

---

# MATEMÀTIQUES

## 4t ESO

---

TREBALL ESTIU

---

CURS 2014-2015

---

## TEMA 1: Nombres reals

1. Calculeu:

$$a) \left( \frac{\frac{3}{5} - \frac{6}{5} \cdot (-2)}{-3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} - \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{1}{5}\right)^2 =$$

$$b) \left( \frac{-2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}}{6 + \frac{1}{2} : 2} \right)^{-1} \cdot \frac{2}{10} : \left( \frac{1}{2} + 1 \right) =$$

2. Classifiqueu en racionals i irracionals els següents nombres

a) 0.510340295.....

b)  $3 - \pi$

c) 5.324444444444.....

d)  $\frac{\sqrt{9}}{5}$

e)  $-1 + \sqrt{5}$

f)  $\frac{7\pi}{8\pi}$

3. Trobeu la fracció generatriu dels nombres decimals següents

a) 7.0004

b)  $32.\overline{56}$

c)  $10.5\overline{24}$

d)  $6.021\overline{45}$

4. Descriviu i representeu els intervals següents

a)  $[-2,5]$

b)  $[-5,0)$

c)  $(4,10)$

d)  $(-3,8]$

e)  $[0,+\infty)$

f)  $(-\infty,-3)$

g)  $(-\infty,7]$

5. Escriviu l'interval que correspon a les desigualtats següents

a)  $-3 < x < 5$

b)  $x \leq 0$

c)  $x \geq -3$

d)  $-7 < x \leq -4$

e)  $10 > x$

f)  $-1 < x$

g)  $-5 \leq x \leq -1$

h)  $-7 \leq x < 0$

6. Representeu  $(-\infty, 6)$  i  $[0, +\infty)$  a la mateixa recta, i assenyalau mitjançant un interval els punts que són de tots dos intervals (interval d'intersecció)

7. Representeu  $(-2, 8)$  i  $[-5, 4)$  a la mateixa recta, i assenyalau l'interval d'intersecció

8. Escriviu dos intervals la intersecció dels quals sigui l'interval  $[-2, 3]$

9. Aproximeu (defecte, excés i arrodoniment) a mil·lèsimes els següents nombres decimals:

a) 7.03427

b) 2.86432

c) 4.3998

d) 10.9997

10. Quin error absolut i relatiu es comet si aproximem el resultat de  $45.96 + 203,7 + 0.823$  pel nombre 250,49

11. Escriviu amb notació científica

a) 21000000000

b) 0.00053

c) 0.0457893

d) 150005400

12. Feu les operacions següents utilitzant notació científica

a)  $6.4 \cdot 10^6 + 3.5 \cdot 10^4 - 9.3 \cdot 10^2$

b)  $4.36 \cdot 10^{-2} + 9.5 \cdot 10^4 + 8.33 \cdot 10^2$

13. Simplifiqueu el resultat d'aquesta operació:

$$\frac{3.92 \cdot 10^4 \cdot 5.86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9.2 \cdot 10^{13}}$$

14. Trobeu el valor numèric dels següents radicals:

a)  $\sqrt{144}$

b)  $\sqrt[6]{-1000000}$

c)  $\sqrt[4]{256}$

d)  $\sqrt[5]{-32}$

15. Traieu fora de l' arrel tots els factors que sigui possible

a)  $\sqrt{5625}$   
 b)  $\sqrt{2100}$   
 c)  $\sqrt[3]{3200}$

d)  $\sqrt[4]{243 \cdot x^{15} \cdot y^8 \cdot z^{22}}$   
 e)  $\sqrt[5]{a^7 \cdot b^{15} \cdot c^{27}}$

16. Introduïu els factors dins del radical, i simplifiqueu si es possible

a)  $2\sqrt[3]{5}$   
 b)  $\frac{1}{7}\sqrt{7}$

c)  $\frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{6}}$   
 d)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt[3]{15}}{5}$

17. Expressu amb un sol radical i simplifiqueu les expressions següents

a)  $\sqrt[2]{\sqrt[4]{\frac{a^8}{a^5}}}$

b)  $\sqrt[3]{2\sqrt[5]{3}}$

c)  $\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}\sqrt[5]{a}}$

18. Calculeu, extraient factors fora dels radicals:

a)  $5\sqrt{48} - \sqrt{108} + \sqrt{243}$   
 b)  $2\sqrt{32} - 3\sqrt{50} + 5\sqrt{72}$   
 c)  $5\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 8\sqrt{98} - 2\sqrt{162} =$   
 d)  $-2\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - 3\sqrt{80}$   
 e)  $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} - \sqrt{486}$   
 f)  $\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}$   
 g)  $6\sqrt{\frac{8}{9}} - 7\sqrt{\frac{200}{196}} + 45\sqrt{\frac{18}{225}} =$

19. Efectueu i simplifiqueu

a)  $(2 - \sqrt{3})^2 - (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$   
 b)  $(\sqrt{5} + 3)^2 - (2\sqrt{5} - 3)(2\sqrt{5} + 3)$

20. Racionalitzeu:

a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$   
 b)  $\frac{-3}{2\sqrt{3}}$   
 c)  $\frac{2}{\sqrt[3]{3^2}}$

d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{a^4}}$   
 e)  $\frac{14}{3 - \sqrt{2}}$   
 f)  $\frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}$

g)  $\frac{3}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

## TEMA 2: Equacions

1. Resol les equacions:

a)  $3x - 2 = -(x + 2) + (-x + 2)$

b)  $-(3x + 4) - (-5x - 3) = 0$

c)  $5x - 8 = \frac{2 - x}{-3}$

d)  $\frac{3x - 8}{2} = 2 \cdot (2x - 1) - 2$

e)  $2x - \frac{3x + 4}{5} = \frac{1}{2} - \frac{1 - 2x}{4}$

f)  $\frac{4x}{5} - \frac{(-4x + 2)}{2} = -\frac{1 - x}{10}$

g)  $\frac{3(3 - 2x)}{4} = 2 - (3 + x)$

h)  $\frac{4}{x - 3} = \frac{5}{x - 2}$

i)  $6\left(\frac{x + 1}{8} - \frac{2x - 3}{16}\right) = 3\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{8}(x - 2)$

j)  $\frac{2}{3}\left[x - \left(1 - \frac{x - 2}{3}\right)\right] + 1 = x$

2. Si al triple d'un nombre li restem 13 unitats, obtenim 86. De quin nombre es tracta?
3. Entre tres prestatgeries hi ha 129 llibres. A la segona n'hi ha 7 més que a la primera. Si a la tercera n'hi ha el doble que a la segona, quants llibres hi ha a cada prestatgeria?
4. En arribar 32 persones a una reunió s'observa que ara el nombre d'assistents és igual al triple dels que hi havia menys 14. Quantes persones hi havia inicialment a la reunió?
5. Troba tres nombres consecutius tals, que restant el doble del més gran del triple de la suma dels dos primers s'obtingui el nombre 527.
6. Dos germans es porten una diferència de 3 anys, i dintre de 4 anys les seves edats sumades faran 33. Calcula-les.

7. Resoleu per mètodes diferents i classifiqueu els sistemes:

a. 
$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ 12x - 9y = 5 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} 5x + 2y = -2 \\ 10x + 4y = -4 \end{cases}$$

e. 
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{2} = 5 \\ 3x - y = 5y \end{cases}$$

f. 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{3} + y = 1 \end{cases}$$

g. 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{2} = 0 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{x+y+2}{4} = 0 \end{cases}$$

h. 
$$\left. \begin{aligned} 2(x-2) - 3(y+1) + 6 &= 17 \\ 4(x-y) - \frac{x}{3} + \frac{y}{2} &= 25 \end{aligned} \right\}$$

8. Calculeu les dimensions d'un camp rectangular que hem tancat amb 140 m de filferro sabent que la llargada fa dues vegades i mitja l'amplada.

9. En Josep li diu a l'Agnès: Si et dono 10 discos en tindries tants com jo. L'Agnès li respon: Tens raó només et falten 10 discos per doblar-me'n el nombre. Quants discos té cadascú?

10. Una empresa de lloguer de cotxes n'ofereix dos models, un de quatre places i un altre de cinc. Durant el dia l'empresa lloga 10 cotxes en que viatgen 42 persones, i queden dues places sense ocupar. Quants cotxes ha llogat de cada tipus?

11. Resol les equacions següents:

a.  $3x = 4x^2 - 2x$

b.  $2x^2 - 18 = 0$

c.  $(x+1)(x-3) + 3 = 0$

d.  $(x+9)(x-9) = 3(x-27)$

e.  $3(2x-3)^2 = 4x(2x-9) + 43$

f.  $(x-4)^2 + (x+2)^2 = 20$

g.  $\frac{5x^2}{6} = \frac{6}{125}$

h.  $\frac{5x^2}{3} = x^2 + 24$

i.  $\frac{x^2-3x}{2} - 5 = x+18$

j.  $(5x-3)(5x+1) = 0$

k.  $(3x-2) \cdot (2x+3) = 0$

12.-Fes servir el discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$ , per indicar el nombre de solucions que té cada una de les equacions:

- l.  $2x^2 - 4x + 3 = 0$
- m.  $6 - 9x^2 - 15x = 0$
- n.  $x^2 - 8x + 16 = 0$
- o.  $x^2 - 2x + 4 = 0$

13.-En cadascun dels apartats següents calcula el valor del coeficient que falta de manera que la equació tingui :

- i. una solució
- ii. dues solucions
- iii. cap solució

- a)  $x^2 - 8x + c = 0$
- b)  $ax^2 - 3x + 1 = 0$
- c)  $x^2 + bx + 1 = 0$

14.-D'aquí 11 anys l'edat de la Maria serà la meitat del quadrat de l'edat que tenia fa 13 anys. Calculeu l'edat de la Maria.

15.-Trobeu un nombre enter si se sap que la suma amb els seu invers és  $\frac{26}{5}$

16.-Els costats d'un triangle rectangle mesuren en centímetres tres nombres parells consecutius. Trobeu els valors d'aquests costats.

17.-Resol les equacions:

- p.  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
- q.  $25x^4 - 29x^2 + 4 = 0$
- r.  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$
- s.  $16x^6 + 7x^3 - 9 = 0$
- t.  $x^6 - 7x^4 - 144x^2 = 0$

18.-Resol les equacions irracionals:

- a)  $\sqrt{x^2 + 25} - 13 = 0$
- b)  $x - \sqrt{4x - 3} = 0$
- c)  $x - \sqrt{x + 1} = 1$
- d)  $2\sqrt{5 + x} = 5 + x$
- e)  $2x - \sqrt{10x + 10} = 8$
- f)  $\sqrt{2x + 7} - \sqrt{x} = 2$
- e)  $\sqrt{3x + 4} - \sqrt{x - 3} = 3$
- g)  $\sqrt{10x - 1} - \sqrt{5x - 1} = 5$

19.-Resoleu les següents inequacions de primer grau:

a)  $x - 2(x + 2) - 3(2 - 4x) \leq 9$

b)  $\frac{1-5x}{4} - 2\frac{4+3x}{5} > \frac{1}{2}$

20.-Resoleu les següents sistemes d'inequacions de primer grau amb una incògnita:

a) 
$$\begin{cases} 2(x - 5) - 3(2 - 2x) < 0 \\ -x + 3(2 + x) > 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{2(x+1)}{3} - \frac{3x-1}{4} \geq \frac{x+3}{2} - 5 \\ \frac{3(x-2)}{4} - \frac{5x+3}{3} > \frac{x-1}{2} - 4 \end{cases}$$

21.-Resoleu les següents inequacions de primer grau:

a)  $\frac{x+3}{x-5} < 0$

b)  $\frac{2x-3}{x+3} < 0$

c)  $\frac{-x+1}{2-3x} \geq 0$

22.-Resoleu les següents inequacions de segon grau:

a)  $-x^2 + 3x - 4 < 0$

b)  $\frac{3x-1}{2} - \frac{x-x^2}{3} + 1 < 0$

c)  $3 - \frac{2x-3}{2} + \frac{16x+x^2}{3} \geq 0$

23.-Resoleu els següents sistemes d'inequacions de segon grau:

a) 
$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 < 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ 3x - 2 < 10 \end{cases}$$

24.-Trobeu gràficament les solucions dels sistemes d'inequacions amb dues incògnites següents:

a) 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 6 > 0 \\ x + 2y > 11 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x - y + 6 > 0 \\ -4x + 2y < 2 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{x-2y+3}{3} \geq \frac{x-y+1}{2} \\ 1 - \frac{2x-4-y}{3} + \frac{2x+3y}{2} \geq 0 \end{cases}$$



### TEMA 3: Inequacions

1. Resoleu les següents inequacions de primer grau:

c)  $x - 2(x + 2) - 3(2 - 4x) \leq 9$

d)  $\frac{1-5x}{4} - 2\frac{4+3x}{5} > \frac{1}{2}$

2. Resoleu les següents sistemes d'inequacions de primer grau amb una incògnita:

c) 
$$\begin{cases} 2(x - 5) - 3(2 - 2x) < 0 \\ -x + 3(2 + x) > 3 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} \frac{2(x+1)}{3} - \frac{3x-1}{4} \geq \frac{x+3}{2} - 5 \\ \frac{3(x-2)}{4} - \frac{5x+3}{3} > \frac{x-1}{2} - 4 \end{cases}$$

3. Resoleu les següents inequacions de primer grau:

d)  $\frac{x+3}{x-5} < 0$

e)  $\frac{2x-3}{x+3} < 0$

f)  $\frac{-x+1}{2-3x} \geq 0$

4. Resoleu les següents inequacions de segon grau:

d)  $-x^2 + 3x - 4 < 0$

e)  $\frac{3x-1}{2} - \frac{x-x^2}{3} + 1 < 0$

f)  $3 - \frac{2x-3}{2} + \frac{16x+x^2}{3} \geq 0$

5. Resoleu els següents sistemes d'inequacions de segon grau:

c) 
$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 < 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ 3x - 2 < 10 \end{cases}$$

6. Trobeu gràficament les solucions dels sistemes d'inequacions amb dues incògnites següents:

d) 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 6 > 0 \\ x + 2y > 11 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{x-2y+3}{3} \geq \frac{x-y+1}{2} \\ 1 - \frac{2x-4-y}{3} + \frac{2x+3y}{2} \geq 0 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} 2x - y + 6 > 0 \\ -4x + 2y < 2 \end{cases}$$

## TEMA 4: Polinomis

1. Calculeu el valor numèric de cada polinomi pels valors indicats:

a)  $P(x) = 3x^2 - 2x + 5$  en  $x = 3$

b)  $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4$  en  $x = -2$

2. Desenvolpeu els següents productes notables:

a.  $(2x + 5)^2$

b.  $(3x - 7)(3x + 7)$

c.  $(-2x + 3)^2$

3. Expresses com a producte notable:

a.  $9x^2 - 12x + 4$

b.  $4x^2 + 20x + 25$

c.  $49 - 9x^6$

4. Calculeu la potència dels binomis següents emprant el binomi de Newton:

a.  $(x + 3)^3$

b.  $(x - 2)^4$

c.  $(2x + 2)^4$

d.  $(x^4 + 2x^2)^5$

5. Realitzeu les següents operacions:

a)  $(9x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 8x - 6) + (x^4 + 7x^3 - 3x^2 - 5x + 2) =$

b)  $(x^6 + 5x^5 - 5x^4 - 9x^3 + 4x^2 - 3x + 7) + (3x^5 - 2x^4 - 7x^3 - 8x^2 + 2x - 4) =$

c)  $(-2x^8 - 3x^7 + 5x^3 - 1) - (5x^8 + 6x^7 + x^3 - x^2 + 6x) =$

d)  $\left(\frac{4}{3}x^7 + \frac{1}{5}x^6 - \frac{4}{3}x^5 + x^4 - \frac{3}{4}x^3 - 5x^2 + 7x - 1\right) - \left(6x^7 + \frac{2}{3}x^6 + \frac{5}{3}x^5 + \frac{2}{5}x^4 + 10x^3 + 4x - 3\right) =$

e)  $(x^2 + 5x + 6) - (x^2 + 3x + 4) =$

f)  $2x^2 + 5x - (x^3 + 7x^2 - 3x + 4) =$

6. Efectueu les operacions següents i simplifica el resultat:

a.  $(3x^2 + 2)(x - 3) + 2x(3x^2 + 5)$

b.  $(2x - 3)(1 + 5x^2) - x(x^2 - 4x + 3)$

7. Efectueu les divisions següents:

a) 
$$\frac{2x^5 - 4x^4 - 14x^3 + 14x^2 - 8x + 2}{2x^2 + 4x - 2} =$$

b) 
$$\frac{2x^5 - 3x^4 + x^3 + 4x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 3}$$

8. Feu les divisions següents pel mètode de Ruffini:

a.  $(2x^3 + 9x^2 + 11x + 7) : (x + 3)$

b.  $x^4 + 1$  dividit per  $x + 1$

c.  $x^3 - x + 1$  dividit per  $x + 1$

9. Donat  $p(x) = 3x^4 - mx^2 + 3x - 2$ , sabem que  $p(2) = 10$ . Calculeu el valor de  $m$ .

10. Dividint el polinomi  $x^2 + bx + c$  per  $x - 3$  obtenim 2 de residu. Quant valen  $b$  i  $c$  si aquest polinomi és divisible per  $x - 2$ ?

11. Calculeu el valor de  $n$  perquè el polinomi  $3x^3 + nx^2 - 7$  sigui divisible per  $x + 1$ .

12. Trobeu les arrels dels polinomis:

a.  $2x^3 - 3x^2 - 29x - 30$

b.  $x^3 + 4x^2 + x - 2$

c.  $x^3 - 9x + 10$

d.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

13. Escriviu un polinomi ordenat que compleixi les condicions següents:

a) grau 3 i arrels 1, -3 i -4.

b) grau 4; arrels 0, 1, 2, -3, i que el coeficient de  $x^4$  sigui 2.

14. Descomponeu en factors els polinomis següents:

a.  $p(x) = 2x^3 - 12x^2 + 6x + 20$

b.  $p(x) = 4x^3 + 12x^2 - 4x - 12$

c.  $p(x) = -2x^3 + 2x^2 + 10x + 6$

15. Simplifiqueu les fraccions algebraiques següents:

$$a) \frac{2x+2}{4x+4}$$

$$b) \frac{x+1}{2x+2}$$

$$c) \frac{x^4 - x^3}{x^2 - 2x + 1}$$

$$d) \frac{x^4 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

$$e) \frac{x^3 - x}{x^4 + 2x^3 + x^2}$$

$$f) \frac{9x^2 - 1}{12x^2 - 4x}$$

$$g) \frac{2x^2y - xy^2}{10xy - 5x^2y}$$

$$h) \frac{(x-6)^2}{x^2 - 5x - 6}$$

16. Reduïu les fraccions al mínim comú denominador i calcula:

$$a) \frac{x+1}{x^3} - \frac{2}{3x} - \frac{x-2}{x^2}$$

$$b) \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} - 2$$

$$c) \frac{x}{x+1} - 1 + \frac{3}{x}$$

$$d) \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$$

$$e) \frac{3}{(-1)^2} - \frac{x+2}{x-1}$$

$$g) \frac{2(x-3)}{x^2+2x-3} - \frac{3}{x+3} =$$

17. Calculeu i simplifiqueu:

$$a) \frac{x}{2x+4} \cdot \frac{3x+6}{x}$$

$$b) \frac{x^2}{x-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x}$$

$$c) \frac{x-2}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-2x}$$

$$d) \frac{8x}{x+3} : \frac{4x^2}{x+3}$$

## TEMA 5 : Funcions exponencial i logarítmica

1. Resol les equacions exponencials següents:

$$a) 3^{x+1} = 27$$

$$b) 5^{x^2-2x} = 125$$

$$c) 2^{x^2-3x} = 1$$

$$d) 3^{2x-5} = \frac{1}{27}$$

$$e) \sqrt{a^{1-x^2}} = a^{-4}$$

$$f) \sqrt[6]{a^{x-1}} \cdot \sqrt{a^{2x+3}} \cdot \sqrt[3]{a^{x-2}} = \sqrt[6]{a^{8x+11}}$$

$$g) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 9477$$

$$h) 4^{x-1} - 4^{x-2} - 4^{x-3} = 2816$$

$$i) 4^x - 2^x = 992$$

$$j) 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$$

$$k) 2^{x+1} + 4^{x-1} = 96$$

$$l) 2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$$

$$m) 5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$$

$$n) 4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$$

2. Trobeu la x

$$a) \lg_x \sqrt{2} = 4$$

$$h) \log_{\frac{4}{3}} x = -\frac{1}{2}$$

$$b) \lg_3 \frac{1}{3} = x$$

$$i) \ln x = -2$$

$$c) \lg_x 121 = 2$$

$$j) \log_{\frac{3}{2}} 1 = x$$

$$d) \lg_x 3 = 1$$

$$k) \lg_x \frac{1}{32} = -5$$

$$e) \log_x 1 = 0$$

$$l) \log x = -3$$

$$f) \ln e^6 = x$$

$$m) \ln 1 = x$$

$$g) \lg_3 \sqrt{3} = x$$

$$n) \log_x 11 = 2$$

3. Expressiu aplicant les propietats els següents logaritmes en funció de  $\log 2$  i  $\log 3$

$$a) \log 30$$

$$e) \log 60$$

$$b) \log 15$$

$$f) \log \sqrt{270}$$

$$c) \log 600$$

$$g) \log \sqrt{18}$$

$$d) \log 36$$

$$h) \log 108$$

4. Expressen en logaritme neperià

- a)  $\lg_2 5$
- b)  $\lg_3 8$
- c)  $\lg_{27} 4$
- d)  $\lg_{18} 17$
- e)  $\lg_2 32$
- f)  $\lg_4 810$
- g)  $\lg_5 7$
- h)  $\log 5$

5. Reduir a un únic logaritme:

- a)  $\log 4a - 3 \log a + 8 \log 10$
- b)  $2 \log b - 5 \log b + \frac{1}{2} \log b$
- c)  $\frac{3}{5} \log 4a - 2 \log a + \frac{4}{3} \log a$
- d)  $3 \log x + 5 (2 \log y + 4 \log x)$

6. Resoleu:

- a)  $3 \log_2 x - 4 \log_2 8 = 3 \log_2 3$
- b)  $\ln (5 - x) = \ln 2 + \ln (4 - x)$
- c)  $\log (x^2 + 2x - 39) - \log (3x - 1) = 1$
- d)  $2 \log x = 2 + \log (x - 16)$
- e)  $\log \sqrt[4]{x^3} - \log \sqrt{10} = \frac{1}{4}$
- f)  $5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \log x - \log \frac{32}{9}$
- g)  $\log x^2 = \log (x + \frac{11}{10}) + 1$
- h)  $(x^2 - 5x + 9) \log 2 + \log 125 = 3$

7. Una cèl·lula sofreix una mutació que la converteix en cancerígena i es reproduïx de tal manera que es duplica cada dia. Quan es detecta la malaltia, el pacient té 850.000 cèl·lules cancerígenes. Quants dies fa que va començar el procés?

8. Un element radioactiu es desintegra en funció del temps  $t$ , mesurat en segons (s), segons l'expressió:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Essent

$N(t)$  = nombre d'àtoms radioactius existents en l'instant  $t$

$N_0$  = nombre d'àtoms radioactius existents en l'instant  $t = 0$

$\lambda$  = Constant de desintegració que depèn de l'element ( $s^{-1}$ )

- a) Calculeu en funció de  $\lambda$  el període de semidesintegració,  $T$  definit com el temps que ha de transcórrer perquè el nombre inicial d'àtoms radioactius es redueixi a la meitat .
- b) Calculeu el període de semidesintegració de l'estronci  ${}^{90}_{38}\text{Sr}$  si  $\lambda = 7.8219 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$

9. Fa quatre anys es va repoblar un bosc amb una espècie d'aus nova. Aleshores, se'n va introduir 100 exemplars. Actualment s'estima que hi ha 25000 exemplars. S'ha conclòs que el nombre  $N$  d'aus ve donat per la fórmula:

$$N = A \cdot e^{B \cdot t} \quad t \text{ (anys)}$$

On  $A$  i  $B$  són constants.

- a) Trobeu  $B$
- b) Quant temps haurem d'esperar perquè hi hagi 200000 exemplars?

10. El nombre de bacteris d'un cultiu ve donat per:

$$N = 5.8 \cdot e^{2.1 \cdot t} \quad t \text{ (hores)}$$

$N$  (milers de bacteris)

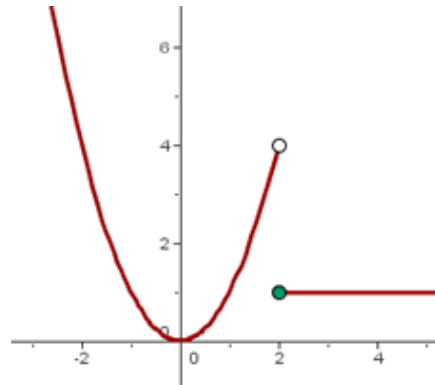
- a) Quin és el nombre inicial de bacteris?
- b) Quin és el nombre de bacteris després de 3 hores i mitja?
- c) En quin instant hi ha un milió de bacteris?

## TEMA 6: Funcions

1. Donades les funcions  $f(x) = 2x - 1$  i  $g(x) = x^2 - 3x + 2$
- imatge de 0 per  $f(x)$  i  $g(x)$
  - antiimatge de 12
  - $f(3)$ ,  $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$
  - $g(-1)$ ,  $g^{-1}(0)$

2. Donada la següent funció trobeu:

- Imatge de 2
- $f(-1)$
- antiimatge de 4
- $f^{-1}(1)$
- domini
- recorregut



3. Trobeu el domini de les següents funcions:

a)  $f(x) = -\frac{x^2}{3} + 5x$

b)  $y = x^5 - 2$

c)  $f(x) = \frac{3+2x}{x-5}$

d)  $f(x) = \frac{3x-1}{5x-8}$

e)  $f(x) = \frac{x+11}{20x-5x^2}$

f)  $f(x) = \frac{3x-5}{x^3-5x^2+6x}$

h)  $f(x) = \sqrt[3]{25-x^2}$

i)  $f(x) = \sqrt{x+6}$

j)  $f(x) = \sqrt[6]{2x-8}$



4. Trobeu els punts de tall amb els eixos de les següents funcions:

a)  $y = 3x - 2$

b)  $y = 4x^2 - 2x$

c)  $y = (x + 1)(x - 3)$

d)  $y = (2x-1)^2$

e)  $y = \frac{x-1}{2x}$

f)  $y = x^4 - 3x^2 + 2$

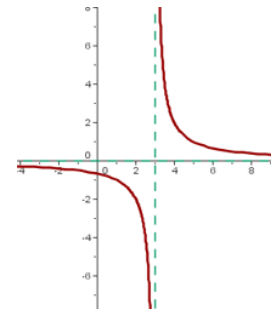
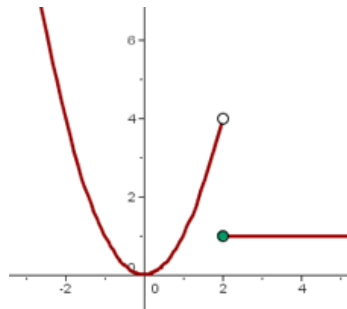
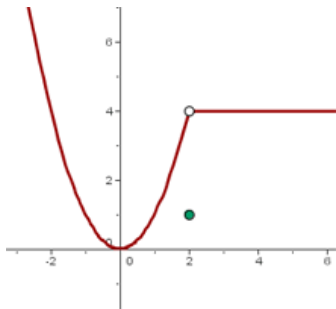
5. Estudieu la simetria de les següents funcions:

a)  $y = 2x - 1$

b)  $y = x^8 - 3x^4$

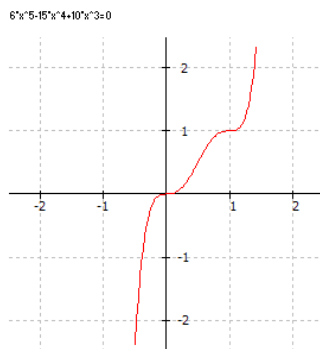
c)  $y = \frac{x^4 - 5}{x^3}$

6. Indiqueu si les següents funcions són contínues. En cas de que no ho siguin, digueu els punts i el tipus de discontinuïtat



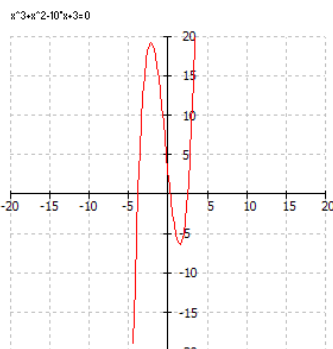
7. Analitzeu les següents funcions:

a)



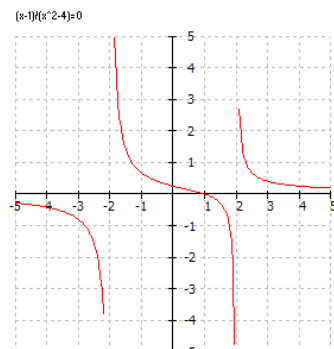
deadline

b)



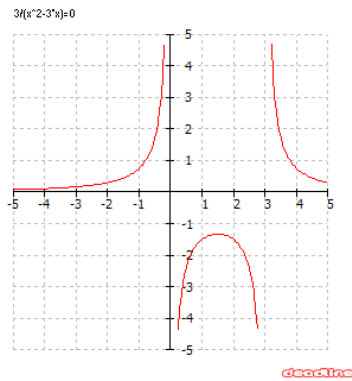
deadline

c)

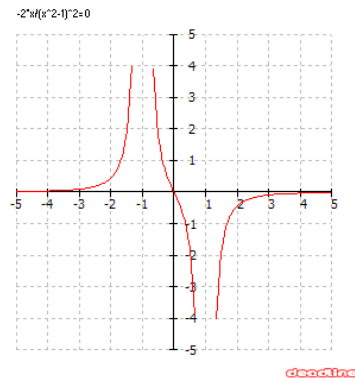


deadline

d)



e)



8. Donades les funcions següents assenyaieu: tipus de funció, gràfic que esperem amb les seves característiques ( creixent/decreixent, pendent, còncava/convexa, vèrtex ), i punts de tall amb els eixos.

- a)  $y = 2x - 3$
- b)  $f(x) = -3x$
- c)  $y = 5$

- d)  $g(x) = x^2 - x$
- e)  $y = -x^2 + 5x - 6$
- f)  $y = 2x^2 + 2$

Representeu-les gràficament

9. Trobeu l'equació de la recta que passa pels punts  $( 1 , - 3 )$  i  $( - 2 , 1 )$

10. Relaciona els gràfics amb les expressions analítiques

a)

b)



c)



d)



e)



f)



I)  $y = \frac{2}{x}$

II)  $y = 2x$

III)  $y = -x^2 + 8x - 1$

IV)  $y = \frac{-4}{x} + 1$

V)  $y = x^2 - 3$

VI)  $y = -3x + 2$

11. Representeu les següents funcions definides a trossos. Són contínues? En cas de que no ho fossin indica el punt i el tipus de discontinuïtat.

a)

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 0 \\ 2 - x & \text{si } x \in [0, 2] \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

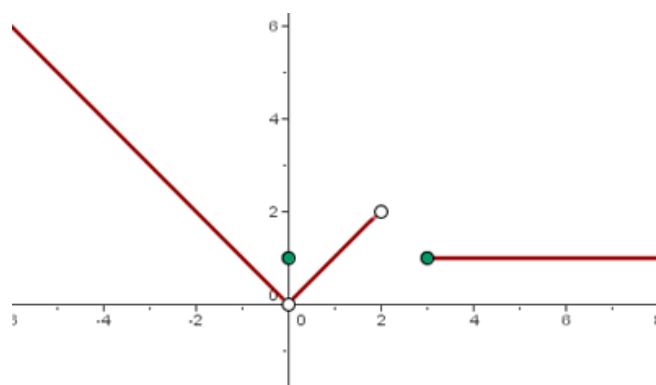
b)

$$h(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

c)

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -2 \\ (x - 1)^2 & \text{si } x \in [-2, 0] \\ -(x + 1)^2 & \text{si } x \in (0, 2] \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

12. Trobeu l'expressió analítica de la funció:



13. Donades les funcions  $f(x) = \frac{1}{x}$  i  $g(x) = x^2 + x$ . Trobeu:

a)  $(f \circ g)(x)$

c)  $(f \circ f)(x)$

b)  $(g \circ f)(x)$

d)  $(g \circ g)(x)$

14. Trobeu la funció inversa o recíproca  $f^{-1}(x)$  de les següents funcions

a)  $f(x) = 7x - 10$

d)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5}$

b)  $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 1}$

e)  $y = x^2 + 1$

c)  $f(x) = \frac{2 - x}{3x - 4}$

f)  $f(x) = \sqrt{x + 5}$

## TEMA 7: Trigonometria

1. Expressiu amb radians els angles següents, donats amb graus:

$0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

2. Expressiu amb graus els segons angles donats amb radian:

$\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \pi; 2\pi; \frac{3\pi}{2}; \frac{9\pi}{10}; \frac{4\pi}{3}$

3. Si un angle fa 1.7 radians, és més gran, igual o més petit que un angle recte?

4. Calculeu la resta de raons trigonomètriques si sabem que:

a)  $\cos a = \frac{4}{5}$

b)  $\sin a = \frac{3}{5}$

c)  $\operatorname{tg} a = \frac{3}{4}$

d)  $\operatorname{cotg} a = 2$

5. Resol els triangles següents, amb angle recte en A, les dades dels quals són:

a)  $a = 415$  m y  $b = 280$  m.

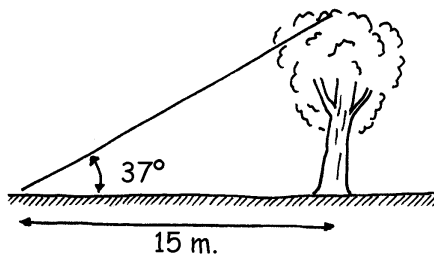
b)  $b = 33$  m y  $c = 21$  m .

c)  $a = 45$  m y  $B = 22^\circ$ .

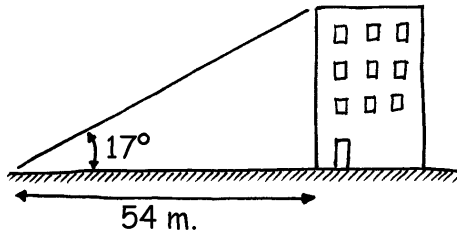
d)  $b = 5.2$  m y  $B = 37^\circ$

6. La hipotenusa d'un triangle rectangle fa 25m i un catet fa 20m. Resoleu el triangle.

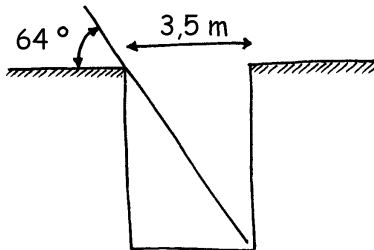
7. Quina serà l'altura d'un arbre que forma un angle de  $37^\circ$  des de una distància de 15 m?



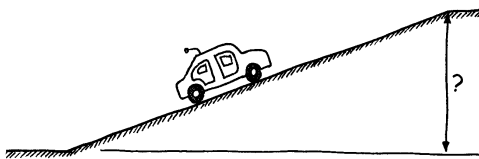
8. Quina serà l'altura d'un edifici si veiem el seu extrem superior amb un angle de  $17^\circ$  des d'una distància de 54 m?



9. Calcula la profunditat del pou de la figura:



10. Un cotxe puja per una rampa amb un pendent de  $32^\circ$ . Quants metres pujarà verticalment si ha recorregut 510 m.?



11. La base d'un triangle isòsceles fa 20 m i l'angle oposat,  $80^\circ$ . Calculeu els costats i l'àrea del triangle.
12. Des d'un cert punt del terra es veu el punt més alt d'una torre formant un angle de  $30^\circ$  amb l'horitzontal. Si ens apropem 75cm cap al peu de la torre, aquest angle és de  $60^\circ$ . Quina és l'altura de la torre?
13. Des d'un punt determinat del terra es veu un arbre sota un angle de  $35^\circ$ . Sota quin angle es veurà si ens col·loquem a una distància doble de l'anterior?, i si la distància és triple?

## TEMA 8: Estadística

1. Completa la taula amb la població i les característiques dels següents estudis estadístics:

- A. Pes dels alumnes de 1r d'ESO del país.
- B. Moto preferida pels menors de 20 anys de la teva ciutat.
- C. Alçària dels alumnes de la teva classe.
- D. Nombre d'habitants de les cases del teu barri.

Estudi	Població	Variable estadística	Qualitativa	Quantitativa	
				Discreta	Contínua
A	Alumnes de 1r d'ESO del país	Pes	No	No	
B					
C					
D					

2. Els alumnes de 2n d'ESO de l' institut fan diverses enquestes als seus companys per saber els seus gustos sobre diferents qüestions. Digues, en cada cas, si es tracta d'una variable qualitativa o una variable quantitativa.

- a) quin tipus d'entrepà que els agrada més.
- b) hores diàries que veuen la TV.
- c) nombre de fills que hi ha a la seva família.
- d) esports que més practiquen.
- e) Color d'ulls preferits.
- f) cantants preferits.

3. Inventa't 5 variables quantitatives discretes i 5 variables quantitatives de contínues. Han de ser diferents a les de l'exercici anterior.

4. El nombre de fills de totes les famílies dels alumnes d'una aula és:

2, 2, 1, 3, 3, 1, 1, 4, 3, 2, 2, 2, 1, 5, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 4, 2, 3, 1, 1

- a) Indica quina variable s'estudia i de quin tipus és.
- b) Quin és el nombre d'individus de la mostra?
- c) Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta, la absoluta acumulada, la relativa i el percentatge.

5. En llançar 50 vegades dos daus i sumar els punts, hem obtingut els resultats següents:

4,3,8,12,6,2,7,9,11,5,3,7,12,10,9,4,6,8,11,10,2,6,10,12,3,5,7,7,11,6,11,5,4,2,9,12,10,3,2,5,7,4,3,5,6,9,11,8,6 i 6.

- a) Determina la població i la variable estadística.
- b) Construeix la taula de distribució de freqüències corresponent.
- c) Construeix un diagrama de barres que reflecteixi els resultats obtinguts.

6. Hem preguntat a un grup d'alumnes quins esports habitualment practicaven i ens han contestat: natació, natació, bàsquet, futbol, futbol, atletisme, aeròbic, natació, natació, jazz, bàsquet, futbol, futbol, judo, handbol, aeròbic, ciclisme, karate, waterpolo, futbol.

b) Quin és el nombre d'individus de la mostra?

- a) Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta i la relativa. (Ara no has de calcular la freqüència acumulada)
- b) Fes un diagrama de sectors que representi la informació recollida.

7. Les puntuacions d'un test han estat:

12 17 14 20 30 18  
 19 23 25 33 43 49  
 32 27 28 12 13 16  
 17 18 20 14 11 37  
 31 18 21 13 16 22

Ordena-les agrupant-les en classes d'amplitud 5 amb extrems 10 i 50. Troba les marques de classe. Fes una taula amb les freqüències absolutes i absolutes acumulades.

8. Completa la següent taula de freqüències:

valor	f. abs.	f. abs. ac.	f. rel.	%
1	4		0'08	
2	4			
3		16	0'16	
4	7		0'14	
5	5	28		
6				
7	7	45	0'14	
8				
	+		+	+



9. Donada la sèrie estadística:

2,5    5    6,5    4    7  
5,5    6,8    4,2    5,2    6,4  
3,6    2,4    1,8    3,4    4,6

Agrupa-la en 3 classes amb intervals: [0,3), [3,6), [6,9) i calcula:

- Marques de classe de cada interval.
- Freqüència relativa de cada marca.
- Comprova que la suma de les freqüències relatives és 1 (és a dir, 100 %).

10. En una cafeteria en 10 dies han demanat el següent nombre de cafès exprés:

50,    45,    55,    50,    40  
52,    57,    50,    52,    58

Troba:

- La mitjana, mediana i moda
- La variància i desviació típica.

11. L'equip de futbol A ha marcat en deu jornades els gols següents:

3,    0,    1,    4,    5,    2,    0,    1,    0,    3

i l'equip B els següents:

2,    1,    3,    1,    1,    0,    2,    5,    4,    3

Quin és l'equip amb més dispersió respecte a la seva mitjana?

12. El pes de 50 persones es distribueix en kg de la manera següent:

[45,50)	9 Persones
[50,55)	10 Persones
[55,60)	12 Persones
[60,65)	8 Persones
[65,70)	7 Persones
[70,75)	4 Persones

Troba

- La mitjana, mediana i moda
- La variància i desviació típica