$

a) Quin és el nombre inicial de bacteris?
b) Quin és el nombre de bacteris després de 3 hores i mitja?
c) En quin instant hi ha un milió de bacteris?