Unitat 0.Les magnituds físiques i la seva mesura

Magnituds físiques són totes aquelles propietats dels cossos que es poden mesurar, el resultat de les quals acostuma a ser un número seguit d'una **unitat.**
Unitat és aquella quantitat a la qual, per conveni, se li ha donat el valor 1.
El **sistema d'unitats** el constitueixen el conjunt d'unitats que s'ha decidit utilitzar per a cada m**agnitud fonamental.**

Avui dia, es tendeix a fer ús d'unes unitats amb múltiples i submúltiples comuns per compartir mesures entre diferents llocs del món mitjançant el **Sistema Internacional d'Unitats (SI).**

La "Mars Climate" se estrelló en Marte porque la NASA no tradujo kilómetros a millas

Los técnicos olvidaron convertir datos de navegación del sistema métrico decimal al inglés

O

Washington 2 OCT 1999

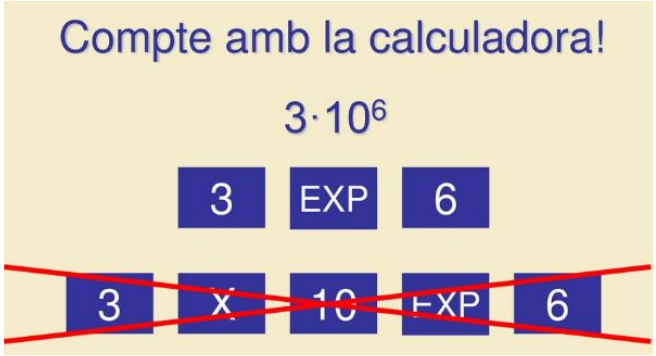
MAGNITUD = VALOR + UNITAT

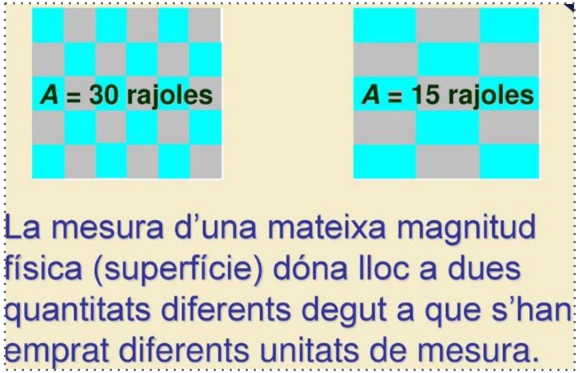
Múltiples i submúltiples del SI					
Múltiples			**Submúltiples**		
Prefix	*Símbol*	*Valor numèric*	*Prefix*	*Símbol*	*Valor numèric*
tetra -	T	10^{12}	deci -	d	10^{-1}
giga -	G	10^{9}	centi -	c	10^{-2}
mega -	M	10^{6}	mili -	m	10^{-3}
quilo -	k	10^{3}	micro -	μ	10^{-6}
hecto -	h	10^{2}	nano -	n	10^{-9}
deca -	da	10^{1}	pico -	p	10^{-12}

No és correcte donar un valor sense fer referència a les unitats, sempre cal indicar la unitat que s'està utilitzant

La **notació científica** és un mètode còmode i senzill per expressar quantitats molt grans. Un nombre escrit en aquesta notació haurà de seguir la forma: **a . 10^k**, on '**a**' és un nombre real la part entera del qual ha de ser major a 0 i estar compresa entre **1 i 10**.

Exemple: (a) 2.549.000 m = 2'55 . 10^6 m   (b) 0'0000239 m = 2'39 . 10^{-5} m





Factors de conversió

En un instant determinat, un automòbil va a una velocitat de 72 km/h. Expresseu aquesta velocitat en unitats del SI.

$$72\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1000\,\text{m}}{1\,\cancel{\text{km}}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\,\text{s}}=20\ \text{m/s}$$

La densitat del ferro val 7,8 g/cm³. Expresseu aquesta densitat en unitats del SI.

$$7{,}8\,\frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}}\cdot\frac{1\,kg}{10^3\,\cancel{g}}\cdot\frac{10^6\,\cancel{cm^3}}{1\,m^3} = 7{,}8\cdot10^3\ kg/m^3$$

Les **magnituds físiques fonamentals** del SI són set magnituds independents, és a dir, les que no poden ser representades a partir de cap altre magnitud i que, en principi, es poden determinar amb un mesurament directe.

Les **magnituds físiques derivades** del SI són totes aquelles que poden definir-se a través de les fonamentals. Si en la seva definició, substituïm les magnituds que la componen per la seva dimensió, obtenim el que denominem **equació dimensional** (PÀG.12 LLIBRE)

Magnituds físiques fonamentals		
Magnitud física	**Símbol**	**Unitat SI (símbol)**
Longitud	r, x, y	metre (m)
Temps	t	segon (s)
Massa	m	kilogram (kg)
Temperatura	T	kelvin (K)
Intensitat de corrent	I	ampere (A)
Quantitat de matèria	n	mol (mol)
Intensitat lluminosa	I	candela (cd)

Algunes magnituds físiques derivades		
Magnitud física	**Símbol**	**Unitat SI (símbol)**
Superfície	A	m^2
Volum	V	m^3
Velocitat	v	m/s
Acceleració	a	m/s^2
Força	F	newton ($1\ N = 1\ kg \cdot m/s^2$)
Treball	W	joule ($1\ J = 1\ N \cdot m$)
Pressió	P	pascal ($1\ Pa = 1\ N/m^2$)

TIPUS DE MESURAMENT

Mesurar consisteix en comparar la magnitud que volem conèixer amb una altra de la mateixa espècie que es pren com a **patró o unitat de mesura** (objecte o definició que caracteritza una unitat fonamental).

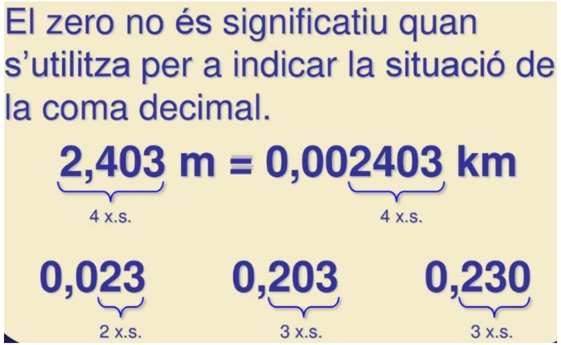
El mesurament pot ser:

-**directe** si emprant aparells adients obtenim el resultat numèric que permet especificar la nostra magnitud.

-**indirecte** si per obtenir el resultat que defineixi la magnitud hem d’emprar aparells, fórmules i càlculs matemàtics.

Quan mesurem produïm errors, bé per l' instrument que fem servir o bé durant el procés de mesura.

Per minimitzar els errors relacionats amb l' instrument de mesura no tenim altra opció que augmentar la **sensibilitat** del nostre aparell per tal de realitzar mesures més precises, és a dir, mesures en que el nostre resultat numèric tingui bastants **xifres significatives** (xifres que es poden determinar amb un aparell).



Exemples:

3,207 ⟶ 03,207 ⟶ 4 xifres significatives

↑ 1ª xifra significativa

0,0038 ⟶ 0,0038 ⟶ 2 xifres significatives

↑ 1ª xifra significativa

20,0 ⟶ 020,0 ⟶ 3 xifres significatives

↑ 1ª xifra significativa

10 870 ⟶ 010 870 ⟶ 5 xifres significatives

↑ 1ª xifra significativa

Recorda:

En la notació científica, el nombre que apareix abans de la potència de 10 té totes les xifres significatives.

$\underbrace{8{,}25}_{\text{3 x.s.}}\cdot 10^{-3}$ m $\quad$ $\underbrace{1{,}520}_{\text{4 x.s.}}\cdot 10^{5}$ kg

$\underbrace{3{,}0}_{\text{2 x.s.}}\cdot 10^{8}$ s

XIFRES SIGNIFICATIVES DE SUMES I MULTIPLICACIONS

- Multipliquem o dividim els nombres tal com apareixen.
- Arrodonim el resultat de manera que tingui el mateix nombre de xifres significatives que el factor de menor nombre de xifres significatives.

$$1{,}2 \cdot 3{,}43 = 4{,}1\cancel{16} \rightarrow 4{,}1$$

$$2{,}24 \cdot 0{,}55 \cdot 176 = 21\cancel{6{,}832} \rightarrow 2{,}2 \cdot 10^2$$

$$18{,}56 : 2{,}50 = 7{,}42\cancel{4} \rightarrow 7{,}42$$

Magnituds escalars i vectorials

Magnituds escalars:

Són aquelles que queden totalment definides indicant el seu valor numèric i la unitat corresponent

Exemples

massa :	El sol té una massa de $2 \cdot 10^{30}$ kg
temps:	El dia terrestre dura 24 h
temperatura:	La temperatura a la superfície del sol és de $5 \cdot 10^{6}$ K

Magnituds vectorials:

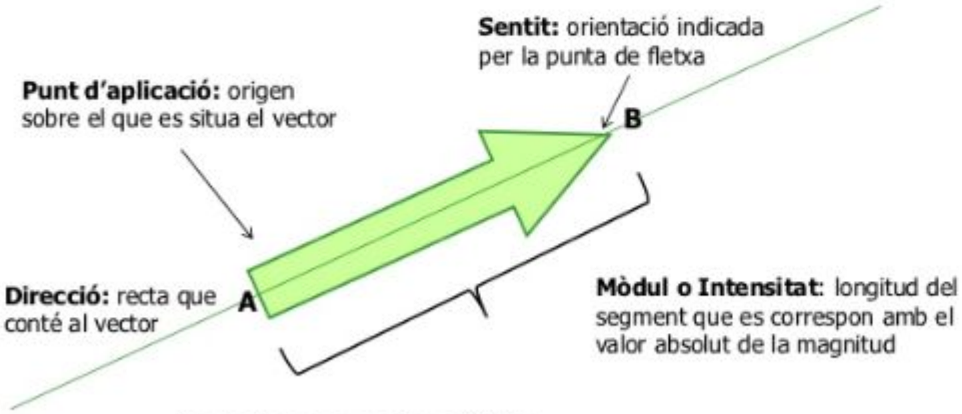
Són aquelles en que per a definir-les a més del seu valor numèric s'ha d'indicar la direcció i el sentit en que actuen

Exemples

velocitat :	L'avió es mou a 800 km/h en direcció Nord-Est
força:	S'aplica una força de 30 N cap a la dreta
acceleració:	La gravetat val 9,81 m/s^2 cap al centre de la terra

Representació d’un vector

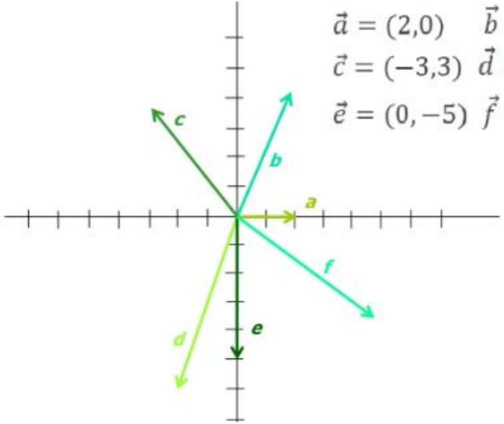
Les magnituds vectorials es representen mitjançant **vectors**



Per designar un vector s’utilitza

- Una lletra minúscula: $\vec{v}$
- Dues lletres indicant l’origen i el final: $\overrightarrow{AB}$

3. COMPONENTS D'UN VECTOR EN EL PLA



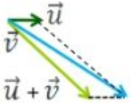
$\vec{a} = (2,0) \quad \vec{b} = (2,4)$

$\vec{c} = (-3,3) \quad \vec{d} = (-2,-6)$

$\vec{e} = (0,-5) \quad \vec{f} = (5,-4)$

4. SUMA, RESTA I PRODUCTE PER UN ESCALAR GRÀFICAMENT

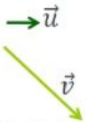
<u>Suma de dos vectors pel mètode del paral·lelogram</u>



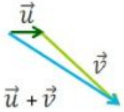
El vector suma és la diagonal del paral·lelogram

4. SUMA, RESTA I PRODUCTE PER UN ESCALAR GRÀFICAMENT

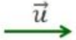
<u>Suma</u>



Sumem de forma gràfica



<u>Producte per un escalar</u>

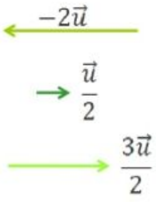


Multipliquem per un escalar

$-2\vec{u}$

$\dfrac{\vec{u}}{2}$

$\dfrac{3\vec{u}}{2}$

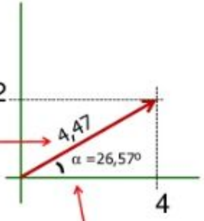


6. MÒDUL D'UN VECTOR

Donat $\vec{v} = (4,2)$ calculem el mòdul i l'argument

$$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4{,}47$$

Mòdul



$$\sin\alpha = \frac{2}{4{,}47} = 0{,}447 \qquad \arcsin(0{,}447) = 26{,}57^{\circ}$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{4{,}47} = 0{,}895 \qquad \arccos(0{,}895) = 26{,}57^{\circ}$$

Argument

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2}{4} = 0{,}5 \qquad \mathrm{arctg}(0{,}5) = 26{,}57^{\circ}$$

7. OPERACIONS AMB LES COMPONENTS D'UN VECTOR

Suma de vectors: Per a sumar dos vectors només cal sumar les seves components

$$\left.\begin{array}{l}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}\\ \vec{b}=4\vec{i}-\vec{j}\end{array}\right\}\ \vec{a}+\vec{b}=(2+4)\vec{i}+(3+(-1))\vec{j}\longrightarrow \boxed{\vec{a}+\vec{b}=6\vec{i}+2\vec{j}}$$

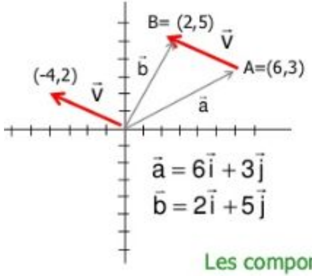
Resta de vectors: Per a restar dos vectors només cal restar les seves components

$$\left.\begin{array}{l}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}\\ \vec{b}=4\vec{i}-\vec{j}\end{array}\right\}\ \vec{a}-\vec{b}=(2-4)\vec{i}+(3-(-1))\vec{j}\longrightarrow \boxed{\vec{a}-\vec{b}=-2\vec{i}+4\vec{j}}$$

$$\vec{b}-\vec{a}=(4-2)\vec{i}+((-1)-3)\vec{j}\longrightarrow \boxed{\vec{b}-\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}}$$

7. OPERACIONS AMB LES COMPONENTS D'UN VECTOR

APLICACIÓ de la resta de vectors: **Càlcul de les components d'un vector s coneixem les coordenades de l'origen i del final**



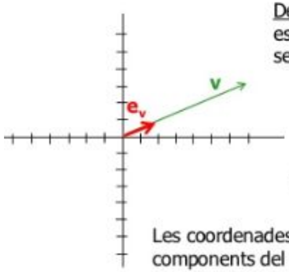
$$\vec{a}=6\vec{i}+3\vec{j}$$
$$\vec{b}=2\vec{i}+5\vec{j}$$

$$\vec{v}=\vec{b}-\vec{a}$$
$$\vec{v}=(2\vec{i}+5\vec{j})-(6\vec{i}+3\vec{j})$$
$$\vec{v}=(2-6)\vec{i}+(5-3)\vec{j}$$
$$\boxed{\vec{v}=-4\vec{i}+2\vec{j}}$$

Les components d'un vector s'obtenen restant a les coordenades del seu <u>extrem</u> les coordenades del seu <u>origen</u>

7. OPERACIONS AMB LES COMPONENTS D'UN VECTOR

APLICACIÓ del producte per un escalar de vectors: **Càlcul del <u>vector unitari</u> e d'un vector qualsevol v**



<u>Definició:</u> el vector unitari **e** d'un vector **v**, es aquell vector que té la mateixa direcció i sentit que **v** però mòdul unitat.

$$\vec{v}=7\vec{i}+3\vec{j} \qquad |\vec{v}|=7{,}61$$

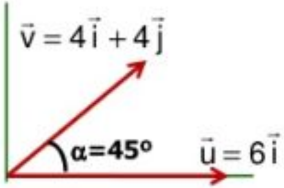
$$\vec{e}_{\vec{v}}=0{,}92\vec{i}+0{,}39\vec{j} \qquad |\vec{e}_{\vec{v}}|=1$$

Les coordenades del vector unitari s'obtenen dividint les components del vector per seu mòdul

$$\vec{e}_{\vec{v}}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \qquad \vec{e}_{\vec{v}}=\frac{(7\vec{i}+3\vec{j})}{7{,}61}=(0{,}92\vec{i}+0{,}39\vec{j})$$

8. PRODUCTE ESCALAR

Podem obtenir el producte escalar de dues formes, obtenint en tots dos casos el mateix resultat. En funció de les dades de les que disposem utilitzarem una forma o l'altra.



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\alpha$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{6^2 + 0^2} = 6$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$$

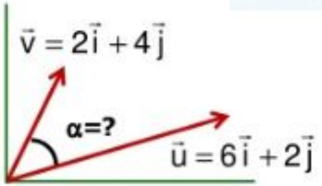
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 \cdot \sqrt{32} \cdot \cos 45 = 24$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \cdot 6 + 4 \cdot 0 = 24$$

8. PRODUCTE ESCALAR

El producte escalar ens permet calcular l'angle que formen entre si dos vectors



$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\alpha = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 20$$

$$\sqrt{40} \cdot \sqrt{20} \cdot \cos\alpha = 20 \rightarrow \cos\alpha = 0{,}707$$

$$\alpha = 45^{\circ}$$

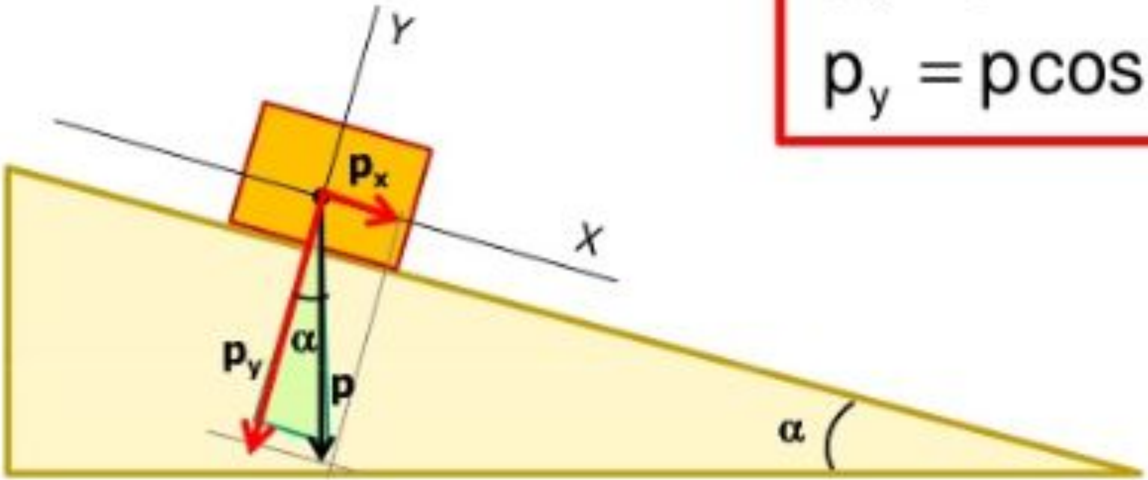
Observa...

$\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$ Angle agut

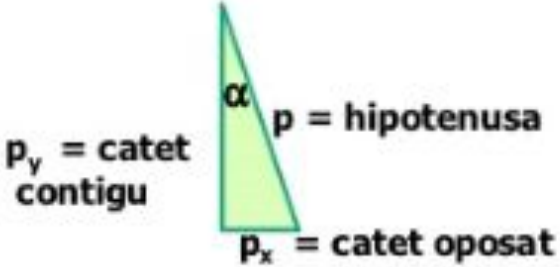
$\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$ Angle obtús

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ Angle recte

APLICACIÓ: DESCOMPOSICIÓ DE FORCES



$$\boxed{\begin{aligned} p_x &= p\sin\alpha \\ p_y &= p\cos\alpha \end{aligned}}$$



$$\sin\alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}} = \frac{p_x}{p}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{catet contigu}}{\text{hipotenusa}} = \frac{p_y}{p}$$

EXACTITUD & PRECISIÓ

Exactitud: grau d'aproximació entre el resultat d'una mesura i el seu valor exacte.

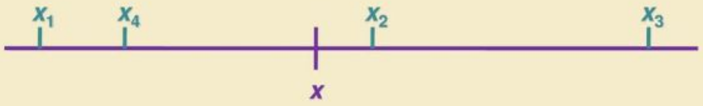
Precisió: grau d'aproximació entre una sèrie de mesures obtingudes de la mateixa manera.

Mètode exacte i precís

Qualsevol resultat obtingut és molt proper al valor exacte.
És el millor mètode.

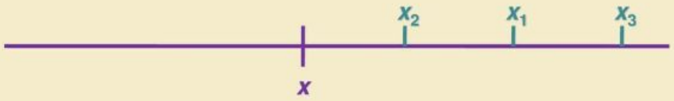
Mètode no exacte i però precís

Els resultats s'agrupen al voltant d'un valor que no és l'exacte.
Probablement hi ha algun error sistemàtic que caldrà corregir.



Mètode exacte però no precís

Els resultats obtinguts s'agrupen al voltant del valor exacte però poden ser molt allunyats entre ells.
No podem dur a terme un únic mesurament.



Mètode ni exacte ni precís

Els resultats no són propers al valor exacte ni s'agrupen al seu voltant.
No és un mètode de mesura adequat.

FONTS D’ ERRORS :error de mesura i instrumental

Error de mesura: es comet casualment i no pot ser controlat .Es minimitza incrementant el nombre de mesures. Es coneix també com aleatori o accidental.
Exemple: un corrent d’aire que provoca el moviment del plat de la balança .
De vegades provoca desviacions per excés i altres per defecte.

Error instrumental: es deu a un error en l’aparell de mesura o a un mal ús per part de l’operari. Sempre produeix errors per excés o bé per defecte. Es minimitza utilitzant aparells més precisos o canviant-lo per altre que no cometi errors.
Exemple:error zero en una balança.

TIPUS D'ERRORS:error absolut i error relatiu

L'**error absolut** d'una mesura és la diferència, en valor absolut, entre el valor aproximat obtingut en el mesurament i el valor vertader o exacte de la mesura.

$$\boxed{e_a = |a - x|}$$

e_a = error absolut
a = valor aproximat obtingut en el mesurament
x = valor vertader o exacte de la mesura

Exemple:

Calcula l'error absolut comès si en pesar 10,2537 g d'una substància obtenim un valor de 10,21 g.

$$e_a = |a - x| = |10{,}21 - 10{,}2537| = 0{,}0437 \text{ g}$$

$$\boxed{e_a = 0{,}0437 \text{ g}}$$

L'**error relatiu** d'una mesura és el quocient entre l'error absolut i el valor vertader o exacte de la mesura.

$$\boxed{e_r = \frac{e_a}{x}}$$

e_r = error relatiu
e_a = error absolut
x = valor vertader o exacte de la mesura

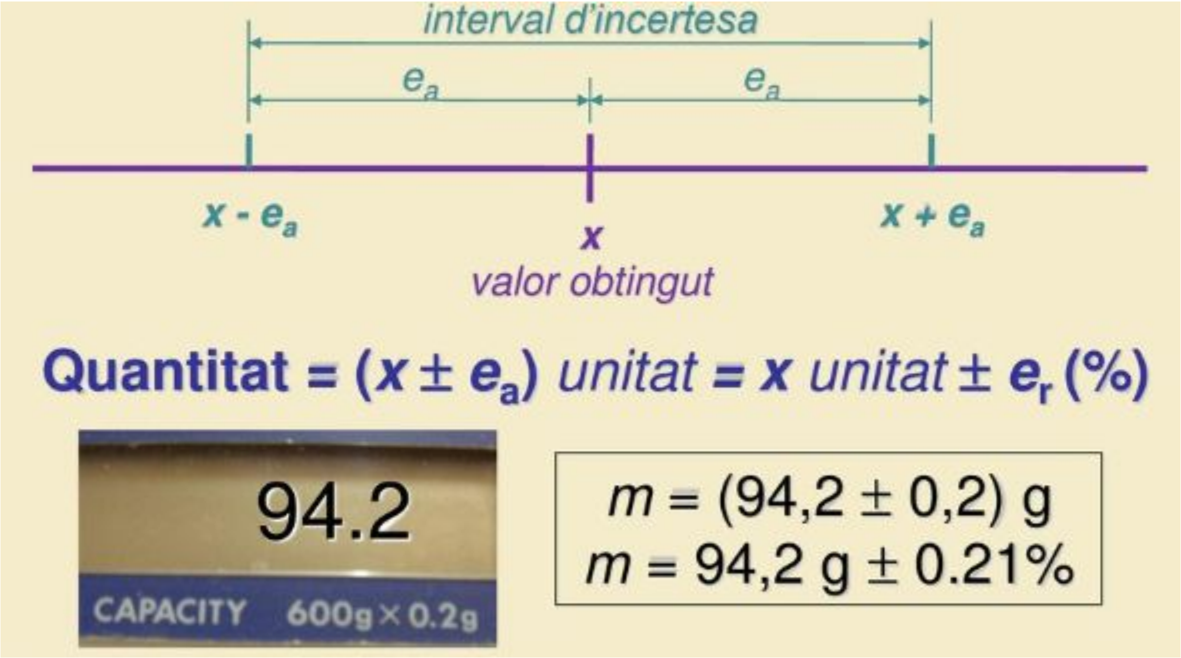
Exemple:

Calcula l'error relatiu sin en pesar 10,2537 g d'una substància hem comès un error absolut de 0,0437 g.

$$e_r = \frac{e_a}{x} = \frac{0{,}0437}{10{,}2537} = 0{,}00426 = 0{,}426\,\%$$

$$\boxed{e_r = 0{,}00426 = 0{,}426\,\%}$$

EXPRESSIÓ D’UNA MESURA EXPERIMENTAL



Per **anular l'error del procés de mesura**, com és impossible realitzar un nombre indefinit de mesures, fixarem un nombre de mesures màxim (n) i seguirem el següent procés:

1. *Efectuarem una sèrie de n mesures que siguin el màxim de semblants possible* (si algun valor supera molt la mitjana tornarem a repetir la mesura) i *ordenarem els valors obtinguts del més petit fins al més gran*.

$$\mathbf{m_1, \ldots m_n}$$

2. *Calcularem la mitjana aritmètica de les mesures* [resultat de la suma de totes les mesures dividit per la quantitat de mesures que s'han efectuat]

$$\vec{m} = \frac{\sum m_i}{n}$$

3. *Calcularem l'error particular del valor de mesura més petit i l'error particular de mesura del més gran* [restem a cada valor la mitjana aritmètica i agafem el valor absolut]

$$e_i = | m_i - \vec{m} |$$

4. *Prenem com a error absolut de mesura el valor màxim del errors particulars obtinguts en el punt anterior.*

$$e_a = \max \{e_i\}$$

5. *Calculem l'error relatiu* (error en tant percent). $$e_r = \frac{e_a}{\vec{m}} \cdot 100$$

6. El <u>resultat</u> de la mesura serà $(\vec{m} \pm e_a)$ **(unitat)** o bé $\vec{m}$ **(unitat)** $\pm\, e_r$.||

EXEMPLE:

S'ha mesurat l' interval de temps t que tarda una bola a recórrer un pla inclinat. El cronòmetre utilitzat té un error instrumental de 0'01s, i s'han efectuat 10 mesuraments, tot obtenint els següents valors en segons: 3'43 ; 3'51 ; 3'45 ; 3'47 ; 3'44 ; 3'43 ; 3'42 ; 3'44 ; 3'46 ; 3'47. Quin és l'error absolut i l'error relatiu de la mesura ? Quin és el resultat de la mesura?

1. *Ordenem els valors obtinguts del més petit fins al més gran i calculem la mitjana aritmètica de les mesures:*

$$t = \frac{(3'42 + 3'43 + 3'44 + 3'44 + 3'45 + 3'46 + 3'47 + 3'47 + 3'51)}{10} = 3'45\text{s}$$

2. *Calculem l'error particular de la mesura més petita i de la més gran:*

$e_1 =$ 3'42 - 3'45 = 0'03s

e_{10} = 3'51 - 3'45 = 0'06s

L'**error absolut** és el valor més gran dels anteriors:

$e_a = \max \{e_i\}$ = 0'06s

L'**error relatiu** és:

$$e_r = \frac{e_a}{t} \cdot 100 = \frac{0'06}{3'45} \cdot 100 = 1'7\%$$

El **resultat de la mesura** amb el seu error serà:

t = (3'45 ± 0'06) s o bé t = 3'45s ± 1'7%