# Física quotidiana

**1. Per què s'inverteixen tants diners en aquests tipus d'investigacions?**

Un dels objectius principals en el període 2014-2020, i amb un pressupost de gairebé 20 mil milions d'euros, és assegurar que l'economia europea sigui competitiva amb els altres continents.

**2. Busqueu informació sobre els països que hi col·laboren.**

Els països que van fundar el CERN foren: Alemanya, Bèlgica, Dinamarca, França, Grècia, Itàlia, Noruega, els Països Baixos, Anglaterra, Suècia, Suïssa i Iugoslàvia. Després s'annexionaren Àustria, Espanya, Portugal, etc.

**3. Té repercussions en altres disciplines d'investigació, com pot ser la medicina? Citeu altres aplicacions socials o tècniques que són rendibles en el CERN.**

Com hem comentat, hi participen un munt de científics en equips de manera multidisciplinària: físics, matemàtics, geòlegs, químics, enginyers, enginyers de telecomunicacions, enginyers elèctrics, mecànics, informàtics, astrofísics, etc. Encara que l'objectiu fonamental és estudiar la matèria, se'n deriven altres aplicacions tant en la medicina, com en l'electrònica, la informàtica, les telecomunicacions, etc. Moltes empreses privades aporten inversions importants en el CERN per obtenir resultats positius.

**4. Expresseu en el SI l'energia de 13 TeV.**

En el SI és:

$$13\ \text{TeV} \cdot \frac{10^{12}\ \text{eV}}{1\ \text{TeV}} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 2{,}08 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$$

**5. Consulteu les característiques del superconductor de NbTi.**

És un aliatge de titani amb niobi i s'utilitza industrialment com a superconductor. La temperatura crítica és aproximadament de 10 K.

**6. Quines partícules formen els hadrons?**

Totes les forces diferents observades en la naturalesa es poden classificar en quatre tipus d'interaccions. La interacció més intensa és precisament la força nuclear forta o hadrònica. La força hadrònica és la responsable de mantenir unides les partícules que integren el nucli. Hi ha dos tipus d'hadrons: els barions i els mesons.

Els barions són, en general, els que tenen més massa; tenen spin $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$, i són partícules com el protó i el neutró, entre d'altres.

Els mesons tenen spin 0, 1, 2,...., i són partícules com el pió, el kaó i l'eta.

7. **Amb les dades donades podeu determinar aproximadament amb quina velocitat es produeix la col·lisió de les partícules?**

Segons les dades donades podem calcular una estimació de la velocitat de col·lisió.

La longitud de l'anella és 26 659 m i la velocitat angular, 11 245 rps.

$$v = \omega R = \frac{11245 \text{ voltes}}{1 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{26659 \text{ m}}{2\pi} = 2{,}997 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

# Activitats

1. **Una massa de 5 kg es mou dins d'un sistema de forces conservatives i segueix un recorregut com l'indicat en la figura 6.5.**

**En *A* té una energia mecànica de 1 500 J; en *B* té una energia cinètica de 1000 J, i en *C* una energia potencial de 800 J. Calculeu la velocitat de la massa quan passa per *B* i *C*.**

En un sistema conservatiu l'energia mecànica es conserva; per tant, quan la massa de 5 kg passa per *A*, *B* i *C* conserva la mateixa energia mecànica de 1500 J.

La velocitat de la massa quan passa per *B* és:

$$1000 = \frac{1}{2} \cdot 5v^2 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

La velocitat en *C* és:

$$1500 - 800 = \frac{1}{2} \cdot 5v^2 \Rightarrow v = 16{,}7 \text{ m/s}$$

2. **Des d'un penya-segat de 10 m d'alçada es llença una pedra de 500 g amb una velocitat de 20 m/s. Suposant que no hi ha fregament amb l'aire, completa la taula següent. Amb quina velocitat impacta a terra?**

Sabem que en un camp gravitatori, negligint el fregament, es conserva l'energia mecànica. Per tant, quan llencem una pedra, independentment de l'angle de tir, la seva energia mecànica sempre és la mateixa.

| Altura (m) | $E_c$ (J) | $E_p$ (J) | $E$ (J) |
|---|---|---|---|
| 10 | 100 | 49 | 149 |
| 6 | 119,6 | 29,4 | 149 |
| 2 | 139,2 | 9,8 | 149 |
| 0 | 149 | 0 | 149 |

Just quan llencem la pedra des d'una alçada de 10 m té energia cinètica i potencial:

$$E_p = 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 10 = 49 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 20^2 = 100 \text{ J}$$

$$E = 149 \text{ J}$$

Quan es troba a 6 m d'alçada, l'energia potencial, la mecànica i la cinètica són:

$E_p = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 6 = 29,4$ J

$E = 149$ J

$E_c = 149 - 29,4 = 119,6$ J

Quan es troba a 2 m d'alçada, l'energia potencial, la mecànica i la cinètica són:

$E_p = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 2 = 9,8$ J

$E = 149$ J

$E_c = 149 - 9,8 = 139,2$ J

I just un moment abans d'impactar a terra, tota l'energia mecànica és de tipus cinètic:

$E_p = 0$ J

$E = 149$ J

$E_c = 149$ J

La velocitat un instant abans de tocar a terra és:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 149}{0,5}} = 24,4 \text{ m/s}$$

**3. Un ascensor es troba aturat en el cinquè pis d'un edifici. Si cada pis té una alçària de 4 m i es trenca el cable de l'ascensor, calculeu:**

***a)*** **La velocitat amb què l'ascensor arribarà a terra.**

$$E_{p0} = E_c \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 4} = 19,8 \text{ m/s}$$

*a)* La posició que tindrà l'ascensor respecte del terra quan dugui una velocitat de 18 km/h.

$$18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{p1} + E_{c1} \rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow 9,8 \cdot 20 \cdot = 9,8 \text{ h}_1 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 \rightarrow h_1 = 18,7 \text{ m}$$

***b)*** **Com es modificarien les respostes anteriors si l'ascensor dugués una velocitat de 30 km/h en el moment en què es trenca el cable?**

Primer expressem la velocitat en unitats del SI:

30 km/h = 8,33 m/s

En aquesta nova situació, cal afegir una energia cinètica inicial quan l'ascensor es troba al cinquè pis, és a dir, a 20 m del terra.

Per tant, la velocitat amb què arriba a terra és:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 8,33^2 + m \cdot 9,8 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8,33^2 + 9,8 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot v^2 \Rightarrow v = 21,5 \text{ m/s}$$

Aquest resultat és vàlid tant si l'ascensor està pujant com si està baixant en el moment en què es trenca el cable ja que, si puja, quan torna a passar pel mateix punt porta la mateixa velocitat.

Ara busquem l'altura a la qual es troba quan la seva velocitat és de 18 km/h = 5 m/s. Aquest valor de velocitat és menor que la velocitat inicial i només es pot assolir en el cas que l'ascensor estigui pujant en el moment en què es trenca el cable. Si l'ascensor estigués baixant, com que l'energia potencial gravitatòria va disminuint i l'energia cinètica va augmentant, no hi hauria cap punt del recorregut en el qual l'ascensor es mogués a 5 m/s.

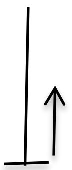
Així, doncs, l'ascensor està pujant en el moment que es trenca el cable. Ja sabem, per cinemàtica, que l'ascensor segueix pujant cada vegada a menor velocitat fins a assolir la velocitat zero i, tot seguit, segueix una caiguda lliure. Busquem en quin punt del recorregut la velocitat val 5 m/s aplicant la conservació de l'energia:

$$E_{P0} + E_{C0} = E_{C_f} + E_{pf} \to h = h_0 + \frac{v_0^2 - v_f^2}{2g} = 20\,\frac{8{,}33^2 - 5^2}{22 \cdot 9{,}8} = 22{,}3 \text{ m}$$

Quan té una velocitat de 5 m/s, l'ascensor es troba en un punt situat entre el cinquè pis i el sisè pis.

**4. Llancem des del terra, verticalment cap amunt, amb una energia mecànica de 1250 J, un cos de 5 kg. Calculeu;**

***a)*** **L'altura màxima que assolirà el cos és:**



$E = 1250$ J

$$E = E_{p5..} = mgh \to h = \frac{E}{mg}$$

$$h = \frac{1250}{5 \cdot 9{,}8} = 25{,}51 \text{ m}$$

***b)*** **La velocitat de llançament és:**

$$E = E_c = \frac{1}{2} m v^2 \to m v^2 \to v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1250}{5}} = 22{,}36 \text{ m/s}$$

***c)*** **Com que l'energia mecànica es conserva, podem deduir que:**

$$1250 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 9{,}8 \cdot h \Rightarrow h = 20{,}4 \text{ m}$$

**5. Des de la mateixa altura, deixem caure dues boles, una en caiguda lliure i l'altra per un pla inclinat. Si no hi ha fregament, arribaran les dues a terra amb la mateixa velocitat? Justifiqueu la resposta.**

Si les dues boles amb la mateixa massa parteixen del repòs des de la mateixa altura inicial i no hi ha fregament, per conservació de l'energia mecànica arriben al punt d'altura zero amb la mateixa velocitat. Tota l'energia gravitatòria inicial s'ha transformat en energia cinètica. Com que tenen la mateixa energia cinètica final i la mateixa massa, tenen també la mateixa ve-locitat final.

**6. En unes olimpíades, el rècord de la prova de salt de llargada va ser de 8,66 m. Suposem que l'atleta de la figura 6.6 salta amb una velocitat d'11 m/s.**

**Calculeu:**

***a)*** **L'angle respecte al terra quan fa el salt.**

***b)*** **L'energia mecànica en funció de la seva massa en qualsevol punt de la trajectòria.**

***c)*** **L'alçada màxima.**

***d)*** **La potència desenvolupada per la força de contacte del terra sobre l'atleta de massa 75 kg si ha actuat durant 0,1 s.**

***e)*** **El treball fet pel pes des que l'atleta s'eleva fins que torna a tocar a terra.**

*a)* L'atleta just quan salta segueix un moviment parabòlic. Si $t$ és el temps necessari per recórrer l'abast $x_{màx}$, podem escriure:

$$\left.\begin{array}{l} 8{,}66 = 11\cdot\cos\alpha\cdot t \\ v_y = 0 = 11\cdot\sin\alpha - g\dfrac{t}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{0{,}787}{t} = \cos\alpha \\ 0{,}445t = \sin\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \left(0{,}445t\right)^2 + \left(\dfrac{0{,}787}{t}\right)^2 = 1$$

Resolem l'equació de segon grau, que ens dona dos resultats:

$$t_1 = 2{,}08\ \text{s} \Rightarrow \sin\alpha = 0{,}445\cdot 2{,}08 \Rightarrow \alpha = 68^{\text{o}}$$

$$t_2 = 0{,}85\ \text{s} \Rightarrow \sin\alpha = 0{,}445\cdot 0{,}85 \Rightarrow \alpha = 22{,}3^{\text{o}}$$

Escollim el temps $t_2$, ja que és el que identifiquem com a salt de longitud.

*b)* L'energia mecànica just quan salta és:

$$E = E_c = \frac{1}{2}m\cdot 11^2 = 60{,}5m\ \text{J}$$

*c)* L'alçada màxima que assoleix l'atleta és:

$$60{,}5m = \frac{1}{2}m\left(11\cdot\cos 22{,}3\right)^2 + m\cdot 9{,}8\cdot h \Rightarrow 60{,}5 = \frac{1}{2}\left(11\cdot\cos 22{,}3\right)^2 + 9{,}8^2\cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 0{,}89\ \text{m}$$

*d)* La potència desenvolupada per l'atleta és:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{60{,}5\cdot 75}{0{,}1} = 45375\ \text{W}$$

*e)* El treball fet pel pes des que s'eleva fins que toca a terra és nul ja que és conservatiu.

**7. Sobre una superfície horitzontal hi ha un objecte de massa 200 g unit a una molla de constant elàstica 2000 N/m. Si separem l'objecte 10 cm de la posició d'equilibri i el deixem anar sense tenir en compte el fregament, calculeu la velocitat quan:**

$m$ = 200 g = 0,2 kg

$\Delta l_0$ = 10 cm = 0,1 m

$k$ = 2 000 N/m

Com que totes les forces que actuen són conservatives podem aplicar la conservació de l'energia mecànica.

***a)*** **El cos passa per la posició d'equilibri.**

$$E_0 = E_f \rightarrow \frac{1}{2}m \cdot 0^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2}k \cdot 0^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta l = \sqrt{\frac{2000}{0,2}} \cdot 0,1 = 10 \text{ m/s}$$

***b)*** **El cos es troba a 5 cm de la posició d'equilibri.**

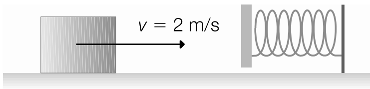
$$E_0 = E_F \rightarrow \frac{1}{2}m \cdot 0^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta l^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m0}(\Delta l^2 - \Delta l^2)} = \sqrt{\frac{2000}{0,2}}(0,1^2 - 0,05^2) = 8,66 \text{ m/s}$$

**8. El mecanisme d'una pistola de joguina té una molla de constant elàstica de valor 150 N/m, si la comprimim 5 cm per carregar-la. Calculeu la velocitat que comunicarà a un projectil de 10 g.**

Es compleix el principi de conservació de l'energia mecànica, ja que la força elàstica és una força conservativa. Per tant:

$$E_0 = E_f \rightarrow E_{pe} = E_c \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 0,05^2 = \frac{1}{2} \div 0,01 \cdot v^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow v = 0,05 \cdot \sqrt{\frac{150}{0,01}} = 6,12 \text{ m/s}$$

9. **Un bloc de 3 kg de massa avança a 2 m/s sobre una superfície horitzontal sense fregament. Si en el camí es troba una molla de constant elàstica 40 N/m, quina és la compressió màxima de la molla?**




$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$x = v\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\sqrt{\frac{3}{40}} = 0{,}55\ \text{m}$$

10. **Disposem d'una molla de constant elàstica 500 N/m. Si la comprimim 20 cm amb un cos de 2 kg i tot seguit la deixem lliure, calculeu:**

$m$ = 2 kg

$k$ = 500 N/m

$\Delta l_0$ = 20 cm = 0,2 m

*a)* **La velocitat de sortida del cos.**

Apliquem la conservació de l'energia:

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}\Delta l^2 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}}\Delta l = \sqrt{\frac{500}{2}} \cdot 0{,}5 = 3{,}16\ \text{m/s}$$

*b)* **La distància que recorre el cos si puja per un pla inclinat de 45°, sense fregament.**

Per determinar la distància recorreguda primer calcularem, fent ús de la conservació de l'energia, l'altura a què arribarà el cos.

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mg\Delta y \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta y = \frac{v^2}{2g} = \frac{3{,}16^2}{2.98} = 0{,}51$$

Com que el cos puja per un pla inclinat de 45º la distància recorreguda serà:

$$d = \frac{\Delta y}{\sin 45^{\circ}} = 0{,}72\ \text{m}$$

**11. Llancem un cos d'1 kg de massa a una velocitat de 5 m/s sobre un pla horitzontal, i s'atura després d'haver recorregut 10 m. Calculeu:**

***a)* El treball exercit per la força de fregament.**

$$W_{Ff}\Delta E \to W_{Ff} = 0 - E_C = -\frac{1}{2}mv_0^2 =$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 5^2 = -12{,}5\ \mathrm{J}$$

***b)* La quantitat de calor produïda.**

$$-W_{Ff} = Q = 12{,}5\ \mathrm{J}$$

***c)* El coeficient de fregament entre el cos i el pla.**

$$W_{Ff} = -\mu mg\Delta x \to \mu = -\frac{W_{Ff}}{mg\Delta x} = \frac{12{,}5}{1\cdot 9{,}8\cdot 10} = 0{,}13$$

**12. Un nen de 30 kg es deixa caure per un tobogan de 2 m d'altura i quan arriba a terra porta una velocitat de 4 m/s. Quin treball han fet les forces de fregament?**

Apliquem el principi de conservació quan actuen forces de fregament:

$$W_f = \Delta E_m \Rightarrow \left(\frac{1}{2}m\cdot v^2\right)f - (m\cdot g\cdot h)_i =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 30\cdot 4^2 - 30\cdot 9{,}8\cdot 2 = 240 - 588 = -348\ \mathrm{J}$$

**13. Calculeu l'alçada que aconseguirà pujar un cos que és impulsat a 5 m/s per un pla inclinat de 30° que té un coeficient de fregament de 0,2. Comenteu si influeix el valor de la massa del cos en tot el recorregut.**

Apliquem el principi de conservació de l'energia quan actuen forces no conservatives:

$$\Delta E_{\text{mecànica}} = W_{\text{fregament}} \to \Delta E_c + \Delta E_p = W_{\text{fregament}}$$

El treball fet per la força de fregament és negatiu perquè actua en sentit contrari al del desplaçament. Tenint en compte que en un pla inclinat a un angle $\alpha$ la relació entre l'altura $h$ a què arriba el cos i el desplaçament $d$ sobre el pla és $d = \dfrac{h}{\sin\alpha}$, i que la força normal val $mg\cos\alpha$, tenim que:

$$\left(0 - \frac{1}{2}mv_o^2\right) + (mgh + -0) = -\mu mg(\cos\alpha)\frac{h}{\sin\alpha} \to h = \frac{v_0^2}{2g\left(1 + \dfrac{\mu}{\mathrm{tg}\alpha}\right)} =$$

$$= \frac{5^2}{2\cdot 9{,}8\left(1 + \dfrac{0{,}2}{\mathrm{tg}30^\circ}\right)} = 0{,}95\ \mathrm{m}$$

On el valor de la massa del cos no influeix en l'altura que pot assolir.

**14. Una grua portuària ha elevat una embarcació de 5 tones que estava en repòs a terra fins a una altura de 7 m. Calculeu:**

***a)*** **La variació d'energia mecànica de l'embarcació, si un cop elevada es manté en repòs.**

Com que la velocitat final de l'embarcació és zero, la seva energia mecànica coincideix amb la seva energia potencial gravitatòria:

$$E = E_p = m\,g\,h = 5 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 7 = 343 \text{ kJ}$$

***b)*** **El treball desenvolupat per la grua.**

Si negligim el fregament i tenim en compte que l'embarcació no ha variat la seva energia cinètica, el treball resultant de totes les forces que han actuat en el desplaçament és nul. Per tant, el treball fet per la grua és oposat al treball fet per la força pes. I aquest últim és igual a la variació de l'energia potencial gravitatòria canviada de signe. Per tant:

$$W_{\text{grua}} = -W_{\text{pes}} = -\,(-\Delta E_p) = E_{pf} - E_{p0} = 343 \text{ kJ}$$

***c)*** **La velocitat màxima d'elevació que pot desenvolupar la grua si té una potència de 6 CV.**

La grua ha de fer una força exactament igual al pes de l'embarcació per pujar-la a velocitat constant. La potència és igual al producte d'aquesta força per la velocitat a què es desplaça el mòbil. Si la potència desenvolupada és la màxima possible (6 CV = 6 · 735 W), la velocitat també serà màxima:

$$v_{màx} = \frac{P_{màx}}{F} = \frac{9 \cdot 735}{5 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8} = 0{,}09 \text{ m/s}$$

***d)*** **El rendiment de la grua si la velocitat real d'elevació mitjana ha estat de 4 m/min.**

Tenint en compte la velocitat mitjana, és a dir, suposant que la força aplicada sempre és la mateixa, el rendiment és:

$$\eta = \frac{Fv_{real}}{FV_{màx}} = \frac{\frac{4}{60}}{0{,}09} = 74\ \%$$

**15. Una bola de 20 g de massa es mou sense fregament damunt d'una superfície a 10 m/s, i xoca contra una altra bola que està en repòs. A conseqüència del xoc, que és perfectament elàstic, la primera bola surt llançada cap enrere amb una velocitat de 5 m/s. Calculeu la massa de la segona bola.**

$$\left.\begin{array}{ll} m_1 = 20 \text{ g} & m_2 \\ v_1 = 10 \text{ m/s} & v_2 = 0 \\ v_1' = -5 \text{ m/s} & v_2' \end{array}\right\}$$

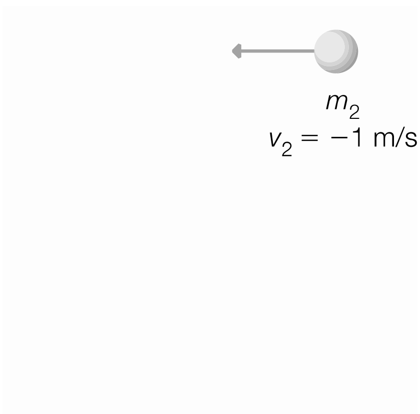
$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$0{,}02 \cdot 10 = 0{,}02(-5) + m_2 v'$$

$$10 - 5 = v_2' \rightarrow v_2' = 5 \text{ m/s}$$

$$0{,}2 = -0{,}1 + 5 \cdot m_2 \rightarrow m_2 = \frac{0{,}3}{5} = 0{,}06 \text{ kg } = 60 \text{ kg}$$

**16. Dues boles es mouen en la mateixa direcció però en sentits contraris amb velocitats de 2 m/s i 1 m/s, respectivament. Es produeix un xoc perfectament elàstic. Després del xoc les boles es mouen en la mateixa direcció i amb la mateixa velocitat en mòdul, però en sentits contraris. Com seran les seves masses respectives?**




Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment i de l'energia amb el sistema d'equacions següent:

$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2m_1 - m_2 = -m_1 v' + m_2 v' \\ 2 - v' = -1 + v' \end{array}\right\} \Rightarrow v' = \frac{3}{2} \text{ m/s} \Rightarrow m_1 = \frac{5}{7} m_2$$

**17. Una bola de 50 g de massa va a una velocitat de 12 m/s i xoca elàsticament i frontalment contra una altra bola de la mateixa massa i en repòs. Calculeu la velocitat de cada bola després del xoc.**

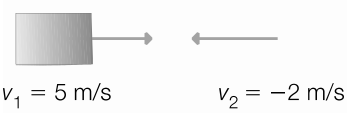
Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment i de l'energia amb el sistema d'equacions següent:

$$\left.\begin{array}{l} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 50\cdot 12 = 50\cdot v_1' + 50\cdot v_2' \\ 12 + v_1' = 0 + v_2' \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 12 = v_1' + v_2' \\ 12 + v_1' = 0 + v_2' \end{array}\right\} \Rightarrow v_1' = 0 \text{ m/s} \quad \text{i} \quad v_2' = 12 \text{ m/s}$$

**18. Dos blocs de 2 kg i 3 kg es mouen en l'eix *X* amb velocitats respectives de 5 m/s cap a la dreta i 2 m/s en sentit contrari. Calculeu:**

***a)*** **L'energia dissipada si el xoc és perfectament inelàstic.**




$$m_1 + m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v'$$

$$2\cdot 5 + 3\cdot(-2) = 5v' \to v' = \frac{4}{5} = 0{,}8 \text{ m/s}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\cdot(m_1 + m_2)v_2' - \frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 0{,}8^2 - \frac{1}{2}\cdot 5^2 - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot(-2)^2 = -29{,}4 \text{ J}$$

***b)*** **La velocitat dels dos blocs després del xoc.**

En l'apartat *a)* observem que la velocitat després del xoc és 0,8 m/s.

***c)*** **La variació de la velocitat de cada bloc és:**

$$\Delta v_1 = v' - v_1 = 0{,}8 - 5 = -4{,}2 \text{ m/s}$$
$$\Delta v_2 = v' - v_2 = 0{,}8 - (-2) = 2{,}8 \text{ m/s}$$

***d)*** **La variació de la quantitat de moviment de cada bloc és:**

$$\Delta p_1 = m_1 \Delta v_1 = 2 \cdot (-4,2) = -8,4 \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$
$$\Delta p_2 = m_2 \Delta v_2 = 3 \cdot 2,8 = 8,4 \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

**19. Un vagó de 10 tones circula amb una velocitat de 1,5 m/s. De sobte, xoca amb un altre vagó de 15 tones que es troba aturat a la via, i tot seguit es mouen junts amb una velocitat constant. Calculeu:**

$m_1$ = 10 tones = $10^4$ kg

$m_2$ = 15 tones = $1,5 \cdot 10^4$ kg

$v_1$ = 1,5 m/s

$v_2$ = 0

$$p_1 = m_1 \cdot v_1 = 1,5 \cdot 10^4 = 15\,000 \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

***a)*** **La velocitat dels vagons després del xoc.**

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \rightarrow$$
$$\rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{10^4 \cdot 10,5}{2,5 \cdot 10^4} = 0,6 \ \text{m/s}$$

***b)*** **La variació de la quantitat de moviment del primer vagó és:**

$$\Delta p = 10\,000 \cdot (0,6 - 1,5) = -9\,000 \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

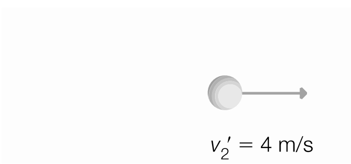
***c)*** **La variació de la quantitat de moviment del segon vagó és:**

$$\Delta p = 15\,000 \cdot (0,6 - 0) = 9000 \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

***d)*** **L'energia perduda en el xoc.**

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 =$$
$$= \frac{1}{2}(10^4 + 1,5 \cdot 10^4) \cdot 0,6 - \frac{1}{2} 10^4 \cdot 1,5^2 = -6750 \ \text{J}$$

**20. Dues boles de massa 1 kg i 0,5 kg, que avancen per un pla horitzontal en la mateixa direcció i en el mateix sentit, i amb unes velocitats respectives de 4 m/s i 2 m/s, xoquen. Com a conseqüència del xoc varien de velocitat a 3 m/s i 4 m/s, respectivament. Calculeu:**




***a)*** **El coeficient de restitució i determineu quin tipus de xoc s'ha esdevingut.**

$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{V_1 - V_2} = \frac{-(3-4)}{4,2} = 0,5$$

***b)*** **L'energia dissipada en el xoc.**

$$E_{ci} = E_{ci1} + E_{ci2} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 4^2 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 2^2 = 9\ \text{J}$$

$$E_{cf} = E_{cf1} + E_{cf2} = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 3^2 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 4^2 = 8{,}5\ \text{J}$$

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 8{,}5 - 9 = -0{,}5\ \text{J}$$

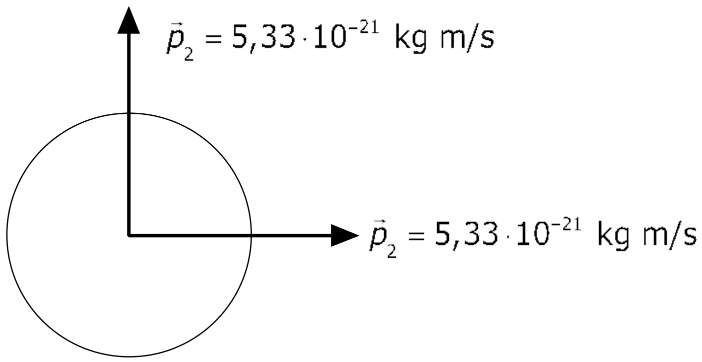
***c)*** **Si tota aquesta energia dissipada és en forma de calor, a quantes calories equival?**

**Recordeu que 1J equival a 0,24 calories.**

*c)* L'energia dissipada en forma de calor és:

$$-0{,}5\ \text{J}\cdot\frac{0{,}24\ \text{calories}}{1\ \text{J}} = -0{,}12\ \text{calories}$$

**21. Un nucli inicialment en repòs es descompon per radioactivitat i emet un electró amb una quantitat de moviment de 9,22·10$^{-21}$ kg m/s i, perpendicularment a la direcció de l'electró, un neutrí amb una quantitat de moviment de 5,33·10$^{-21}$ kg m/s. Determineu la direcció en què retrocedeix el nucli residual i la seva quantitat de moviment.**




$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$$

$$9{,}22\cdot 10^{-21}\vec{i} + 5{,}33\cdot 10^{-21} - 5{,}33\cdot\vec{j} + \vec{p}_3 = 0$$

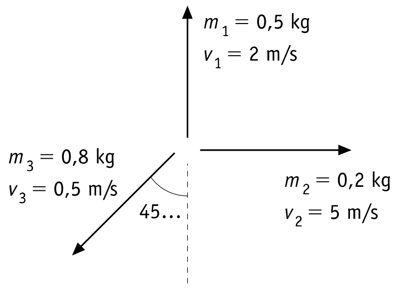
$$\vec{p}_3 = -9{,}22\cdot 10^{-21}\vec{i} - 5{,}33\cdot 10^{-21}\ \vec{j}$$

$$p_3 = \sqrt{(-9{,}22\cdot 10^{-21})^2 + (-5{,}33\cdot 10^{-21})^2} = 1{,}06\cdot 10^{-20}\ \text{kg m/s}$$

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{5{,}33\cdot 10^{-21}}{9{,}22\cdot 10^{-21}} = 0{,}57 \rightarrow \alpha = 30{,}03°$$

Està en el tercer quadrant $\rightarrow$ 180° + 30° + 210°

**22. Una bomba de 2 kg explota i es divideix en quatre fragments. Un, de 0,5 kg, surt a 2 m/s en sentit nord; un altre, de 0,2 kg, surt a 5 m/s en sentit est; el tercer, de 0,8 kg, va a 0,5 m/s en sentit sud-oest. Del quart fragment, trobeu-ne el mòdul, la direcció i el sentit de la velocitat.**




$$m_T = 2 \text{ kg}$$

$$m_T = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \rightarrow m_4 = 0{,}5 \text{ kg}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = 0$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 = 0$$

$$\vec{v}_4 = -\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3}{m_4}$$

$$\vec{v}_4 = -\frac{0{,}5 \cdot 2\vec{j} + 0{,}2 \cdot 5\ \vec{i} + 0{,}8 \cdot (-0{,}5 \cdot \cos 45^\circ\ \vec{i} - 0{,}5 \cdot \sin 45^\circ \vec{j})}{0{,}5} =$$

$$= -\frac{\vec{j} + \vec{i} - 0{,}28\ \vec{i} - 0{,}28\ \vec{j}}{0{,}5} = -1{,}44\ \vec{i} - 1{,}44\ \vec{j}$$

$$v_4 = \sqrt{1{,}44^2 + 1{,}44^2} = 2{,}04 \text{ m/s}$$

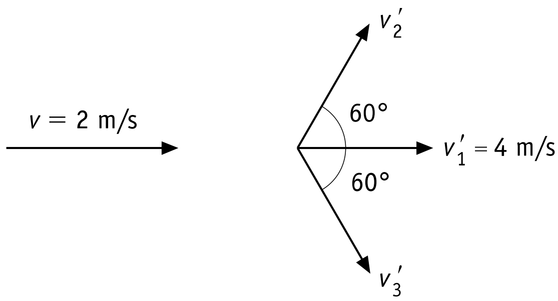
$$\alpha = \text{arctg}\frac{1{,}44}{1{,}44} = 45^\circ$$

Està al tercer quadrant $\rightarrow$ $\alpha$ = 180° = 45° = 225°

**23. Una granada es desplaça horitzontalment a 2 m/s, explota i es divideix en tres fragments que tenen la mateixa massa. El primer segueix movent-se horitzontalment a 4 m/s. El segon forma un angle de 60° cap amunt amb la línia horitzontal inicial. El tercer va cap avall amb un angle de 60° amb la mateixa línia horitzontal. Determineu:**

***a)*** **La velocitat en mòdul amb què es mouen els dos fragments.**

***b)*** **El balanç energètic de l'explosió. Expresseu-ho en funció de la massa.**



*a)* Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment en cada component per determinar la velocitat en mòdul de cada fragment segons la figura:

$$\left.\begin{array}{l} m\cdot 2=\frac{m}{3}\cdot 4+\frac{m}{3}\cdot v_2'\cdot\cos 60+\frac{m}{3}\cdot v_3'\cdot\cos 60 \\ \frac{m}{3}\cdot v_2'\cdot\sin 60-\frac{m}{3}\cdot v_3'\cdot\sin 60=0 \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2=\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\cdot v_2'\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot v_3'\cdot\frac{1}{2} \\ v_2'-v_3'=0 \end{array}\right\}\Rightarrow v_2'=v_3'=2\text{ m/s}$$

*b)* Com que la bomba es desplaça horitzontalment, $\Delta E_p=0$. El balanç es deu a la variació de l'energia cinètica:

$$\Delta E_c=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{3}\cdot 4^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{3}\cdot 2^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{3}\cdot 2^2-\frac{1}{2}\cdot m\cdot 2^2=2m\ \text{ J}$$

# Activitats finals

## Qüestions

**1. En què es transforma el combustible que posem als vehicles?**

Serveix per accionar el motor i per produir energia mecànica.

**2. Des de dalt d'una torre deixem anar tres cossos idèntics amb la mateixa velocitat inicial però en direccions diferents: un, verticalment cap amunt; un altre, horitzontalment, i el tercer, verticalment cap avall. Si no tenim en compte el fregament amb l'aire...**

***A)* L'energia cinètica amb què arriben a la base és:**

***a)* Més gran per al que llancem cap amunt.**

***b)* Més gran per al que llancem cap avall.**

***c)* La mateixa per a tots tres cossos.**

La resposta correcta és la *c)*. Els tres cossos arriben amb la mateixa energia cinètica perquè tenen els mateixos valors de massa i d'energia cinètica inicial, i la força gravitatòria fa el mateix treball en els tres cossos. Per tant, tots tenen el mateix augment en la seva energia cinètica.

***B)* Només un cos no arriba justament al peu de la torre quan toca a terra. Quin?**

***a)* El que llancem horitzontalment.**

***b)* El que llancem verticalment cap amunt.**

***c)* El que llancem verticalment cap avall.**

La resposta correcta és la *a)*. El cos llançat horitzontalment arriba a terra desplaçat en la direcció *X* a causa del component de la velocitat en aquesta direcció. Els altres dos cossos no tenen aquest component de la velocitat.

**C) El mòdul de la velocitat en tocar terra és:**

**a) Més gran pel cos que llancem cap amunt.**

**b) Més gran pel cos que llancem cap avall.**

**c) El mateix en tots tres cossos.**

La resposta correcta és la *c)*. El mòdul de la velocitat és el mateix en els tres cossos per la mateixa raó que hem explicat a l'apartat A). De tota manera es pot comprovar a partir de les equacions de la cinemàtica.

**3. Per què augmenten de temperatura els frens d'un automòbil després d'aturar-lo?**

Part de l'energia mecànica que porta el cotxe es va transmetent al terra i als frens en forma de calor, i aquesta és la causa que el cotxe disminueixi de velocitat.

**4. Dos blocs de masses $m_1$ i $m_2$ pengen dels extrems d'un fil de massa negligible i inextensible mitjançant una politja (fig. 6.32). Els dos blocs es troben a la mateixa altura i els deixem anar lliurament. Contesteu:**

**a) L'energia mecànica del sistema dels dos blocs es conserva?**

**b) Els dos blocs porten la mateixa velocitat?**

**c) L'energia mecànica del bloc 1 és la mateixa que la del bloc 2? Quina relació hi ha entre elles?**

*a)* Sí, l'energia mecànica del sistema dels dos blocs es conserva, ja que només actuen forces gravitatòries i aquestes són conservatives.

*b)* Els dos blocs van a la mateixa velocitat, ja que el fil és inextensible.

*c)* Segons el sentit del moviment deduïm que $m_2 > m_1$. El bloc $m_2$ perd més energia potencial que guanya el bloc $m_1$ i, per tant, aquesta pèrdua d'energia potencial és transformada en energia cinètica dels dos blocs. Així que el bloc $m_2$ perd energia mecànica i el bloc $m_1$ en guanya.

**5. Quan un cos queda en repòs a terra després d'haver caigut d'una certa altura:**

**a) En què s'ha transformat l'energia potencial gravitatòria que tenia inicialment?**

En energia calorífica i energia de deformació del cos.

**b) On ha anat a parar aquesta energia?**

A l'entorn, en aquest cas a terra.

**6. Imagineu-vos que escalfem masses iguals de ferro, plom i mercuri, que inicialment estan a 15 °C, i utilitzem el mateix focus de calor. Sense fer cap càlcul, justifiqueu quina arribarà abans als 30 °C.**

**Nota: consulteu la taula de calors específiques de la pàgina 215.**

Sabem que la transferència de calor entre una massa *m* i l'exterior ve donada per l'expressió:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta t$$

I tenint en compte que $Q$ i $m$ tenen els mateixos valors per a les tres masses, podem escriure que:

$$\frac{Q}{m} = k = c_e \cdot \Delta t$$

Per tant, la que tingui menor calor específica és la que s'escalfarà més ràpidament. Consulteu la taula i veureu que és el plom el que té la calor específica més petita.

**7. Transferim la mateixa quantitat de calor a dos blocs diferents de la mateixa massa i temperatura i s'observa que un d'ells assoleix una temperatura més alta que l'altre. Doneu una explicació d'aquest fet.**

És similar a la qüestió anterior, el que tingui la calor específica més petita s'escalfarà a una temperatura més alta.

**8. Augmenta l'energia interna d'un sistema quan augmenta la seva temperatura? Raoneu la resposta.**

En efecte, quan s'augmenta la temperatura d'un cos, els seus àtoms o molècules experimenten un increment de les seves energies mecàniques. La suma de totes aquestes energies és el que entenem com energia interna del cos.

**9. Un cos en repòs esclata i es divideix en dos fragments. Justifiqueu que les velocitats dels dos fragments han de tenir la mateixa direcció. Tindran el mateix sentit, o sentits contraris? Raoneu-ho.**

En tota explosió es conserva la quantitat de moviment; com que inicialment aquesta és nul·la, també ha de ser-ho després de l'explosió. Per tant, les quantitats de moviment dels dos fragments han de ser iguals en mòdul però de sentit contrari.

Inici: $\vec{p}_i = 0$

Final: $\vec{p}_f = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Com que $\vec{p}_1 = \vec{p}_f$

Igualant, tenim que:

$$0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_2$$

**10. És possible que en un cert procés es conservi la quantitat de moviment d'un sistema de partícules però que no se'n conservi l'energia cinètica? Si la resposta és negativa, raoneu-ho. Si la resposta és afirmativa, poseu-ne un exemple.**

Sí que és possible. Un exemple és un xoc inelàstic en què es conserva la quantitat de moviment i no es conserva l'energia cinètica.

**11. Es produeix una explosió en un sistema aïllat. Justifiqueu quina o quines de les afirma-cions següents són correctes:**

***a)*** **No varia ni la quantitat de moviment ni l'energia ci-nètica.**

***b)*** **Varia la quantitat de moviment però no l'energia cinètica.**

***c)*** **Varien la quantitat de moviment i l'energia cinètica.**

***d)*** **No varia la quantitat de moviment, però sí l'energia cinètica.**

Les afirmacions *a)*, *b)* i *c)* són falses perquè en el sistema aïllat es conserva la quantitat de moviment en absència de forces externes. També es conserva l'energia total però no necessàriament l'energia cinètica. En el cas d'una explosió, part de l'energia interna (química) es transforma en energia cinètica. Per tant, l'opció *d)* és la correcta.

## Problemes

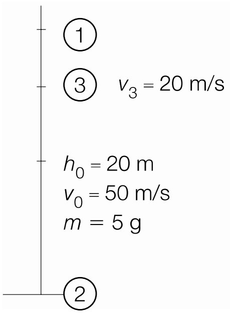
**1. Des d'una torre de 20 m d'alçària disparem verticalment cap amunt una bala de 5 g de massa amb una velocitat de 50 m/s:**

**a) Quina altura assoleix?**

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p1}$$

$$\cancel{m}gh_0 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m}gh_1$$

$$9{,}8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = 9{,}8h_1 \rightarrow h_1 = 147{,}55\ \text{m}$$




**b) Quina és la velocitat amb què arriba al terra?**

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{c2}$$

$$\cancel{m}gh_0 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2$$

$$9{,}8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = \frac{1}{2}v_2^2 \rightarrow v_2 = 53{,}78\ \text{m/s}$$

**c) A quina altura es troba quan va a 20 m/s? Quina energia cinètica i potencial té a aquesta altura?**

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p3} + E_{c3}$$

$$\cancel{m}gh_0 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m}gh_3 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_3^2$$

$$9{,}8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = 9{,}8 \cdot h_3 + \frac{1}{2} \cdot 20^2 \rightarrow h_3 = 127{,}14\ \text{m}$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 20^2 = 1\ \text{J}$$

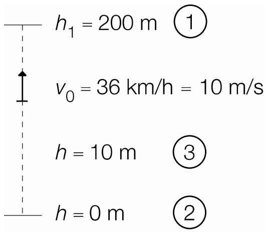
$$E_p = mgh_3 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 \cdot 127{,}14 = 6{,}23\ \text{J}$$

**2.** **Llancem verticalment cap amunt un cos de 2 kg a una velocitat de 20 m/s. Calculeu quina energia potencial gravitatòria tindrà quan dugui una velocitat de 10 m/s.**

$$E_{c0} = E_{c1} + E_{p1} \rightarrow E_{p1} = E_{c0} - E_{c1}$$

$$E_{p1} = \frac{1}{2}m(v_0^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot(20^2 - 10^2) = 300\text{ J}$$

**3.** **Des d'una torre disparem cap amunt una bala de 20 g de massa a una velocitat de 36 km/h. Si arriba fins a 200 m d'altura, calculeu:**




***a)*** **L'alçària de la torre.**

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p1}$$

$$\cancel{m}gh_0 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_0 = \cancel{m}gh_1$$

$$9{,}8h_0 + \frac{1}{2}\cdot 10^2 = 9{,}8\cdot 200 \rightarrow h_1 = 194{,}9\text{ m}$$

***b)*** **La velocitat amb què arriba a terra.**

$$E_{p1} = E_{c2} \rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 200} = 62{,}61\text{ m/s}$$

***c)*** **La velocitat a 10 m de terra.**

$$E_{p1} = E_{c3} + E_{p3} \rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3$$

$$9{,}8\cdot 200 = \frac{1}{2}v_3^2 + 9{,}8\cdot 10 \rightarrow v_3 = 61{,}02\text{ m/s}$$

***d)*** **L'energia potencial a dalt de la torre.**

$$E_{p1} = mgh_2 = 0{,}02\cdot 9{,}8\cdot 194{,}9 = 38{,}2\text{ J}$$

***e)*** **L'energia cinètica quan arriba a terra.**

$$E_{c2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}02\cdot 62{,}61^2 = 39{,}2\text{ J}$$

4. **Una nedadora de massa *m* salta d'un trampolí de 5 m d'altura. Calculeu la velocitat amb què arriba a l'aigua si es deixa caure i si es llança amb una velocitat inicial de 18 km / h.**

$$18\ \text{km/h} = 5\ \text{m/s}$$

$$E_{p0} = E_{cf} \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{2gh_0} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 5} = 9{,}90\ \text{m/s}$$

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{cf}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow gh_0 + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$9{,}8 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 = \frac{1}{2}v_f^2 \rightarrow v_f = 11{,}09\ \text{m/s}$$

5. **Un muntacàrregues aixeca un cos de 280 kg de massa al vintè pis d'un edifici; si cada pis té 3 m d'alçària, calculeu:**

   ***a)*** **L'energia potencial del muntacàrregues.**

$$E_p = mgh = 280 \cdot 9{,}8 \cdot (3 \cdot 20) = 164\,640\ \text{J}$$

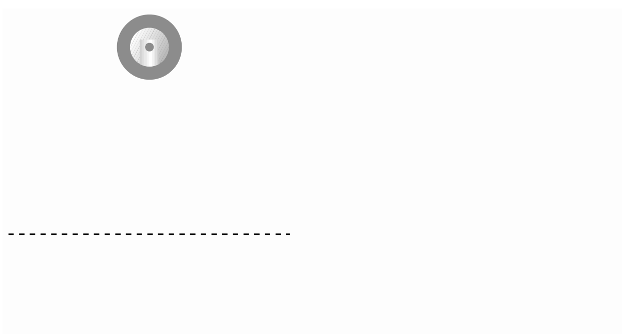
   ***b)*** **En el supòsit que el muntacàrregues es trenqués i que el cos caigués al carrer, quina energia cinètica tindria en arribar al terra? Amb quina velocitat hi arribaria?**

$$E_p = E_c = 164\,640\ \text{J}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 164\,640}{280}} = 34{,}29\ \text{m/s}$$

6. **A cadascun dels caps d'una corda que passa per una politja fixa hi ha un cos penjat: un de 200 g i l'altre de 100 g. Si inicialment estan en repòs i a la mateixa altura, quin recorregut han fet quan van a 10 m / s?**



$$v = 10\ \text{m/s}$$

$$\left.\begin{array}{l} E_i = 0 \\ E_f = 0 \end{array}\right\} E_i = E_f$$

$$0 = E_{cf} + E_{pf} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 = m_1 g(-h) + m_2 gh \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{2}(0,2 + 0,1) \cdot 10^2 + 9,8h(0,1 - 0,2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = 15 - 0,98h \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \frac{15}{0,98} = 15,31 \text{ m}$$

**7. Un pèndol senzill està constituït per una bola fixada a l'extrem d'un fil de massa negligible i l'altre extrem està fixat en un suport. Sigui 40 cm la longitud del fil, i fem oscil·lar la bola de massa 100 g en un mateix pla vertical. Si l'alliberem amb un angle de 30°, calculeu el mòdul de la velocitat de la bola i la tensió del fil quan passa per la posició més baixa.**

Calculem prèviament l'altura que assoleix la bola quan s'eleva un angle de 30°:

$$h = 0,4 - 0,4 \cdot \cos 30 = 0,054 \text{ m}$$

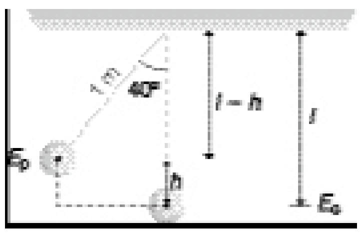
Quan alliberem la bola des d'aquesta altura, l'energia potencial es transforma en energia cinètica quan passa pel punt més baix de la trajectòria i, per tant, la velocitat és:

$$E_p = E_c \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,054} = 1,02 \text{ m/s}$$

La tensió del fil quan passa pel punt més baix és, segons la segona llei de Newton:

$$T - p = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow T = 0,1 \cdot 9,8 + 0,1 \cdot \frac{1,02^2}{0,4} = 1,24 \text{ N}$$

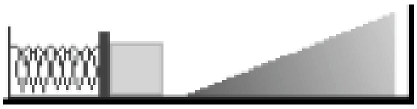
**8. Calculeu la velocitat d'un pèndol d'1 m de longitud quan passa per la vertical, si es deixa anar des d'una posició que forma un angle de 40° respecte de la vertical.**




$$\cos 40^\circ = \frac{l - h}{l} \rightarrow h = l(1 - \cos 40^\circ) = 1 - 0,766 = 0,234 \text{ m}$$

$$E_p = E_c \rightarrow \cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,234} = 2,14 \text{ m/s}$$

**9. Si comprimim 30 cm una molla de constant elàstica 80 N/m situada en un pla horitzontal i, d'aquesta manera, es dispara un cos de 250 g, calculeu l'altura que assoleix aquest en el pla inclinat (fig. 6.29) si no tenim en compte el fregament.**



$$E_{pe} = E_{pg} \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh \rightarrow h = \frac{kx^2}{2mg} = \frac{80 \cdot 0,3^2}{2 \cdot 0,25 \cdot 9,8} = 1,47 \text{ m}$$

**10. Una molla de constant elàstica *k* = 2 000 N/m es comprimeix una longitud de 30 mm mitjançant una bola de massa 10 g (fig. 6.34). Quan deixem anar la bola surt expel·lida verticalment cap amunt. Si suposem que la bola deixa de fer contacte amb la molla just quan aquesta passa per la posició d'equilibri, calculeu la màxima velocitat de la bola i l'alçada assolida per la bola des de la posició d'equilibri de la molla.**

Calculem la màxima velocitat de la bola, que és just quan tota l'energia potencial es transforma en energia cinètica:

$$E_{p_e} = E_c \Rightarrow \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 2000 \cdot 0.03^2 = 0,01v^2 \Rightarrow v = 13,42 \text{ m/s}$$

L'alçada màxima assolida és:

$$E_{p_e} = E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow h = 9,2 \text{ m}$$

**11. Calculeu el treball necessari per tal que un bloc de massa 5 kg inicialment en repòs i situat sobre una superfície horitzontal sense fregament, lligat d'una corda de 20 cm de llargada fixada per l'altre extrem, comenci a girar fins que assoleixi una velocitat angular de 2 rps. Cal aportar més treball per mantenir aquesta velocitat? Justifiqueu la resposta aplicant el principi de conservació de l'energia.**

Passem prèviament la velocitat angular a lineal:

$$v = \frac{2 \text{ voltes}}{1 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot 0,2 \text{ m} = 0,8\pi \text{ m/s}$$

El treball necessari per aconseguir la velocitat de 2 rps és, segons el teorema del treball:

$$\Delta E_c = W \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0,8\pi)^2 = 15,8 \text{ J}$$

**12. Calculeu la quantitat de calor que hem de subministrar a 10 mL de mercuri perquè la seva temperatura augmenti de 20 °C a 38 °C.**

**Dades: la densitat del mercuri és de 13,6 g/cm³.**

Passem prèviament a unitats internacionals les magnituds següents:

$$10\ \text{mL}\cdot\frac{1\ \text{L}}{10^3\ \text{mL}}\cdot\frac{1\ \text{m}^3}{10^3\ \text{L}}=10^{-5}\ \text{m}^3$$

$$\rho=\frac{13{,}6\ \text{g}}{1\ \text{cm}^3}\cdot\frac{10^6\ \text{cm}^3}{1\ \text{m}^3}\cdot\frac{1\ \text{kg}}{10^3\ \text{g}}=1{,}36\cdot 10^4\ \text{kg/m}^3$$

La massa de 10 mL correspon a:

$$m=\rho V=1{,}36\cdot 10^4\cdot 10^{-5}=1{,}36\cdot 10^{-1}\ \text{kg}$$

La quantitat de calor que hem de subministrar és:

$$Q=mc_e\Delta t=1{,}36\cdot 10^{-1}\cdot 140\cdot 18=342{,}72\ \text{J}$$

**13. Tenim una mostra de 120 g de plom i una altra de 120 g de ferro. Inicialment les dues estan a 25 °C i els transferim 200 J d'energia. Calculeu a quina temperatura arribaran les dues mostres.**

Calculem la variació de temperatura de cada mostra:

$$Q=mc_e\Delta t\Rightarrow\begin{cases}\Delta t_{Pb}=\dfrac{Q}{mc_e}=\dfrac{200}{0{,}12\cdot 130}=12{,}82^\circ\text{C}\Rightarrow t_{Pb}=25+12{,}82=37{,}82^\circ\text{C}\\[2ex]\Delta t_{Fe}=\dfrac{200}{0{,}12\cdot 443}=3{,}76^\circ\text{C}\Rightarrow t_{Pb}=25+3{,}76=28{,}76^\circ\text{C}\end{cases}$$

**14. Un sistema termodinàmic experimenta un procés en el qual l'energia interna es veu disminuïda en 500 J i a la vegada es realitza un treball sobre el sistema de 200 J. Determineu la calor transferida i indiqueu si és cap al sistema o cap enfora.**

Segons el primer principi de la termodinàmica:

$$\Delta U=Q-W\Rightarrow -500=Q-(-200)\Rightarrow Q=-700\ \text{J}$$

Per tant, l'energia és dissipada cap enfora del sistema.

**15. Un bloc d'1 kg de coure llisca sobre una superfície horitzontal amb una velocitat de 50 m/s. A causa del fregament s'atura ràpidament. Si suposem que tota la calor produïda és transferida al bloc, determina l'augment de temperatura que experimenta.**

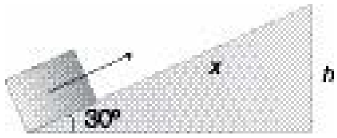
Calculem l'energia dissipada a causa del fregament:

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2=0{,}5\cdot 1\cdot 50^2=1250\ \text{J}$$

Suposant que tota aquesta energia és absorbida pel bloc, l'augment de temperatura que experimentaria seria:

$$\Delta t=\frac{Q}{mc_e}=\frac{1250\ \text{J}}{1\ \text{kg}\cdot 385\ \text{J/kg}\cdot\text{K}}=3{,}2\ \text{K}$$

**16. Llancem un cos de 25 kg de massa en direcció cap amunt per un pla inclinat d'inclinació 30°, amb velocitat de 20 m/s. Calculeu la distància que recorre fins que s'atura, si:**




**a) Es negligeix el fregament.**

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{20^2}{2 \cdot 9{,}8} = 20{,}41 \text{ m}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{20{,}41}{\sin 30^\circ} = 40{,}81 \text{ m}$$

**b) El fregament entre el cos i el terra és de 0,15.**

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow W_{Ff} = E_p - E_c$$

$$\left.\begin{array}{l} F_f = \mu N = \mu m \cos\alpha \\ \sin 30^\circ = \dfrac{h}{\Delta x} \rightarrow h = \Delta x \sin 30^\circ \end{array}\right\}$$

$$-F_f \Delta x = mgh - \frac{1}{2}mv^2$$

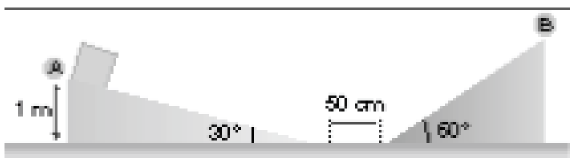
$$-\mu \cancel{m} g \cos\alpha \Delta x = \cancel{m} gh - \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu g \cos 30^\circ \Delta x = g \Delta x \sin 30^\circ - \frac{1}{2}v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}15 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30^\circ \cdot \Delta x = 9{,}8 \cdot \Delta x \cdot \sin 30^\circ - \frac{1}{2} \cdot 20^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -1{,}27 \Delta x = 4{,}9 \Delta x - 200 \rightarrow \Delta x = 32{,}40 \text{ m}$$

**17. Deixem anar un cos des del punt *A* (fig. 6.30). Calculeu l'altura a què està quan arriba al punt *B*, si:**

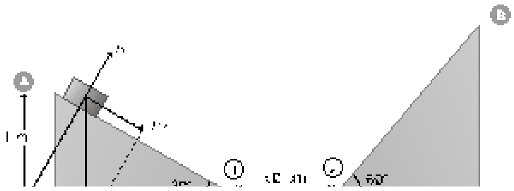



**a) No hi ha fregament.**

$$E_{p0} = E_{pf} \rightarrow \cancel{m}gh_0 \cancel{m}gh_f \rightarrow h_0 = h_f = 1 \text{ m}$$

**b)** **En tot el recorregut hi ha un fregament de coeficient 0,2.**

$$W_{Ff} = \Delta E$$



Des d'(A) fins a (1):

$$\sin 30^{\circ} = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 30^{\circ}}$$

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow -\mu N \Delta x = E_c - E_p \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu \cancel{m} g \cos 30^{\circ} \Delta x = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 - \cancel{m} gh \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu g \cos 30^{\circ} \frac{h}{\sin 30^{\circ}} = \frac{1}{2} v^2 - gh \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{\cos 30^{\circ}}{\sin 30^{\circ}} \cdot 1 = \frac{1}{2} v^2 - 9{,}8 \cdot 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 6{,}4} = 3{,}58 \text{ m/s}$$

Des d'(1) fins a (2):

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow -\mu m g \Delta x = E_{cf} - E_{ci} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu \cancel{m} g \Delta x = \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2 - \frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 = \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot 3{,}58^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 5{,}43} = 3{,}29 \text{ m/s}$$

Des d'(2) fins a (B):

$$W_{Ff} = \Delta E_c \rightarrow -\mu m g \cos \alpha \Delta x = E_{pf} - E_{ci}$$

$$\sin 60^{\circ} = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 60^{\circ}}$$

$$\rightarrow -\mu \cancel{m} g \cos 60^{\circ} \Delta x = \cancel{m} gh - \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu g \cos 60^{\circ} \frac{h}{\sin 60^{\circ}} = gh - \frac{1}{2} v_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{\cos 60^{\circ}}{\sin 60^{\circ}} h = 9{,}8 h - \frac{1}{2} \cdot 3{,}29^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -1{,}13 h = 9{,}8 h - 5{,}43 \rightarrow h = 0{,}50 \text{ m}$$

**18. Des de la part superior d'un pla inclinat de 4 m d'altura i 10 m de longitud es deixa caure un cos de 8 kg de massa que arriba a la base del pla amb una velocitat de 8 m/s. Calculeu:**

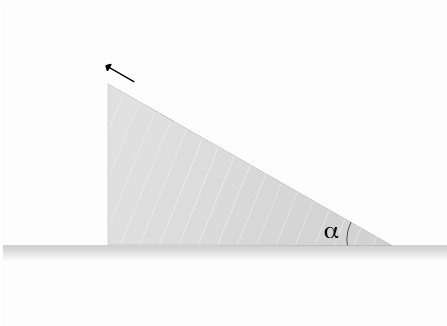
**a)** **L'energia cinètica i potencial del cos en iniciar el moviment i en finalitzar-lo.**

$$E_{c0} = 0$$
$$E_{p0} = mgh = 8 \cdot 9{,}8 \cdot 4 = 313{,}6 \text{ J}$$
$$E_{cf} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8^2 = 256 \text{ J}$$
$$E_{pf} = 0$$

**b)** **L'energia mecànica perduda pel fregament i el valor de la força de fregament.**

$$W_{Ff} = \Delta E = E_{cf} - E_{ci} = 256 - 313{,}6 = -57{,}6 \text{ J}$$
$$F_f = \frac{W_{Ff}}{\Delta x} = \frac{-57{,}6}{10} = -5{,}76 \text{ N}$$

**19. Deixem caure un cos de 2 kg de massa que es troba sobre un pla inclinat de 30° de manera que tarda 5 s a arribar a baix, tot recorrent 25 m. Calculeu el coeficient de fregament i el treball de la força de fregament.**




$$\Delta E = W_{Ff}$$
$$E_c - E_p = W_{Ff}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}\Delta t^2 \\ v &= v_0 + a\Delta t \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 \\ v &= at \end{aligned}\right\}$$

$$x = \frac{1}{2}vt \rightarrow v = \frac{2x}{t} = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10 \text{ m/s}$$
$$h = \Delta x \sin\alpha = 25 \cdot \sin 30^\circ = 12{,}5 \text{ m}$$
$$E_c - E_p = -\mu mg\cos\alpha\Delta x \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \cancel{m}gh = -\mu\cancel{m}g\cos\alpha\Delta x \rightarrow \frac{1}{2}v^2 - gh = -\mu g\cos\alpha\Delta x \rightarrow$$
$$\frac{1}{2}10^2 - 9{,}8 \cdot 12{,}5 = -\mu \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30^\circ \cdot 25 \rightarrow \mu = 0{,}34$$
$$W_{Ff} = -\mu mg\cos\alpha\Delta x = -0{,}34 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30^\circ \cdot 25 = -145 \text{ J}$$

**20. Damunt d'una taula horitzontal hi ha, en un extrem, un cos de 2 kg de massa i, enganxat a aquest cos, n'hi penja un altre de 3 kg de massa. Tots dos cossos estan connectats per una politja. Tenint en compte que el coeficient de fregament dinàmic entre el cos i la superfície horitzontal és de 0,2, calculeu, quan els cossos han recorregut una distància de 2 m:**



$$W_{Ff} = \Delta E$$

$$F_f \Delta x = \Delta E$$

***a)*** **La velocitat quan ha recorregut els 2 m.**

$$-\mu m_1 g \Delta x = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - m_2 g \Delta x$$

$$-0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = \frac{1}{2}(2+3) \cdot v^2 - 3 \cdot 9{,}8 \cdot 2$$

$$-7{,}84 = 2{,}5v^2 - 58{,}8 \rightarrow v = 4{,}51 \text{ m/s}$$

***b)*** **El treball de fricció.**

$$W_{Ff} = -0{,}2 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = -7{,}84 \text{ J}$$

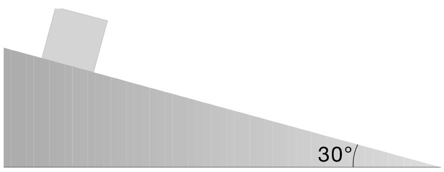
***c)*** **La pèrdua d'energia potencial de la massa de 3 kg.**

$$E_p = -m_2 g \Delta x = -58{,}8 \text{ J}$$

***d)*** **L'energia cinètica total final.**

$$E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \frac{1}{2} \cdot (3+2) \cdot 4{,}51^2 = 50{,}96 \text{ J}$$

**21. Un cos de 0,5 kg inicialment en repòs llisca per un pla inclinat de 3 m de longitud i un angle de 30° sobre l'eix horitzontal fins que xoca amb una molla de constant elàstica 300 N/m situada al final del pla inclinat (fig. 6.31). Calculeu la velocitat d'impacte del cos amb la molla i la màxima compressió d'aquesta:**



**a)** **Si no tenim en compte el fregament en tot el recorregut.**

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_2 = E_p \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

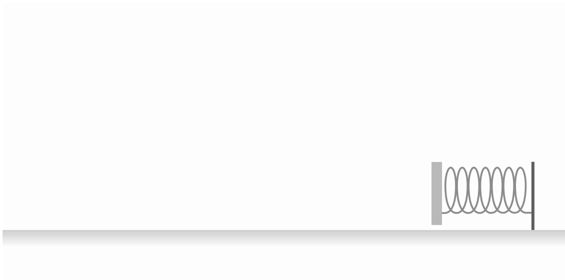
$$h = \Delta x \sin 30^\circ = 3 \sin 30^\circ = 1{,}5 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}5} = 5{,}42 \text{ m/s}$$

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_{pe} = E_{pg} \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}5}{300}} = 0{,}22 \text{ m}$$

**b)** **Si entre el cos i el pla actua el fregament amb un coeficient de 0,2.**



$$① \ \Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_c - E_p = -\mu mg \cos \alpha \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \cancel{m}gh = -\mu \cancel{m}g \cos \alpha \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2g(h - \mu \cos \alpha \Delta x)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}8(1{,}5 - 0{,}2 \cos 30^\circ \cdot 3)} = 4{,}38 \text{ m/s}$$

$$② \ E_{pe} - E_c = W_{fnc} \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -\mu mgx \rightarrow$$

$$\rightarrow kx^2 - mv^2 + 2\mu mgx = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 300x^2 - 0{,}5 \cdot 4{,}38^2 + 2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 300x^2 + 1{,}96x - 9{,}59 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-1{,}96 \pm \sqrt{1{,}96^2 + 4 \cdot 300 \cdot 9{,}59}}{2 \cdot 300} = 0{,}17 \text{ m}$$

**22. Un bloc de massa 5 kg gira amb un radi de 20 cm sobre una superfície horitzontal de coeficient de fregament 0,1 i amb una velocitat angular de 2 rps mitjançant una corda fixada a l'altre extrem. Calculeu les voltes que donarà fins a parar-se.**

Passem prèviament la velocitat angular a lineal:

$$v = \omega R = 4\pi \ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}2 \text{ m} = 0{,}8\pi \text{ m/s}$$

La pèrdua d'energia cinètica del bloc es transforma en energia dissipada pel fregament:

$$-\frac{1}{2}\cdot 5\cdot(0,8\cdot\pi)^2 = -0,1\cdot 5\cdot 9,8\cdot x \Rightarrow x = 3,22\ \text{m}$$

El nombre de voltes que dona fins parar-se és:

$$\frac{3,22\ \text{m}}{2\cdot\pi\cdot 0,2\ \text{m}} = 2,56\ \text{voltes}$$

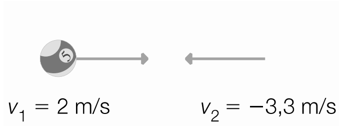
**23. Dos blocs estan units per un fil de massa negligible (fig. 6.37). El bloc de 5 kg llisca per un pla amb un coeficient de fregament 0,2. Deixem caure el bloc de 2 kg i quan hagi baixat 1 m, determineu amb quines velocitats es mouen els dos blocs.**

Apliquem el principi de conservació de l'energia:

$$\Delta E = W_{\text{fnc}} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 7\cdot v^2 - 2\cdot 9,8\cdot 1 = -0,2\cdot 5\cdot 9,8\cdot 1 \Rightarrow v = 1,67\ \text{m/s}$$

**24. Dues boles de billar de masses $m_1$ i $m_2$, que duen velocitats inicials de 2 m/s i 3,3 m/s respectivament, experimenten un xoc frontal. Si la primera es mou cap a la dreta i la segona cap a l'esquerra, calculeu les velocitats finals en els casos següents, suposant que el xoc sigui perfectament elàstic.**

***a)*** **$m_1$ = 150 g, $m_2$ = 250 g**




$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = m_2 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 0,15\cdot +0,25\cdot(-3,3) = 0,150 v_1' + 0,250 v_2' \\ 2 + v_1' = -3,3 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} -0,525 = 0,15 v_1' + 0,25 v_2' \\ v_1' = v_2' - 0,53 \end{array}\right\}$$

$$-0,525 = 0,15(v_2' - 5,3) + 0,25 v_2'$$

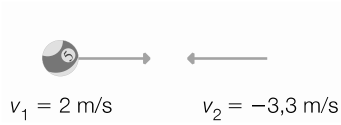
$$-0,525 = 0,15 v_2' - 0,795 + 0,25 v_2'$$

$$-0,525 = 0,4 v_2' - 0,795$$

$$v_2' = \frac{0,795 - 0,525}{0,4} 0,68\ \text{m/s}$$

$$v_1' = 0,68 - 5,3 = -4,62\ \text{m/s}$$

**b)** $m_1$ **= 1,2 kg,** $m_2$ **= 1,3 kg**




$$\left.\begin{aligned} &1,2\cdot 2-1,3\cdot 3,3=1,2v_1'+13v_2' \\ &2+v_1'=-3,3+v_2' \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &-1,89=1,2v_1'+1,3v_2' \\ &v_1'=v_2'-5,3 \end{aligned}\right\}$$

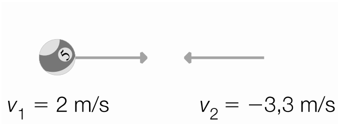
$$-1,89=1,2(v_2'-5,3)+1,3v_2'$$

$$-1,89=1,2v_2'-6,36+1,3v_2'$$

$$4,47=2,5v_2'\rightarrow v_2'=\frac{4,47}{2,5}=1,8\text{ m/s}$$

$$v_1'=1,8-5,3=-3,5\text{ m/s}$$

**c)** $m_1 = m_2$ **= 0,8 kg**




$$\left.\begin{aligned} &2\cancel{m}-3,3\cancel{m}=\cancel{m}v_1'+\cancel{m}v_2' \\ &2+v_1'=-3,3+v_2' \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &-1,3=v_1'+v_2' \\ &2+v_1'=-3,3+v_2' \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{aligned} -1,3 &= \quad v_1'+v_2' \\ 5,3 &= -v_1'+v_2' \\ \hline 4 &= \quad / \quad 2v_2'\rightarrow v_2'=2\text{ m/s} \end{aligned}$$

$$v_1'=-5,3+v_2'\rightarrow v_1'=-3,3\text{ m/s}$$

**25. Dues boles de 200 g i de 300 g es desplacen horitzontalment amb unes velocitats de 4 m/s i –2 m/s, respectivament. Després d'un xoc frontal, la velocitat de la primera és de –3,2 m/s. Calculeu la velocitat de la segona bola, el coeficient de restitució i deduïu de quin tipus de xoc es tracta.**

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment, i tenim que:

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'm_2v_2'\rightarrow 0,2\cdot 4+0,3\cdot(-2)=$$

$$=0,2\cdot(-3,2)+0,3\cdot v_2'\rightarrow v_2'=\frac{0,2+0,64}{0,3}=2,8\text{ m/s}$$

Calculem el coeficient de restitució:

$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2} = \frac{-(+3,2 - 2,8)}{4 - (-2)} = \frac{6}{6} = 1$$

Es tracta d'un xoc perfectament elàstic, ja que el coeficient de restitució del seu valor és d'1. També es pot comprovar que es tracta d'un xoc perfectament elàstic calculant la variació de l'energia cinètica.

$$\Delta E = E_f - E_0 =$$
$$= -\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 3,2^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 2,8^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 2^2 = 0$$

**26. Mitjançant dos blocs de 4 i 6 kg comprimim una molla de constant elàstica de 5 000 N/m pels seus extrems una longitud de 12 cm. El sistema es troba sobre una superfície horitzontal sense fregament. Calculeu les velocitats dels blocs quan els deixem simultàniament.**

Apliquem el principi de conservació de l'energia i de la quantitat de moviment:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot 5000 \cdot 0,12^2 = \frac{1}{2} \cdot 4v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 6v_2^2 \\ 0 = 4v_1 + 6v_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 36 = 2v_1^2 + 3v_2^2 \\ 0 = 2v_1 + 3v_2 \end{array}\right\} \Rightarrow v_2 = -\frac{2}{3} v_1 \Rightarrow$$

$$36 = 2v_1^2 + 3\left(-\frac{2}{3} v_1\right)^2 \Rightarrow 36 = \frac{10}{3} v_1^2 \Rightarrow v_1 = 3,29 \text{ m/s} \Rightarrow v_2 = -\frac{2}{3} \cdot 3,29 = -2,19 \text{ m/s}$$

**Nota**: Al llibre els resultats són: 2,19 i –3,29 m/s (el signe està intercanviat). La solució correcta és la del *Solucionari*.

**27. Un vagó de massa 1000 kg es desplaça a una velocitat constant de 5 m/s per una via horitzontal sense fricció. En un moment determinat xoca amb un altre vagó de massa 2000 kg que estava aturat, de manera que després de la col·lisió queden units. Calculeu:**

***a)* La velocitat que tindrà el conjunt després del xoc.**

Dades:

$m_1$ = 1 000 kg

$m_2$ = 2 000 kg

$v_1$ = 5 m/s

$v_2$ = 0

$v_1'$ = $v_2'$ = $v'$

Per conservació de la quantitat de moviment:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) \cdot v' \rightarrow$$
$$\rightarrow v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{1000}{3000} 5 = 1,667 \text{ m/s} \approx 1,67 \text{ m/s}$$

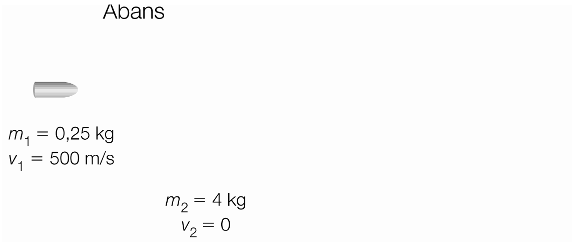
**b)** **L'energia mecànica perduda en el xoc.**

L'energia mecànica perduda en el xoc correspon a la variació d'energia cinètica perquè l'energia potencial no varia:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\cdot(v')^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2}3\,000\cdot 1{,}6667^2 - \frac{1}{2}1000\cdot 5^2 = -8\,333\text{ J}$$

**28. Una bala de fusell que té una massa de 250 g és disparada a una velocitat de 500 m/s contra un bloc de fusta de 4 kg de massa. Si la bala queda incrustada dins del bloc de fusta, calculeu:**




**a)** **La velocitat amb què es mou el conjunt després del xoc.**

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v'$$

$$0{,}25\cdot 500 + 4\cdot 0 = 4{,}25v' \rightarrow v' = 29{,}41\text{ m/s}$$

**b)** **L'energia dissipada en el xoc.**

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_2 v_2^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 4{,}25\cdot 29{,}41^2 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}25\cdot 500^2 = -29\,411{,}76\text{J}$$

**29. Dos patinadors es troben en una pista de gel en repòs on considerem que el fregament és pràcticament nul. Un d'ells, el de 60 kg, li passa un objecte de 3 kg amb una velocitat horitzontal de 4 m/s a l'altre, de 70 kg. Calculeu:**

**a)** **La velocitat de cada patinador després d'intercanviar-se l'objecte.**

**b)** **L'energia cinètica que assoleixen.**

*a)* Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment. Quan el patinador de 60 kg es desprèn de l'objecte tenim que:

$$0 = 60v' + 3\cdot 4 \Rightarrow v' = -0{,}2\text{ m/s}$$

El patinador de 70 kg rep l'objecte i tenim que:

$$3\cdot 4 = (70+3)v'' \Rightarrow v'' = 0{,}16\text{ m/s}$$

*b)* L'energia cinètica de cada patinador és:

$$\frac{1}{2}\cdot 60\cdot 0{,}2^2 = 1{,}2\text{ J}$$

$$\frac{1}{2}\cdot 73\cdot 0{,}16^2 = 0{,}94\text{ J}$$

**30. Una pilota de 500 g de massa es deixa caure verticalment des d'una certa alçada. La pilota impacta amb el terra a una velocitat de 5,4 m/s i rebota verticalment fins a arribar a un punt d'altura màxima de 120 cm. Des de quina altura inicial s'ha deixat caure la pilota? Quant val el coeficient de res-titució del xoc pilotaterra? Quanta energia s'ha perdut en el xoc?**

En tocar el terra, tota l'energia potencial s'ha transformat en energia cinètica, així trobem l'altura inicial:

$$E_{cf} = E_{p0} \rightarrow h = \frac{v_f^2}{2g} = \frac{5{,}4^2}{2 \cdot 9{,}8} = 1{,}49 \text{ m} \approx 1{,}5 \text{ m}$$

Si la pilota arriba a una altura d'1,2 m, vol dir que després de xocar amb el terra té una velocitat de:

$$E_{pf} = E_{c0} \rightarrow v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}2} = 4{,}8 \text{ m/s}$$

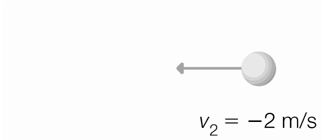
El coeficient de restitució del xoc de la pilota amb el terra val:

$$k = \frac{-(v' - v'_{\text{terra}})}{v - v_{\text{terra}}} = \frac{4{,}8 - 0}{-5{,}4 - 0} = 0{,}89$$

En aquest xoc s'ha perdut una energia igual a la pèrdua d'energia cinètica:

$$\Delta E = \Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} =$$
$$= \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} 0{,}5(4{,}8^2 - 5{,}4^2) = -1{,}4 \text{ J}$$

**31. Dues boles de 2 kg i 1 kg de massa, xoquen frontalment a una velocitat de 2 m/s cada una. Si el coeficient de restitució del xoc és de 0,8, quines són les velocitats després del xoc?**




$$k = 0{,}8$$

$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2} \rightarrow 0{,}8 = \frac{-(v_1' - v_2')}{2 - (-2)} \rightarrow 3{,}2 = -v_1' + v_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$2 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) = 2v_1' + 1v_2' \rightarrow 2 = 2v_1' + v_2'$$

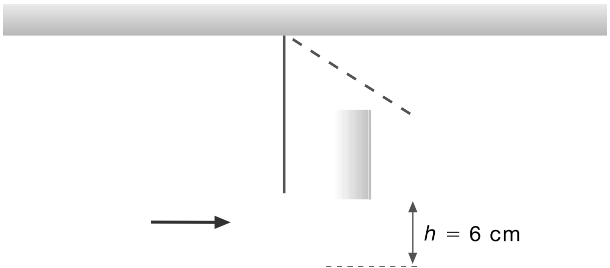
$$\left.\begin{aligned} 3{,}2 &= -v_1' + v_2' \\ 2 &= 2v_1' + v_2' \end{aligned}\right\}$$

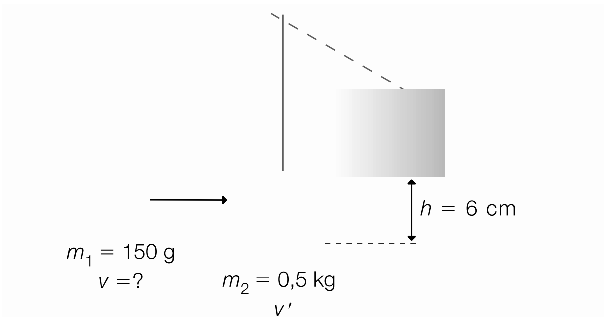
$$\left.\begin{aligned} 3{,}2 &= -v_1' + v_2' \\ -2 &= -2v_1' + v_2' \end{aligned}\right\}$$

$$1{,}2 = -3v_1' \quad / \quad \rightarrow v_1' = -\frac{1{,}2}{3} = -0{,}4 \text{ m/s}$$

$$3{,}2 = 0{,}4 + v_2' \rightarrow v_2' = 2{,}8 \text{ m/s}$$

**32. Una bola de plastilina amb una massa de 150 g es mou horitzontalment a una velocitat indeterminada i impacta sobre un bloc de 0,5 kg (fig. 6.32). Com a conseqüència de l'impacte el bloc puja fins a una altura de 6 cm. Calculeu a quina velocitat ha impactat la bola de plastilina sobre el bloc.**




$$\Delta E = 0 \rightarrow E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{(m_1 + m_2)}v'^2 = \cancel{(m_1 + m_2)}gh$$

$$v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}06} = 1{,}08 \text{ m/s}$$

$$m_1 v = (m_1 + m_2)v'$$

$$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1}v' = \frac{0{,}15 + 0{,}5}{0{,}15}1{,}08 = 4{,}7 \text{ m/s}$$

**33. Un nucli d'urani en repòs es desintegra en dos fragments de $2{,}5\cdot10^{-25}$ kg i $1{,}5\cdot10^{-25}$ kg. Determineu la relació de velocitats del fragment petit respecte del gran, com també de les energies cinètiques. No tenim en compte altres partícules de masses negligibles.**

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment per determinar la relació de velocitats:

$$2{,}5v_1' + 1{,}5v_2' = 0 \Rightarrow \frac{v_2'}{v_1'} = -1{,}67$$

La relació de les energies cinètiques:

$$\frac{E_{c2}}{E_{c1}} = \frac{\frac{1}{2}1{,}5\cdot v_2'^2}{\frac{1}{2}2{,}5\cdot v_1'^2} = \frac{\frac{1}{2}1{,}5\cdot\left(-1{,}67v_1'\right)^2}{\frac{1}{2}2{,}5\cdot v_1'^2} = 1{,}67$$

**34. Un vagó amb una massa de 50 Tm es mou amb una velocitat de 12 km/h i xoca contra una plataforma de 30 Tm de massa que es troba en una via i s'enganxen. Calculeu:**

$$v = 12\ \text{km/h} = 3{,}33\ \text{m/s}$$
$$\vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}}$$

***a)*** **La velocitat del moviment del conjunt just després del xoc.**

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v$$
$$v = \frac{m_1v_1}{m_1+m_2} = \frac{50000\cdot12}{50000+30000} = 7{,}5\ \text{km/h} = 2{,}08\ \text{m/s}$$

***b)*** **La distància recorreguda pel conjunt, si la força de fregament és igual al 5% del pes.**

$$\Delta E = -W_{fnc} \rightarrow 0 - E_{ci} = -W_{fnc} \rightarrow \frac{1}{2}m_Tv^2 = F_fx$$
$$F_f = 0{,}05\cdot(m_1+m_2)g = 0{,}05\cdot80\,000\cdot9{,}8 = 39\,200\ \text{N}$$
$$x = \frac{m_Tv^2}{2F_f} = \frac{80\,000\cdot2{,}08^2}{2\cdot39\,200} = 4{,}43\ \text{m}$$

**35. Una bola d'acer xoca elàsticament contra un bloc d'1 kg inicialment en repòs sobre una superfície plana horitzontal (fig. 6.33). En el moment del xoc la bola té una velocitat horitzontal de 5 m/s. El coeficient de fricció dinàmic entre la superfície i el bloc és de μ = 0,2. Degut al xoc, el bloc recorre 2 m abans d'aturar-se. Calculeu:**

***a)*** **La velocitat del bloc just després del xoc.**

$$\Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_{cf} - E_{ci} = -F_f \Delta x \rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = -\mu m_2 g \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} v_2'^2 = \mu g \Delta x \rightarrow v_2' = \sqrt{2 \mu g \Delta x} = \sqrt{2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 2} = 2{,}8 \text{ m/s}$$

***b)*** **La massa de la bola d'acer.**

$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1 \cdot 5 = m_1 v_1 + 1 \cdot 2{,}8 \\ 5 + v_1' = 0 + 2{,}8 \rightarrow v_1' = 2{,}8 - 5 = -2{,}2 \text{ m/s} \end{array}\right\}$$

$$5 m_1 = -2{,}2 m_1 + 2{,}8 \rightarrow (5 + 22) m_1 = 28 \rightarrow$$

$$\rightarrow m_1 = \frac{2{,}8}{7{,}2} = 0{,}4 \text{ kg}$$

***c)*** **L'energia cinètica perduda per la bola en el xoc.**

$$\Delta E = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} 0{,}4 \cdot (-2{,}2)^2 - \frac{1}{2} 0{,}4 \cdot 5^2 = -4{,}03 \text{ J}$$

**36. Es llança una pedra de 20 kg de massa amb una velocitat inicial de 200 m/s que forma un angle de 30° amb l'horitzontal.**

***a)*** **Quant valdrà la seva energia mecànica en el punt més alt de la trajectòria?**

$$E = \text{constant} \Rightarrow E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot 200^2 = 4 \cdot 10^5 \text{ J}$$

**b) Quina ha estat la variació de la quantitat de moviment de la pedra en anar des del punt de llançament fins al de màxima altura en la seva trajectòria parabòlica?**

$$\left.\begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 200\cos 30° = 173{,}2 \text{ m/s} \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 200 \sin 30° = 100 \text{ m/s} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v}_2 = 173{,}2\ \vec{i} \\ \vec{v}_1 = 173{,}2\ \vec{i} + 100\ \vec{j} \end{array}\right\}$$

$$\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) =$$

$$= 20(173{,}2\ \vec{i} - 173{,}2\ \vec{i} - 100\ \vec{j}) = -2000\ \vec{j} \text{ kgm/s}$$

**c) Suposeu que quan arriba al punt de màxima altura la pedra es trenca en dos trossos de 5 kg i 15 kg, de manera que la massa de 15 kg queda parada immediatament després de l'explosió. Quina seria la velocitat de la massa de 5 kg en aquest instant?**

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = 5 \text{ kg} \\ m_2 = 15 \text{ kg} \end{array}\right\} \vec{p}_1 = \vec{p}_f \rightarrow m\vec{v}_2 = m_1\vec{v}\,'_1 + m_2\vec{v}\,'_2$$

$$20 \cdot 173{,}2\ \vec{i} = 5\vec{v}\,'_1 \Rightarrow \vec{v}\,'_1 = \frac{20 \cdot 173{,}2}{5}\ \vec{i} = 692{,}8\ \vec{i} \text{ m/s}$$

**37. Un cotxe de massa 1,8 Tm va a una velocitat de 120 km/h cap a una cruïlla. Al mateix temps, un camió de 5,2 Tm amb una velocitat de 60 km/h també va cap a la cruïlla però en una direcció perpendicular a la del camió anterior i es produeix un xoc totalment inelàstic. Calculeu:**

**a) La velocitat de la ferralla i l'angle respecte de la direcció del cotxe.**

**b) Quina energia s'ha dissipat en calor, soroll, deformacions...**

*a)* Com que considerem un xoc totalment inelàstic, la velocitat del conjunt (ferralla) és:

$$1{,}8 \cdot 120\vec{i} + 5{,}2 \cdot 60\left(-\vec{j}\right) = 7\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = 30{,}86\vec{i} - 44{,}57\vec{j} \Rightarrow v = 54{,}2 \text{ km/h}$$

L'angle segons la referència presa és:

$\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{-44{,}57}{30{,}86} \Rightarrow \alpha = -55{,}3°$ (**Nota:** Al llibre l'angle α és positiu, però és incorrecte.)

*b)* L'energia dissipada és:

$$\frac{1}{2} \cdot 7\,000 \cdot \left(\frac{54{,}2}{3{,}6}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1\,800 \cdot \left(\frac{120}{3{,}6}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 5\,200 \cdot \left(\frac{60}{3{,}6}\right)^2 = -929 \text{ kJ}$$

**38. Una bola de 2 kg va a 10 m/s en la direcció X i xoca lateralment contra una altra bola de 3 kg en repòs. Després del xoc la bola de 2 kg es desvia un angle de 30° i la bola de 3 kg es mou amb una velocitat de 4 m/s. Amb quina velocitat es mou la bola de 2 kg? Amb quin angle es desvia la bola de 3 kg? Raoneu si el xoc és elàstic o inelàstic.**

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment per components:

$$\left.\begin{array}{l} x \rightarrow 2 \cdot 10 = 2v\cos 30 + 3 \cdot 4\cos\alpha \\ y \rightarrow 0 = 2v\sin 30 + 3 \cdot 4\sin\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 20 - 12\cos\alpha = 2v\cos 30 \\ -12\sin\alpha = 2v\sin 30 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{-12\sin\alpha}{20 - 12\cos\alpha} = \mathrm{tg}30 \Rightarrow \alpha = -26{,}4^\circ \quad \text{i} \quad v = 5{,}35 \text{ m/s}$$

Valorem l'energia cinètica abans i després per veure si el xoc és elàstic:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5{,}34^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 \neq 0$$

Per tant, és un xoc inelàstic.

**39. Calculeu la velocitat d'un electró amb una energia cinètica igual a l'energia associada a la seva massa en repòs. Repetiu-ho en el cas d'un protó.**

L'energia d'una partícula és $E = mc^2$, però també és l'energia en repòs més l'energia cinètica:

$$E = m_0c^2 + E_c$$

Però com que ens diu que l'energia cinètica és igual a l'energia en repòs, podem escriure que:

$$E = m_0c^2 + E_c \Rightarrow E = m_0c^2 + m_0c^2 \Rightarrow E = 2m_0c^2 \Rightarrow mc^2 = 2m_0c^2 \Rightarrow m = 2m_0$$

Però $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ i, per tant, $2 = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow v = 0{,}866c$

Aquest resultat tant és vàlid per a l'electró com per al protó, ja que és independent de la massa, segons expressa l'última relació matemàtica.

**40. Dues esferes de la mateixa massa *m* pengen cadascuna d'elles d'un fil de longitud *l* i de manera que es toquen. Separem una d'elles una altura *h* i després la deixem anar fins que xoca amb l'altra esfera elàsticament. Justifica el moviment que faran les dues esferes.**

Com que xoquen frontalment, elàsticament i tenen la mateixa massa, s'intercanvien les energies de manera que cada esfera va alternant el mateix moviment.

**41. En la figura 6.40 s'observa una col·lisió lateral. Esbrina l'angle $\alpha$.**

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment per components:

$$\left.\begin{array}{l} m_1 \cdot 20 = m_1 \cdot 15\cos 25 + m_2 v_2' \cos\alpha \\ 0 = m_1 \cdot 15\sin 25 + m_2 v_2' \sin\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m_2 v_2' \cos\alpha = -m_1 \cdot 15\cos 25 + m_1 \cdot 20 \\ m_2 v_2' \sin\alpha = -m_1 \cdot 15\sin 25 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{-m_1 \cdot 15\sin 25}{-m_1 \cdot 15\cos 25 + m_1 \cdot 20} = \frac{-15\sin 25}{-15\cos 25 + 20} = -0{,}989 \Rightarrow \alpha = -44'7^{\circ}$$

**42. Una bola d'acer de 50 g cau des d'una alçada d'un metre sobre una llosa de marbre i rebota fins a un 90 % de l'altura que tenia. Si la bola rebota quatre vegades, a quina altura arribarà després del quart salt? Quina haurà estat la pèrdua d'energia total?**

Passat el primer rebot, la bola puja una altura de 0,9 m; en el segon puja una altura de $0{,}9^2$ = 0,81 m; en el tercer rebot, $0{,}9^3$ = 0,729 m i, finalment, en el quart rebot, $0{,}9^4$ = 0,6561 m.

La pèrdua d'energia és la variació de l'energia potencial:

$$\Delta E_p = 0{,}05 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}656 - 0{,}05 \cdot 9{,}8 \cdot 1 = -0{,}17 \text{ J}$$

**43. Deixem caure un cos $m_1$ de massa 1 kg des del punt *A* d'una guia semicircular de radi $R = 2$ m (fig. 6.41). En arribar al punt *B*, xoca contra una altra massa en repòs $m_2$ de 500 g, de manera que després de l'impacte ambdues masses queden unides i el conjunt puja per la guia fins a una altura *h* de 60 cm (punt *C*). Sabent que en la meitat *AB* de la guia no hi ha fricció, però en l'altra meitat sí, calculeu:**

***a)*** **La velocitat amb què $m_1$ xoca contra $m_2$.**

***b)*** **El treball de la força de fricció en el tram *BC*.**

***c)*** **La força que fa la guia sobre el conjunt en el punt *C*.**

***d)*** **Si ara considerem que en tota la guia semicircular el fregament és nul, quina seria l'alçada màxima que assoliran després del xoc?**

*a)* La velocitat amb què $m_1$ xoca amb la massa $m_2$ tenint en compte que no hi ha fregament en el tram *AB* és, segons el principi de conservació de l'energia:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_{p_A} = E_{c_B} \Rightarrow m_1 g R = \frac{1}{2} m_1 {v_B}^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 2} = 6{,}26 \text{ m/s}$$

*b)* Calculem prèviament la velocitat després del xoc sabent que aquest és frontal i totalment inelàstic. Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment:

$$1 \cdot 6{,}26 = 1{,}5 \cdot v' \Rightarrow v' = 4{,}17 \text{ m/s}$$

L'energia dissipada pel fregament en el tram *BC* és:

$$W_f = \Delta E \Rightarrow W_f = 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}6 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 4{,}17^2 = -4{,}22 \text{ J}$$

*c)* La velocitat en *C* és nul·la i, per tant, segons la segona llei de Newton, tenim que la força que fa la guia sobre el conjunt és la normal:

$$N = 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot \cos\alpha = 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{1{,}4}{2} = 10{,}3 \text{ N}$$

*d)* Si no hi fregament, $\Delta E = 0$ i, per tant, l'alçada màxima és:

$$E_{c_B} = E_{p_{C'}} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 4{,}17^2 = 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot h_{C'} \Rightarrow h_{C'} = 0{,}889 \text{ m} = 88{,}9 \text{ cm}$$

**44. En dinamitar una roca, aquesta surt expel·lida en tres fragments, dos dels quals, de masses 20 i 10 kg, surten amb un angle de 90° i amb velocitats de 10 i 15 m/s, respectivament. La resta surt a 50 m/s. Determineu la massa del tercer tros i l'angle respecte de la roca.**

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment per components:

$$\left.\begin{array}{l} 20 \cdot 10 + 50 \cdot m\cos\alpha = 0 \\ 10 \cdot 15 + 50 \cdot m\sin\alpha = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{150}{200} \Rightarrow \alpha = 216{,}9^\circ$$

La massa és $m = \dfrac{-200}{50 \cdot \cos 216{,}9} = 5 \text{ kg}$

L'angle correcte és el que dona el *Solucionari* ($\alpha$ = 216,9°).

**45. Una pilota de 150 g es llença amb una velocitat de 30 m/s contra una paret formant un angle de 45°. La pilota rebota amb el mateix angle i surt també amb la mateixa velocitat. Calculeu:**

***a)*** **La variació de la quantitat de moviment de la pilota en el xoc.**

***b)*** **La força mitjana que fa la paret sobre la pilota si l'impacte de la pilota amb la paret ha durat 30 ms.**

***c)*** **L'energia dissipada en el xoc.**

*a)* Calculem la quantitat de moviment inicial i final:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{p}_i = 0{,}15 \cdot 30 \cdot \left(-\cos 45\vec{i} - \sin 45\vec{j}\right) \\ \vec{p}_f = 0{,}15 \cdot 30 \cdot \left(\cos 45\vec{i} - \sin 45\vec{j}\right) \end{array}\right\}$$

La variació de quantitat de moviment és:

$$\Delta\vec{p} = 0{,}15 \cdot 30 \cdot 2 \cdot \cos 45\vec{i} = 6{,}36\vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

*b)* La força mitjana que fa la paret sobre la pilota és:

$$\vec{F}_m = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{6{,}36\vec{i}}{30 \cdot 10^{-3}} = 212\vec{i} \text{ N}$$

*c)* Si suposem que la pilota xoca contra la paret en un pla horitzontal, no hi ha variació d'energia mecànica i, per tant, no es dissipa energia en el xoc.

**46. Un bloc de 2 kg comprimeix 15 cm una molla de constant elàstica 5 000 N/m en un pla horitzontal. El bloc recorre una distància en el pla d'1 m quan el deixem anar lliurement, i després s'enfila per una rampa de 20°. Calculeu l'alçada màxima que pot assolir quan:**

***a)*** **Es desplaça sense fregament.**

***b)*** **Es desplaça amb fregament en tot el recorregut amb un coeficient dinàmic de 0,2.**

*a)* Si no hi ha fregament $\Delta E = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}k\Delta x^2 = mgh \Rightarrow h = 2{,}87\ \text{m}$

*b)* Si hi ha fregament en tot el recorregut:

$$\Delta E = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \mu mg \cdot 1 + \mu mg\frac{h}{\text{tg}20} + mgh \Rightarrow h = 1{,}72\ \text{m}$$

**47. Dues boles de billar iguals xoquen frontalment amb velocitats de 6 m/s i –8 m/s. Calculeu:**

***a)*** **Les velocitats després del xoc si el coeficient de restitució és 0,8.**

***b)*** **L'energia dissipada en el xoc si suposem que les masses són de 350 g.**

*a)* Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment i la definició de coeficient de restitució:

$$\left.\begin{array}{l} 6m - 8m = mv_1' + mv_2' \\ 0{,}8 = \dfrac{-\left(v_1' - v_2'\right)}{6+8} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 6 - 8 = v_1' + v_2' \\ 0{,}8 = \dfrac{-\left(v_1' - v_2'\right)}{6+8} \end{array}\right\} \Rightarrow v_1' = -6{,}6\ \text{m/s} \quad \text{i} \quad v_2' = 4{,}6\ \text{m/s}$$

*b)* L'energia dissipada és:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\cdot 0{,}35\cdot\left(-6{,}6\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}35\cdot\left(4{,}6\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}35\cdot\left(-8\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}35\cdot\left(6\right)^2 = -6{,}2\ \text{J}$$