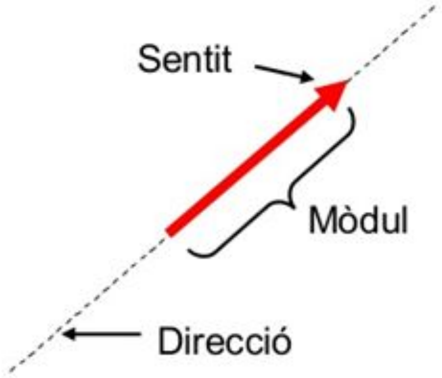
Elements dels vectors força

Una força és una magnitud vectorial. La seva unitat en el SI és el **Newton (N)**



Dinamòmetre, aparell per mesurar forces

- Mòdul o intensitat és la longitud del vector.
- Direcció és la recta que conté el vector. Indica la seva inclinació.
- Sentit, indicat per la fletxa.
- Punt d'aplicació, punt on comença el vector

Suma de forces concurrents amb la mateixa direcció (4t)

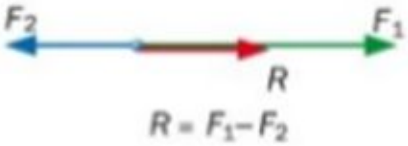
Forces concurrents són aquelles les direccions de les quals es tallen en algun punt.

Mateixa direcció i sentit

El mòdul és la suma dels mòduls

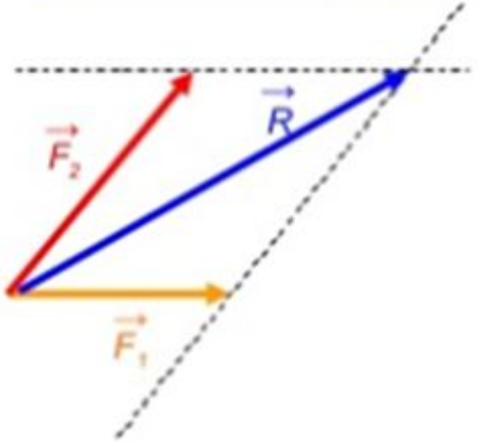
Mateixa direcció i sentits oposats

El mòdul és la diferència dels mòduls

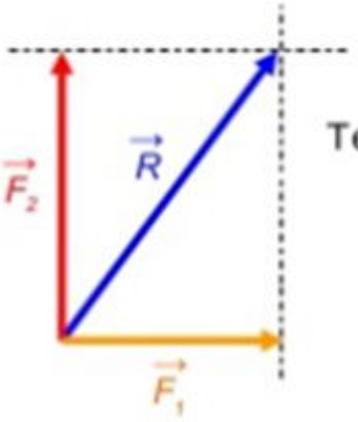


Suma de forces concurrents amb diferent direcció (4t)

2 forces: **Regla del paral·lelogram**



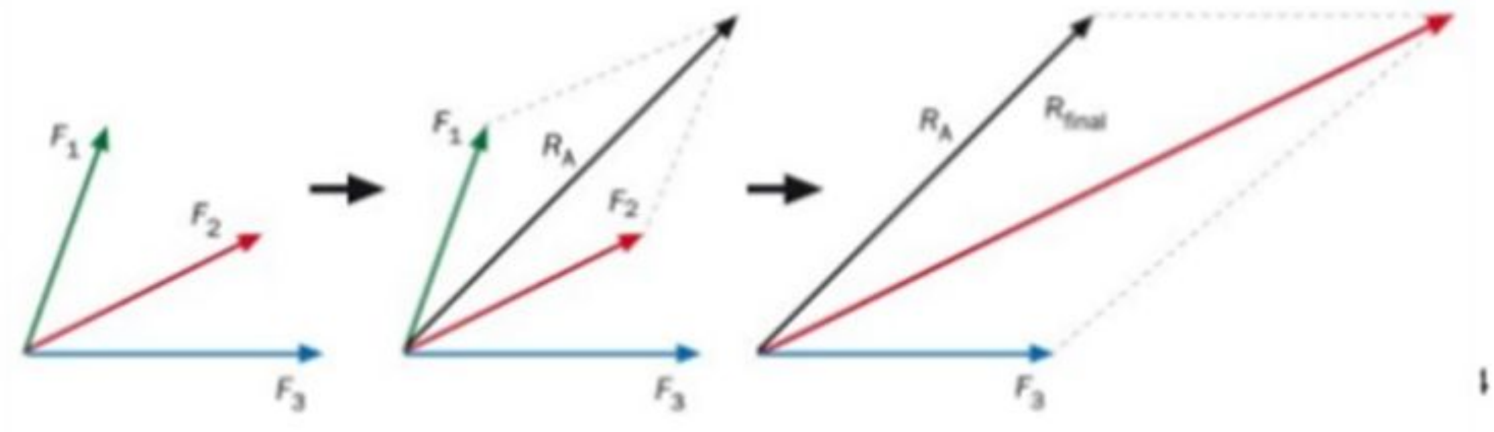
Si són perpendiculars



Teorema de Pitàgores

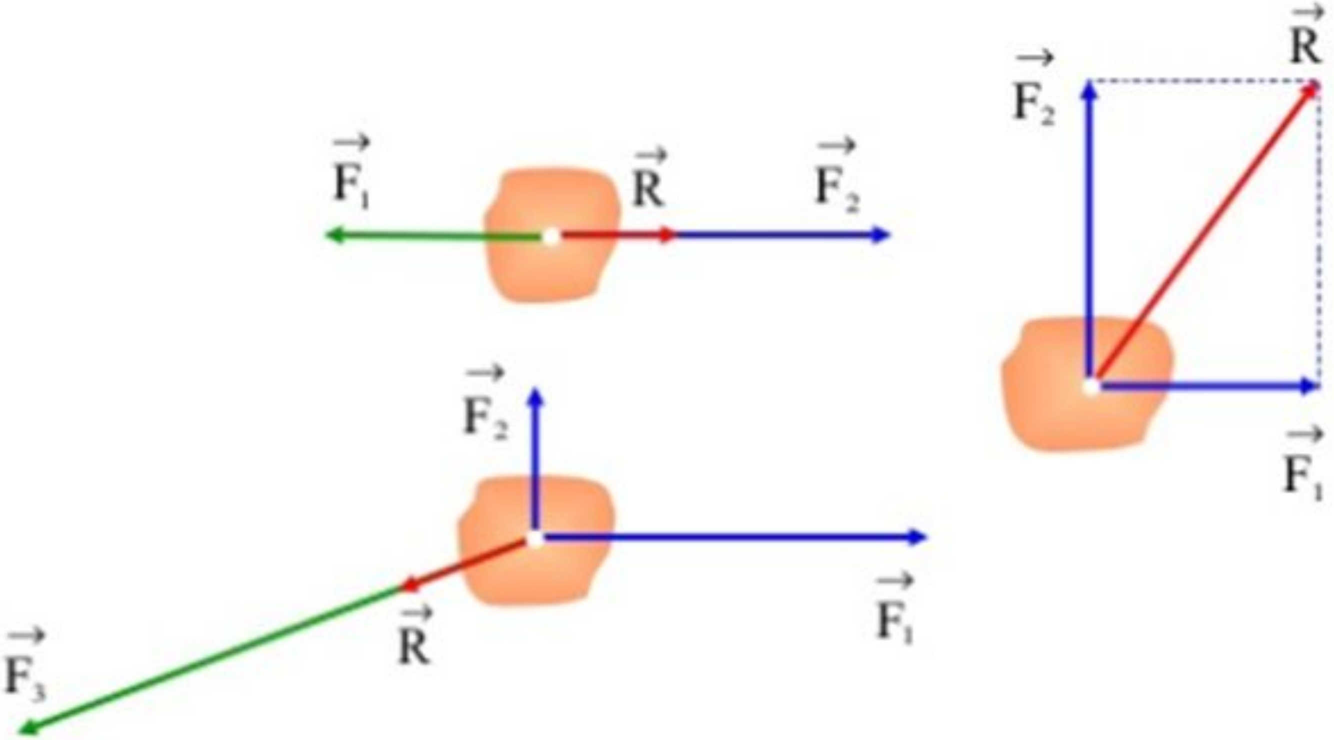
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Més de 2 forces:



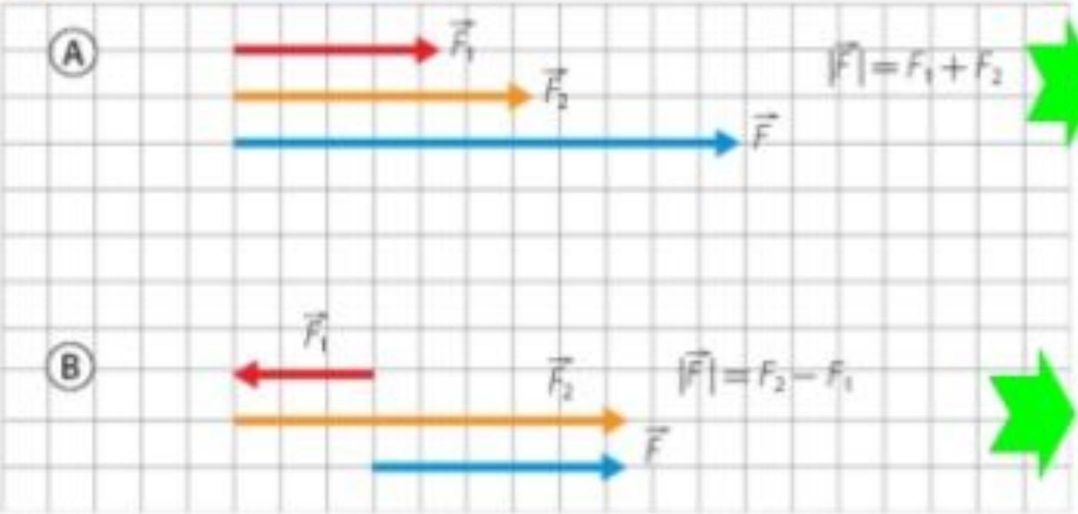
Força neta o resultant d'un sistema de forces

Composició de forces



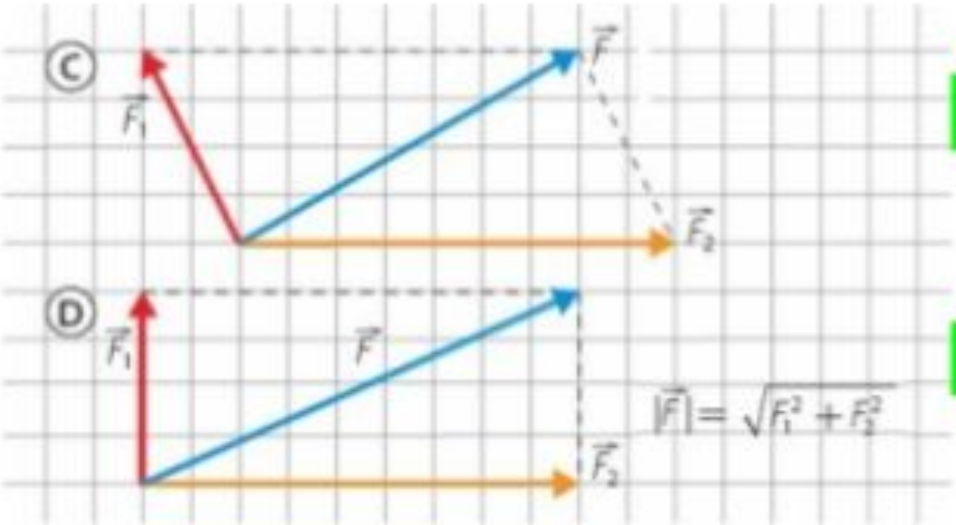
En general: $\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \ldots$

Força neta o resultant d’un sistema de forces



El mòdul de la resultant és la suma dels mòduls de les dues forces.

El seu sentit és el de la força més intensa i el seu mòdul és la diferència de mòduls.

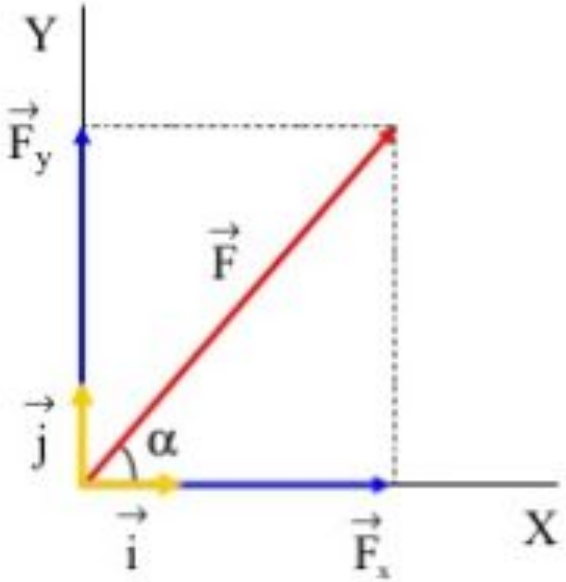


El mòdul, direcció i sentit de la força resultant queden determinats gràficament a partir de la regla del paral·lelogram. Numèricament: cal descomposar els vectors en les seves components

El mòdul de la força resultant es pot calcular gràficament mitjançant la regla del paral·lelogram i numèricament per mitjà del teorema de Pitàgores.

Descomposició de forces (batx)

Coordenades cartesianes: components d'una força



- Es pot escriure el vector $\vec{F}$ com a suma de dos vectors dirigits sobre els eixos X i Y
- $\vec{F}$ Es pot expressar de 2 formes:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$
$$\vec{F} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j}$$

- Cada component :

$$F_x = F\cos\alpha \quad ; \quad F_y = F\sin\alpha$$

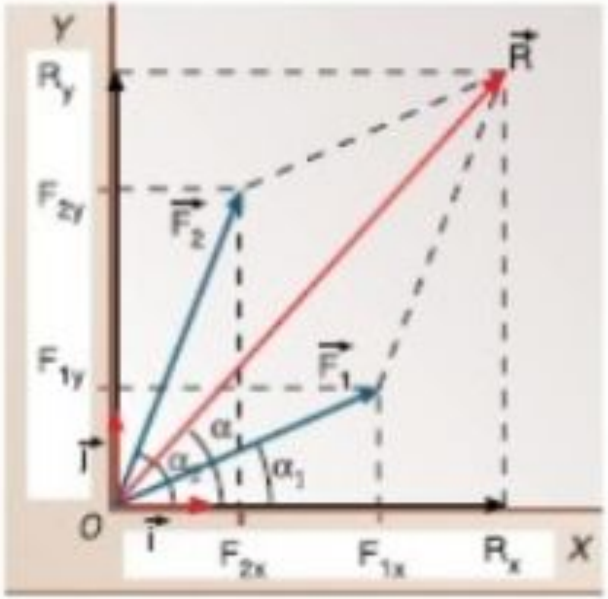
- El mòdul del vector $\vec{F}$:

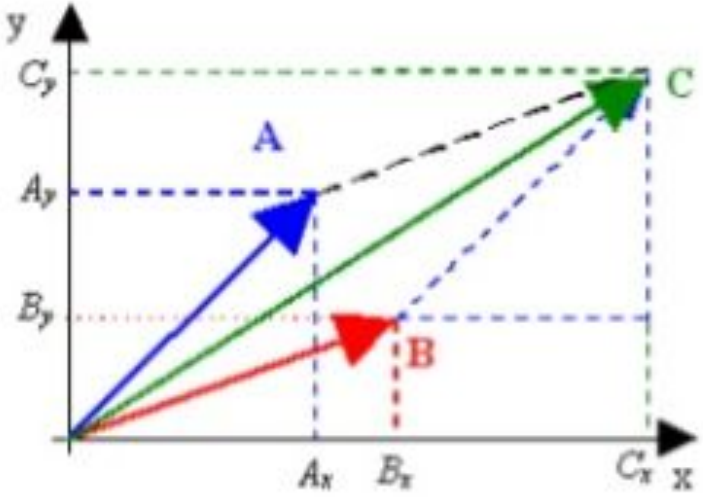
$$|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Suma de forces mitjançant components

- La suma de dues forces:

$$\begin{array}{l} \vec{F}_1 = F_{1x}\ \vec{i} + F_{1y}\ \vec{j} \\ \vec{F}_2 = F_{2x}\ \vec{i} + F_{2y}\ \vec{j} \\ \hline \boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F_{1x} + F_{2x})\ \vec{i} + (F_{1y} + F_{2y})\ \vec{j}} \end{array}$$



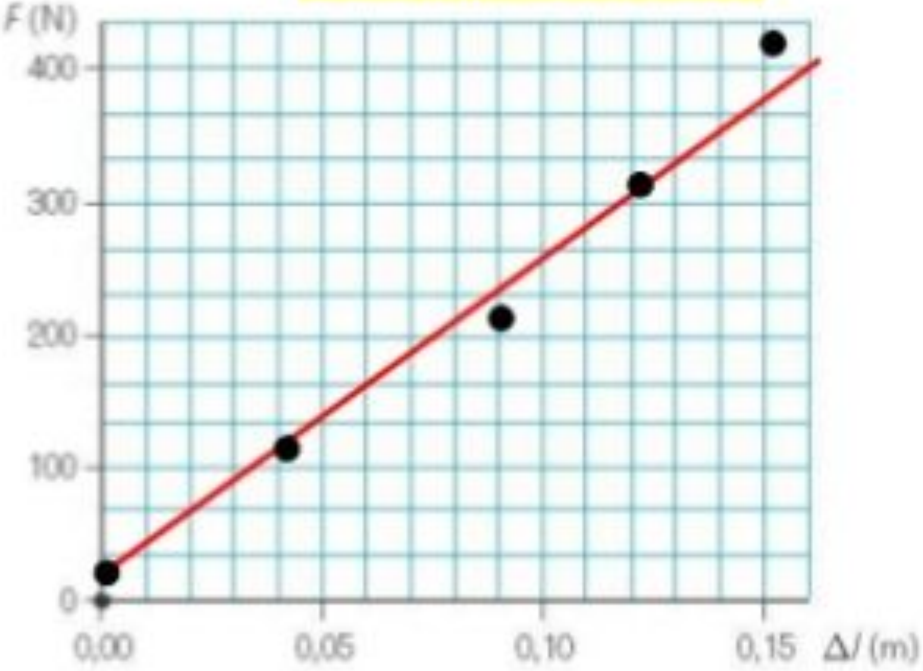


Llei de Hooke

La **llei de Hooke** diu que quan s' aplica una força a una molla, li provoca una deformació directament proporcional al valor d'aquesta força.

L'allargament de les molles és proporcional al pes que hi pengem.

$$F = k \cdot \Delta l = k \cdot (l - l_o)$$



La primera llei de Newton o llei d'inèrcia

Si sobre un cos no actua cap força o la resultant de les forces que hi actuen és zero, el cos resta indefinidament en el seu estat de repòs o de moviment rectilini i uniforme se s'estava movent.

Quan el cotxe arrenca, et quedes enganxa't en el seient, ja que tendeixes a seguir en repòs.

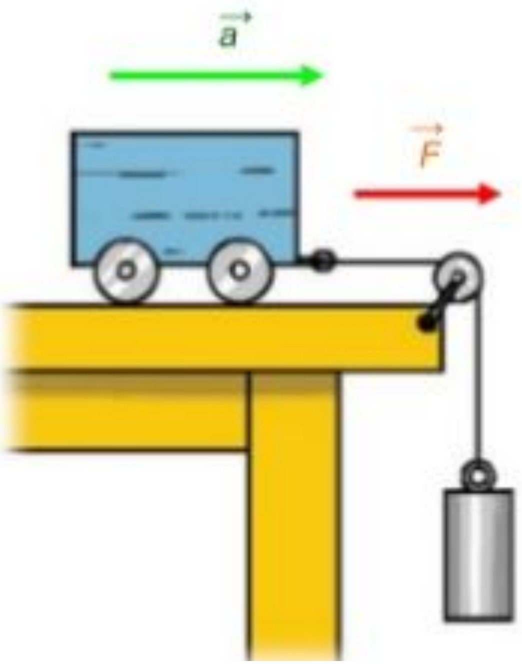
Quan el cotxe frena, et desplaces cap a davant, ja que tendeixes a estar en moviment.

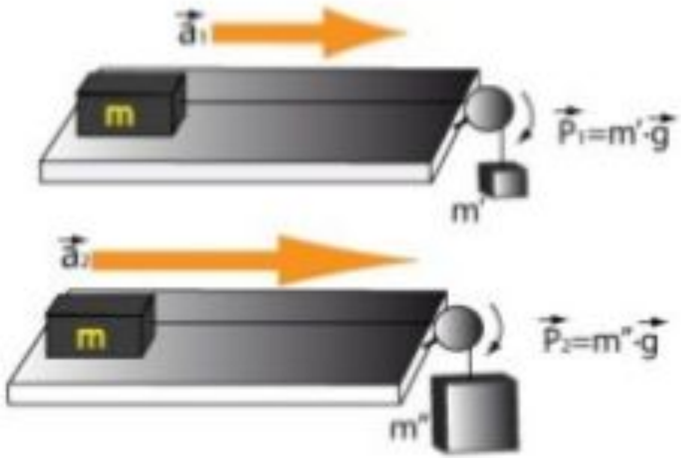
La segona llei de Newton

Quan sobre un cos actua una força resultant no nul·la, el cos adquireix una acceleració d'igual direcció i sentit que la força aplicada.
L'acceleració adquirida és proporcional a la força neta i la constant de proporcionalitat és la massa del cos.

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$F_R = m \cdot a$$

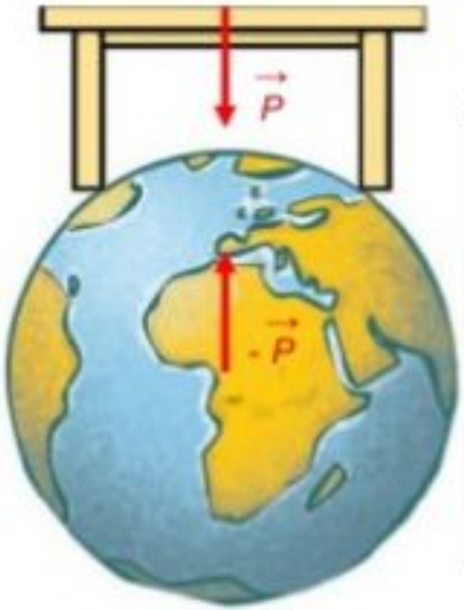




Tercera llei de Newton. Principi d'acció i reacció

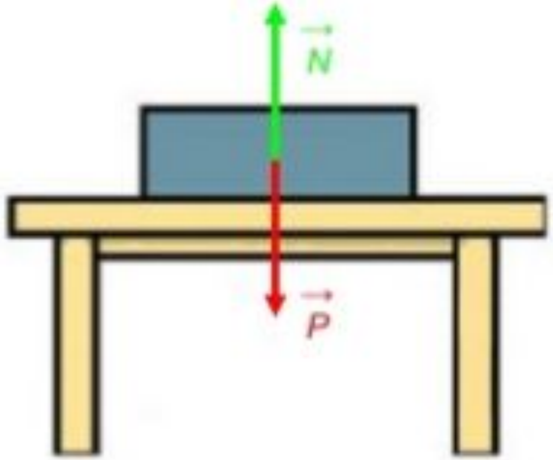
Quan un cos A exerceix una força sobre un altre cos B, el cos B exerceix sobre el cos A una força oposada, és a dir, d'igual mòdul i direcció però de sentit contrari.

No s'anul·len perquè actuen sobre cossos diferents



El pes (P) d'un cos és la força amb que la Terra l'atrau. Quan un cos cau per acció del seu propi pes, es mou amb l'acceleració de la gravetat, $a = g = 9{,}8\ m/s^2$. Tenint en compte el principi fonamental de la dinàmica:

$$F = m \cdot a \rightarrow P = m \cdot g$$

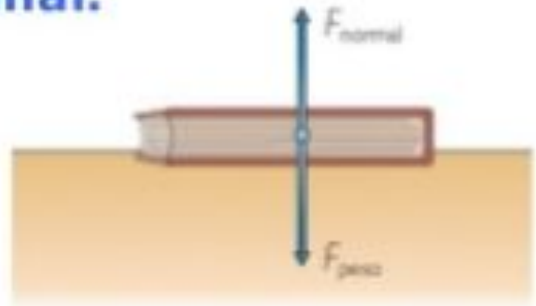


S'anomena **força normal (*N*)** a la força de reacció d'un pla sobre un cos que està sobre d'ell. És una força perpendicular al pla i de sentit oposat al de la superfície.

La força normal.

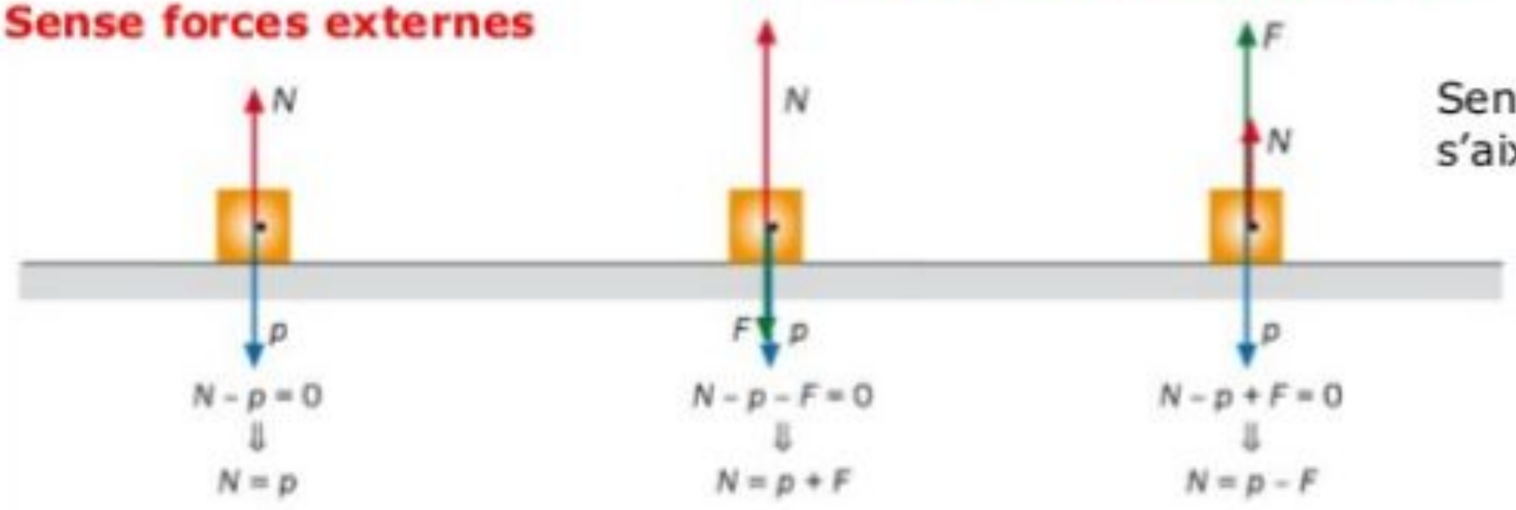
Cossos sobre una superfície horitzontal

Quan un cos està damunt d'una superfície, fa una força sobre ella a conseqüència del pes. Per la 3ª llei de Newton, la superfície fa una força igual però de sentit contrari sobre el cos, que anomenem **força normal.**



Amb forces externes verticals

Sense forces externes

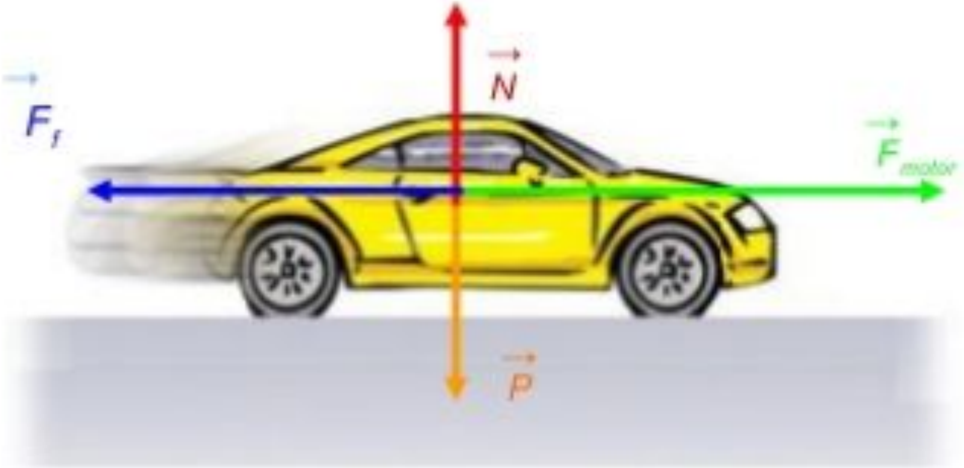


Sense que s'aixequi

Força de fregament

El fregament és una força que sempre s'oposa al moviment

$$F_f = \mu_c \cdot N$$



$$F_{motor} - F_f = m \cdot a$$

Algunos coeficientes de rozamiento	
Sustancia	μ
Acero-acero	0,15
Acero-hielo	0,03
Metal-madera	0,3
Madera-madera	0,5
Piedra-madera	0,4
Madera-tierra seca	0,7
Rueda-asfalto seco	0,7
Rueda-asfalto húmedo	0,4

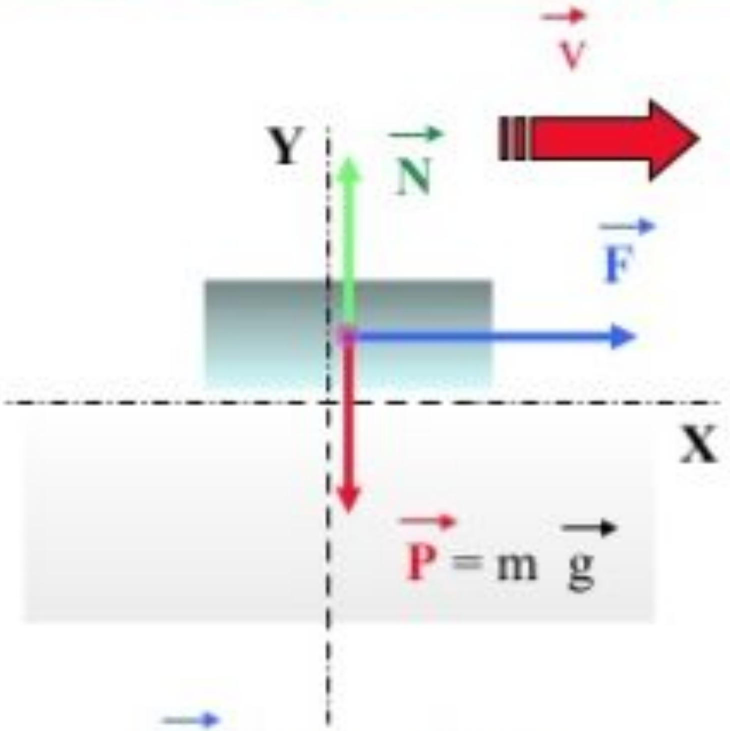
Resolució de problemes

- Esquema de les forces que actuen.
- Descomposició de les forces en la direcció **x** (tangencial -la del moviment) i en la direcció **y** (normal o perpendicular).
- Suma de forces en la direcció normal: Càlcul de la Normal.
- Càlcul de la Força de fregament (sempre en contra del sentit del moviment).
- Segona llei de Newton en el sentit del moviment, tenint com a sentit positiu aquell en el qual en mòbil començarà a moure's.
- Càlcul de l'acceleració.
- Amb l'acceleració (constant) puc calcular la posició, velocitat,energia mecànica, potencial i cinètica en qualsevol moment o en qualsevol punt.

La força normal-1

Cossos sobre una superfície horitzontal

Amb forces externes horitzontals



$\vec{F}$: força aplicada

- Forces en la direcció de l'eix Y

$$N - P = 0 \Rightarrow N = m\,g$$

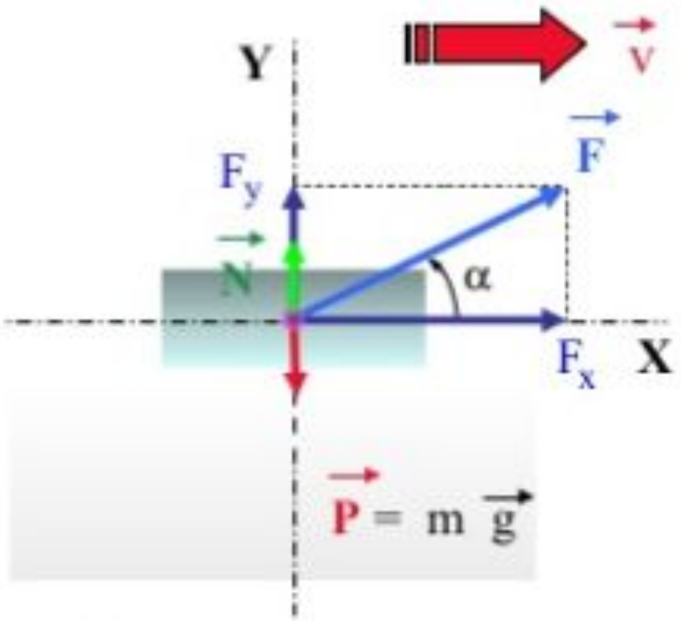
- Forces en la direcció de l'eix X $\quad F = m\,a$

El cos adquireix un MRUA d'acceleració $\quad a = \frac{F}{m}$

La força normal-2

Cossos sobre una superfície horitzontal

Amb forces externes



$$\begin{cases} F_x = F\cos\alpha \\ F_y = F\sin\alpha \end{cases}$$

$\vec{F}$: força aplicada

- Forces en la direcció de l'eix Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N + F_y - P = 0$$

$$N = P - F_y$$

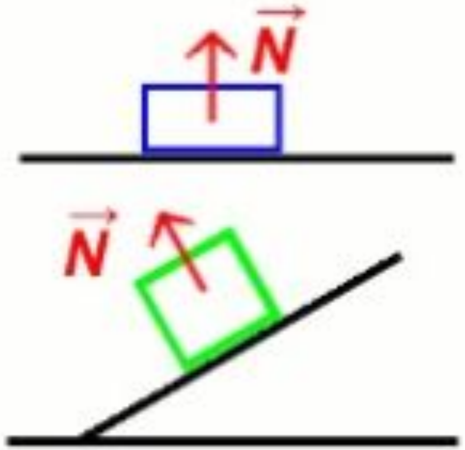
- Forces en la direcció de l'eix X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F_x = m\,a_x$$

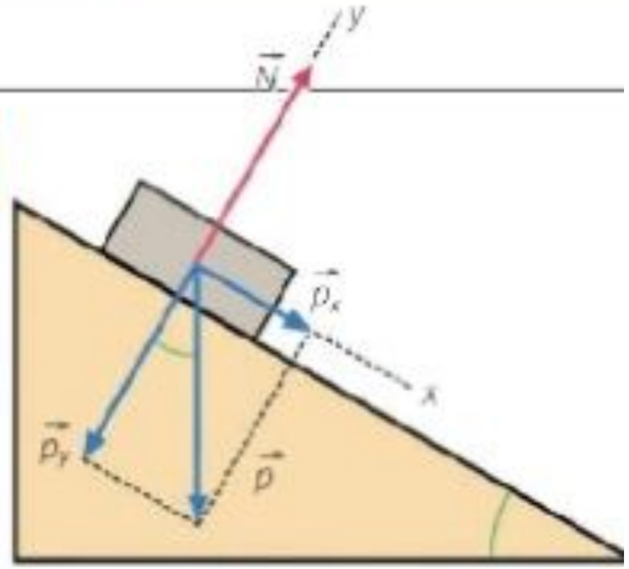
$$a_x = \frac{F}{m}$$

La força normal-3

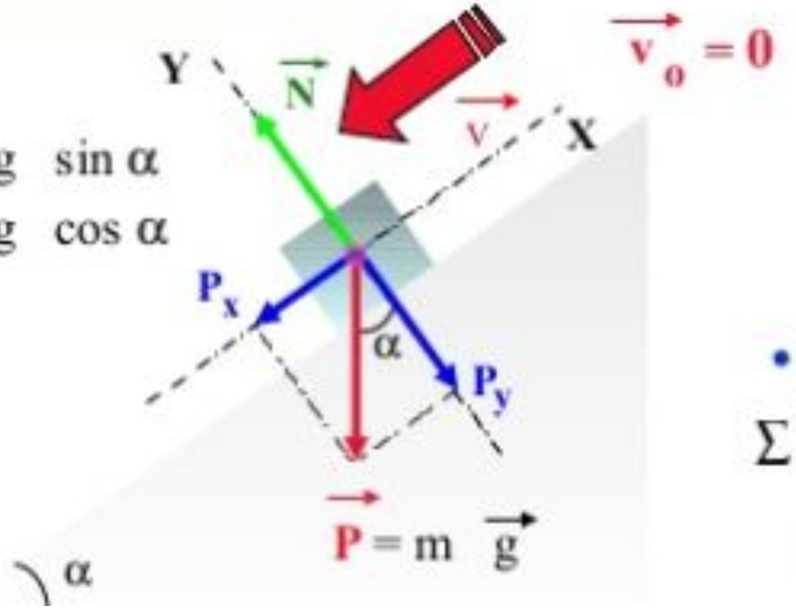
Cossos sobre una superfície inclinada



Sense forces externes



$$\begin{cases} P_x = mg \ \sin\alpha \\ P_y = mg \ \cos\alpha \end{cases}$$



- Forces en la direcció de l'eix Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \;\Rightarrow\; N - P_y = 0$$

$$\boxed{N = P_y}$$

- Forces en la direcció de l'eix X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \;\Rightarrow\; P_x = m\,a_x$$

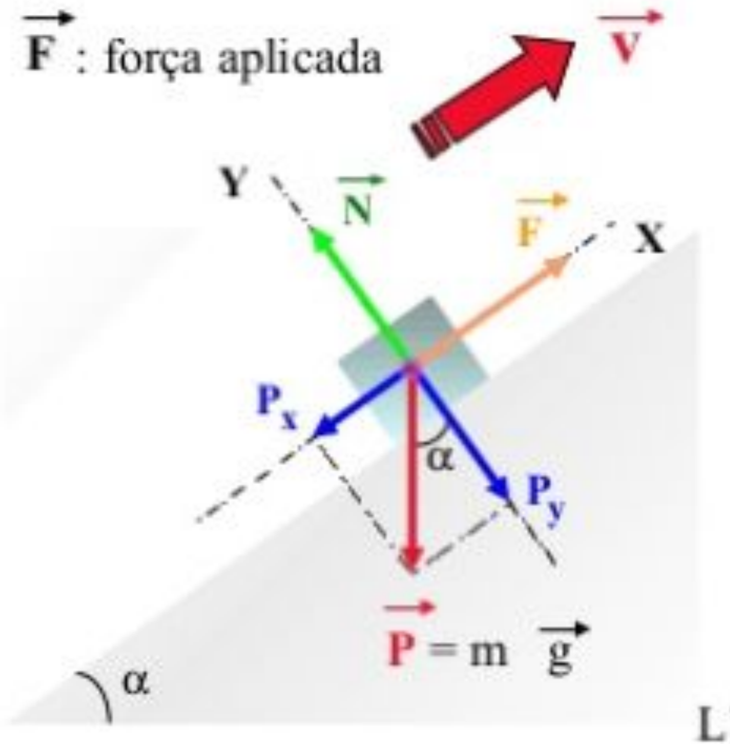
$$mg \sin\alpha = m\,a_x \qquad \boxed{a_x = g \sin\alpha}$$

La força normal-4

Cossos sobre una superfície inclinada

Amb forces externes

$\vec{F}$: força aplicada



$$\begin{cases} P_x = mg \ \sin\alpha \\ P_y = mg \ \cos\alpha \end{cases}$$

Per a que el cos pugi, $F > P_x$

- Forces en la direcció de l'eix Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y$$

- Forces en la direcció de l'eix X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F - P_x = m\,a_x$$

$$F - mg\sin\alpha = m\,a_x$$

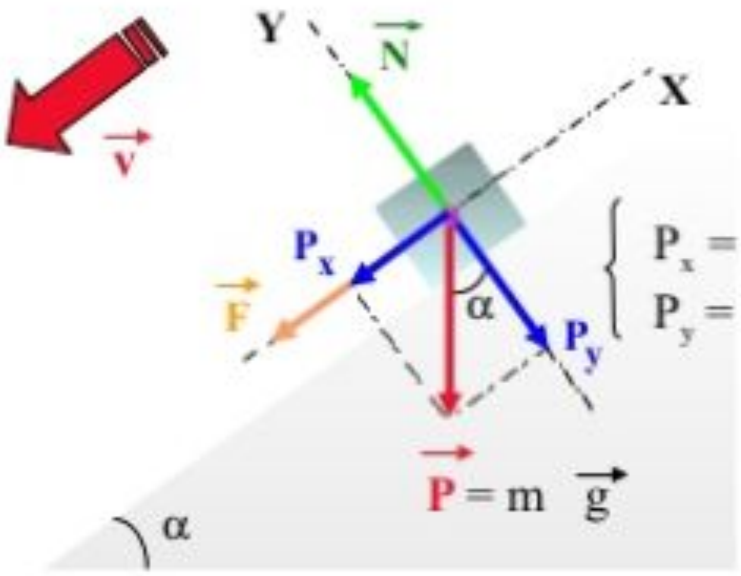
L'acceleració del cos serà: $$a_x = \frac{1}{m}(F - m\,g\,\sin\alpha)$$

La força normal-5

Cossos sobre una superfície inclinada

Amb forces externes

$\vec{F}$: força aplicada



$$\begin{cases} P_x = mg \ \sin\alpha \\ P_y = mg \ \cos\alpha \end{cases}$$

- Forces en la direcció de l'eix Y

$$\Sigma f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y$$

- Forces en la direcció de l'eix X

$$\Sigma f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F + P_x = m\,a_x$$

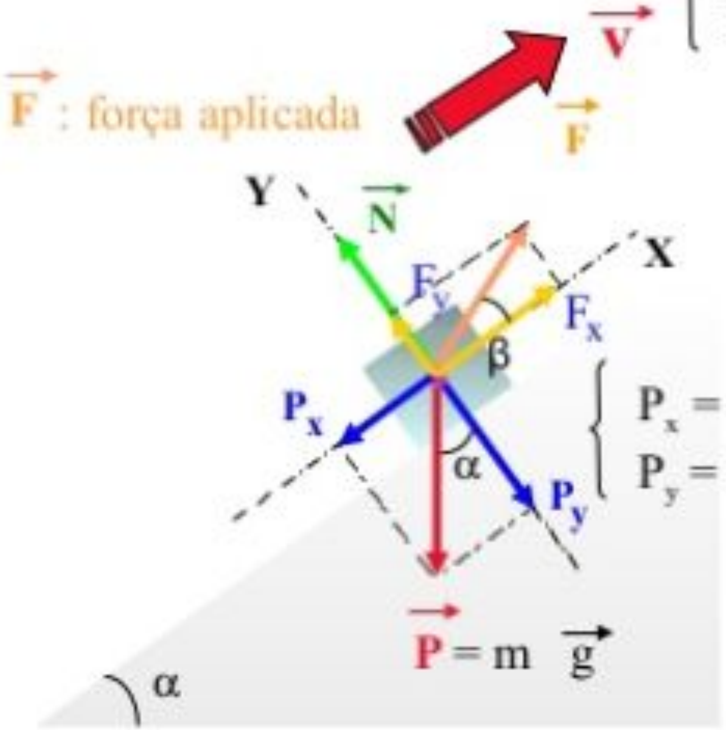
$$F + mg\sin\alpha = m\,a_x$$

$$a_x = \frac{1}{m}(F + m\,g\,\sin\alpha)$$

La força normal-6

Cossos sobre una superfície inclinada

Amb forces externes



$$\begin{cases} F_x = F\ \cos\beta \\ F_y = F\ \sin\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_x = mg\ \ \sin\alpha \\ P_y = mg\ \ \cos\alpha \end{cases}$$

- Forces en la direcció de l'eix Y

$$\Sigma f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N + F_y - P_y = 0 \Rightarrow$$

$$N = P_y - F_y = mg\cos\alpha - F\sin\beta$$

- Forces en la direcció de l'eix X

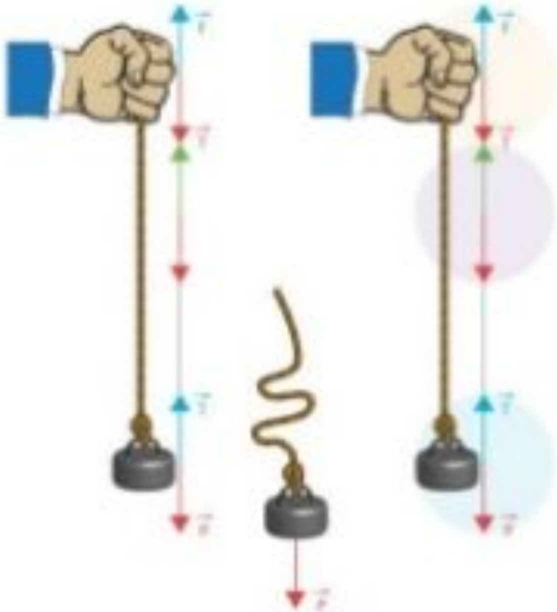
$$\Sigma f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F_x - P_x = m\,a_x$$

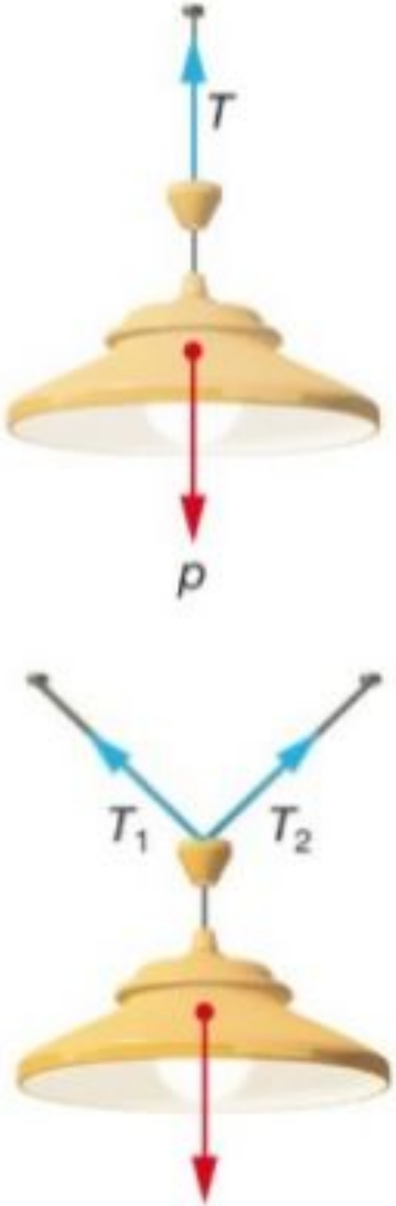
$$F\cos\beta - mg\sin\alpha = m\,a_x$$

$$a_x = \frac{1}{m}(F\cos\beta - m\,g\,\sin\alpha)$$

La tensió

Força que experimenten les cordes quan s'estiren en aplicar una força, com per exemple un pes.



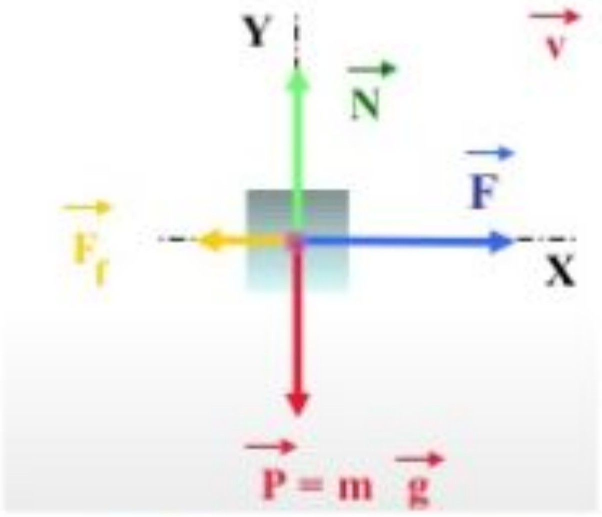


Força de fregament-1

- Coeficient de fregament cinètic

$$\mu_c \leq \mu_{e,\,max}$$

El coeficient de fregament estàtic és sempre més gran que el dinàmic.



$\vec{F}$: força aplicada

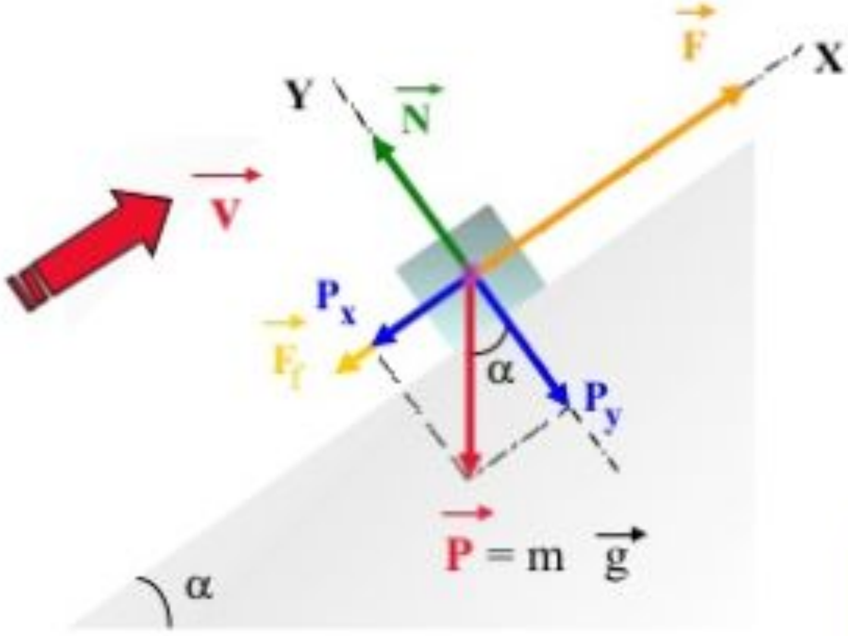
- Forces en la direcció de l'eix Y

$$N - P = 0 \Rightarrow \boxed{N = P = m\,g}$$

- Forces en la direcció de l'eix X

$$\left.\begin{array}{l} F - F_f = m\,a \\ F_f = \mu\,N \end{array}\right\} \Rightarrow F - \mu\,N = m\,a_x$$

$$\boxed{a = \frac{1}{m}\,(F - \mu \cdot m\,g)}$$



$\vec{F}$: força aplicada

- Forces en la direcció de l'eix Y

$$N - P_y = 0 \Rightarrow \boxed{N = P_y = m\, g \cos \alpha}$$

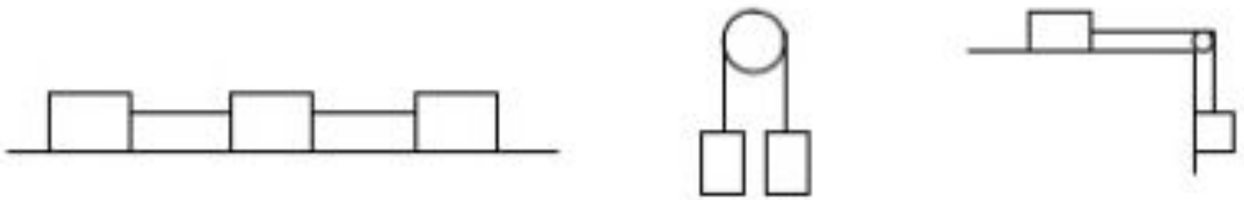
- Forces en la direcció de l'eix X

$$\left.\begin{aligned} F - P_x - F_f &= m\, a_x \\ F_f &= \mu m\, g \cos \alpha \end{aligned}\right\}$$

$$F - P_x - \mu m\, g \cos \alpha = m\, a$$

$$\boxed{a = \frac{1}{m}\left(F - mg \sin \alpha - \mu\, mg \cos \alpha \right)}$$

Cossos units



Cal seguir els següents passos:

1-Elegir un sentit lògic del moviment. Si al final l'acceleració obtinguda és negativa, significa que el sentit correcte és el contrari i caldrà fer de nou els càlculs.

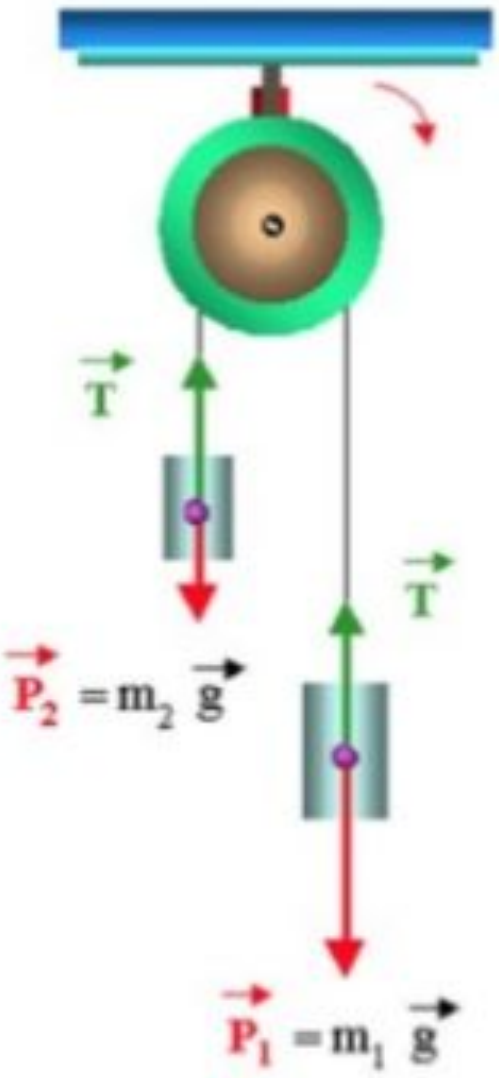
2-Dibuixar totes les forces i descomposar les que no siguin ni paral·leles ni perpendiculars al desplaçament del cos. Despreciar les politges en els càlculs.

3-Considerem positives les forces que van a favor del moviment i negatives les que van en contra.

4-Si hi ha varis cossos units, cal plantejar la segona llei de Newton per cada cos per separat, posant per cada cos una equació on només hi hagi les forces directament implicades sobre el cos i que coincideixin amb la direcció amb que es mou el cos.

5-El sistema d'equacions obtingut es resolt fàcilment sumant totes les equacions

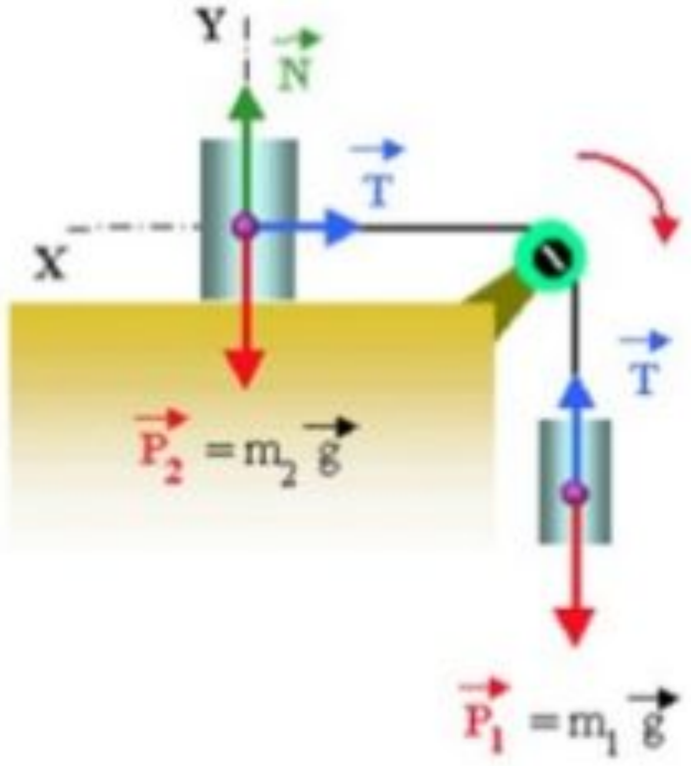
Cossos units-1: Màquina d'Atwood



Cos 1:	$p_1 - T = m_1\,a$
Cos 2:	$T - p_2 = m_2 a$
Suma:	$p_1 - p_2 = (m_1 + m_2)\,a$

$$a = \frac{m_1\,g - m_2\,g}{m_1 + m_2}\ ;\ a = \frac{(m_1 - m_2)\,g}{m_1 + m_2}$$

Cossos units-2.



Cos 1:

$$\sum f_{iy} = m_1\, a \;\Rightarrow\; m_1\, g - T = m_1\, a$$

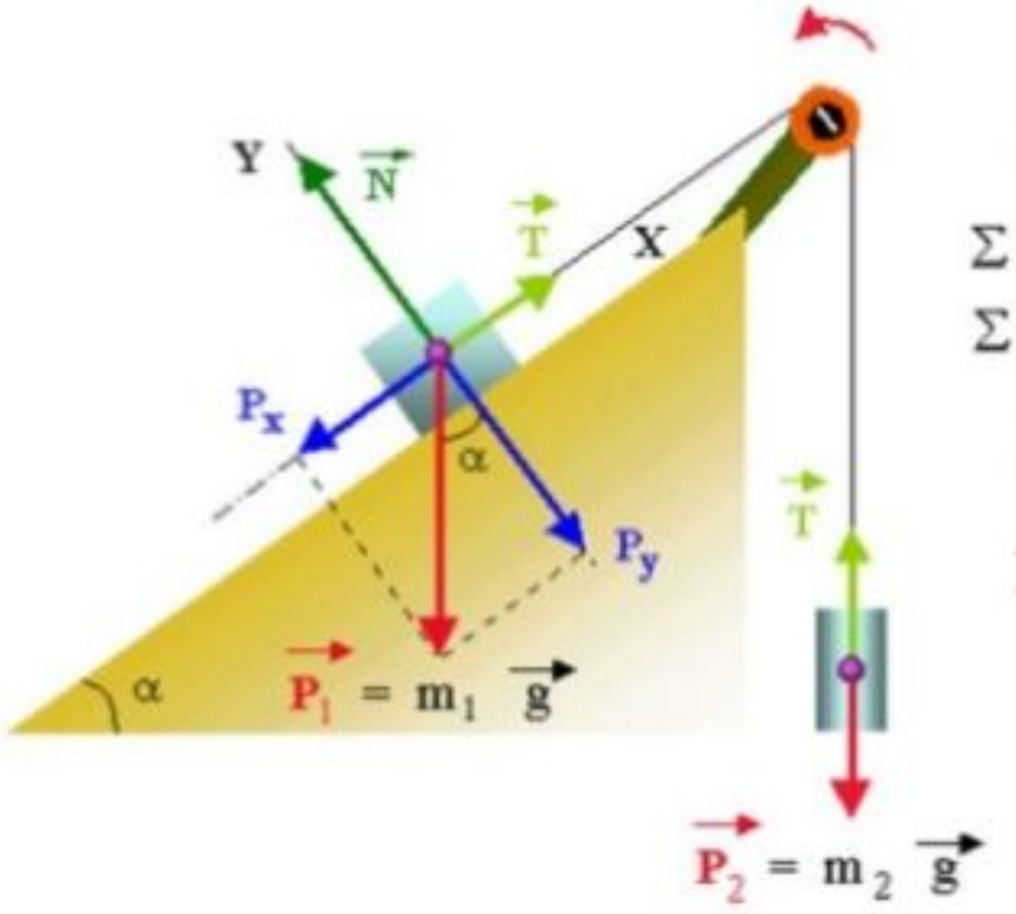
Cos 2:

$$\sum f_{ix} = m_2\, a_x \;\Rightarrow\; T = m_2\, a$$

$$\sum f_{iy} = 0 \;\Rightarrow\; N = m_2\, g$$

$$a = \frac{m_2\, g}{m_1 + m_2}$$

Cossos units-3.



Cos 1:

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow m_1\,g\,\text{sen}\,\alpha - T = m_1\,a$$

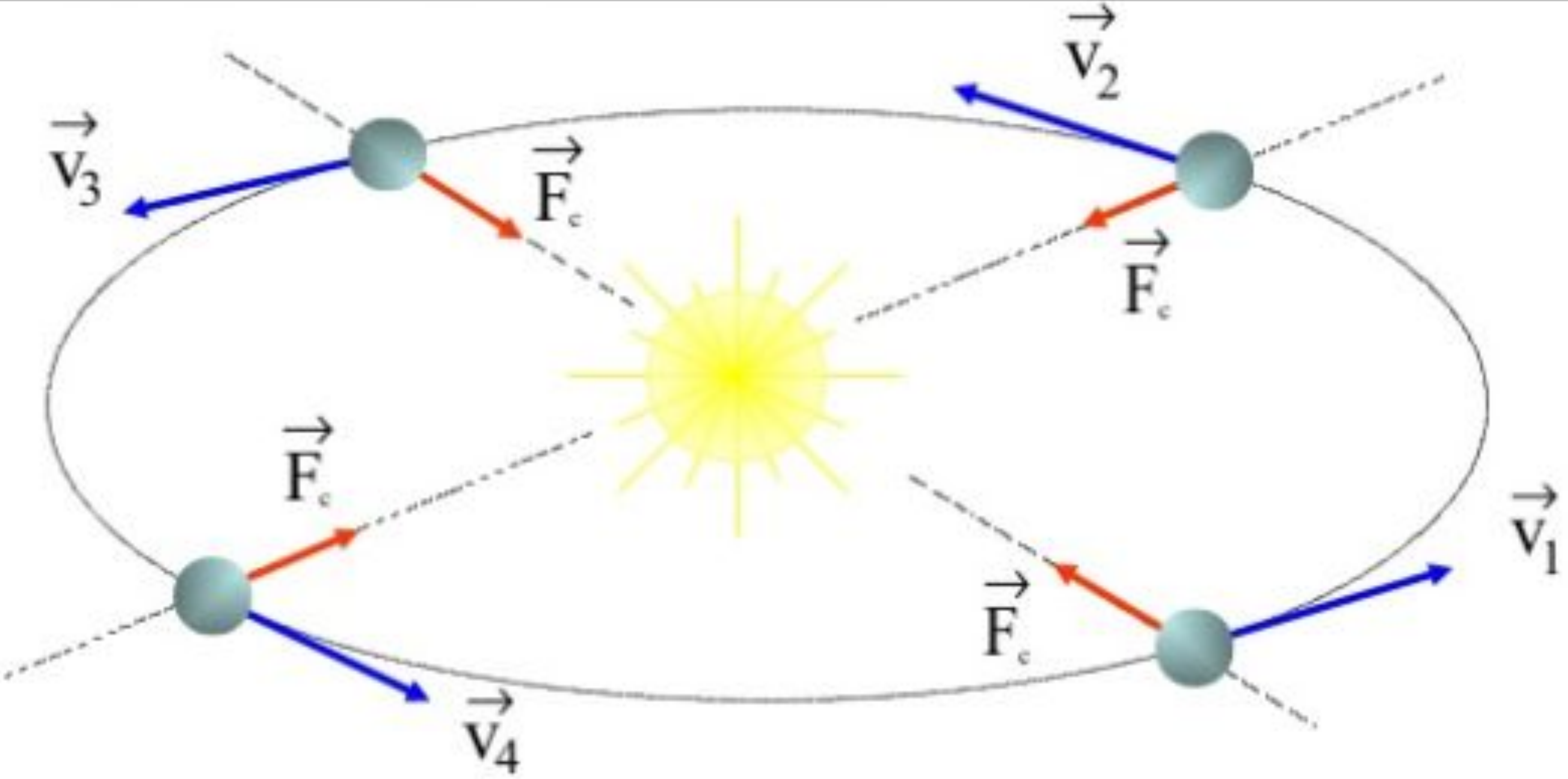
$$\sum f_{iy} = 0 \Rightarrow N = m_1\,g\cos\alpha$$

Cos 2:

$$\sum f_{iy} = m_2\,a \Rightarrow T - m_2\,g = m_2\,a$$

$$a = \frac{m_1\,g\,\text{sen}\,\alpha - m_2\,g}{m_1 + m_2}$$

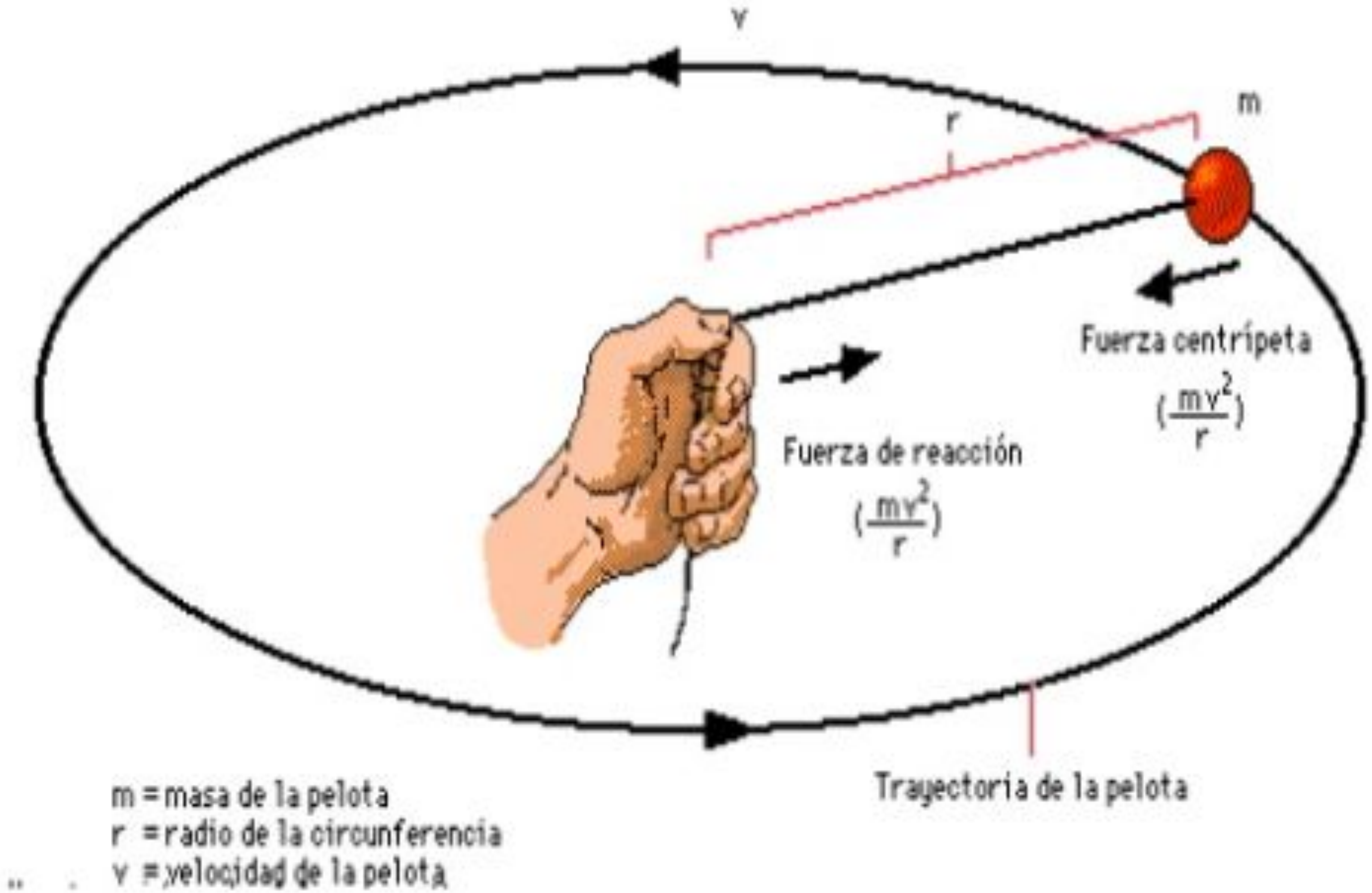
Dinàmica del moviment circular.



$$\left|\vec{F}_c\right| = m \cdot a_n = m\frac{v^2}{R}$$

Força centrípeta: força que cal aplicar a un cos perquè segueixi una trajectòria circular.

Dinàmica del moviment circular.

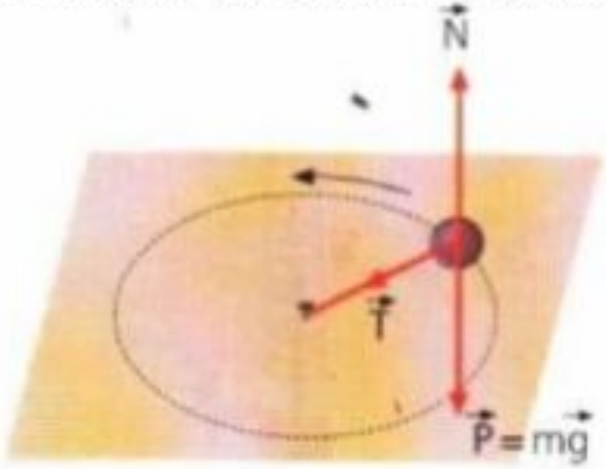


Dinàmica del moviment circular horitzontal.

1) Cos amb corda

Eix Y:

N = mg



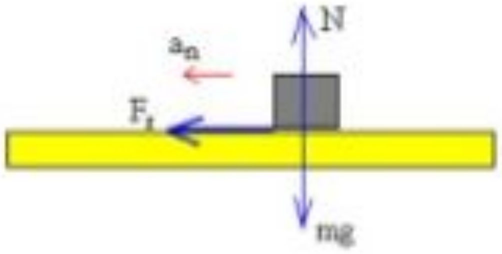
Eix X:

$$F_c = T \qquad m\frac{v^2}{R} = T$$

2) Cotxe

$$F_c = F_f$$

centro



- Forces en la direcció de **l'eix Y**

$$N - P = 0 \Rightarrow N = m\,g$$

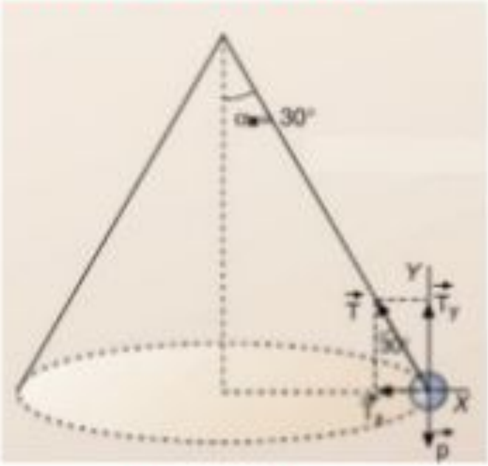
$$v = \sqrt{Rg\mu}$$

- Forces en la direcció de **l'eix X**

$$\left.\begin{array}{l} Fc = Ff = m\,a_n \\ Ff = \mu\,N \end{array}\right\} \quad m\frac{v^2}{R} = \mu \cdot mg$$

Dinàmica del moviment circular horitzontal.

3) Cos amb corda (con)



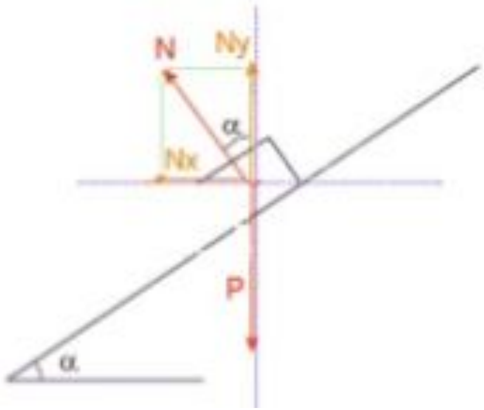
Eix X: $F_c = T_x = m\dfrac{v^2}{R}$ $\quad T_x = T \sin\alpha$

Eix Y: $T_y = mg$ $\quad T_y = T \cos \alpha$

$$T \; \sin\alpha = m\frac{v^2}{R}$$
$$T \; \cos\alpha = m \; g$$

$$tg\alpha = \frac{v^2}{Rg}$$

4) Cotxe amb peralt



Eix X: $F_c = N_x = m\dfrac{v^2}{R}$ $\quad N_x = N \sin\alpha$

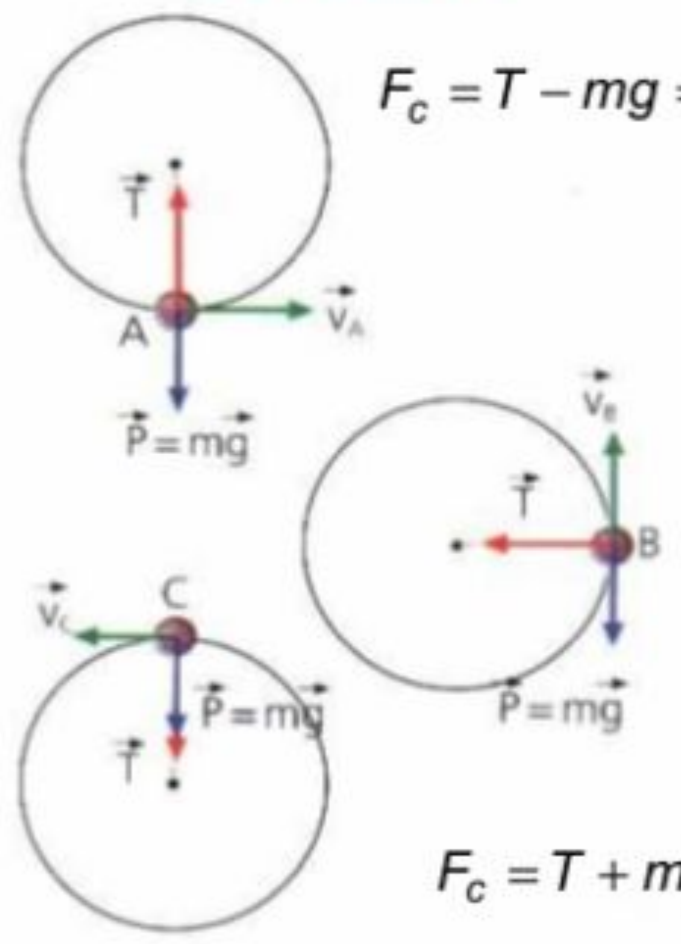
Eix Y: $N_y = mg$ $\quad N_y = N \cos \alpha$

$$N \; \sin\alpha = m\frac{v^2}{R}$$
$$N \; \cos\alpha = m \; g$$

$$tg\alpha = \frac{v^2}{Rg}$$

Dinàmica del moviment circular vertical.

Punt baix : A



$$F_c = T - mg = m\frac{v^2}{R}$$

T serà màxima

$$F_c = T = m\frac{v^2}{R}$$

Punt alt : B

$$F_c = T + mg = m\frac{v^2}{R}$$

V_{min} quan T=0

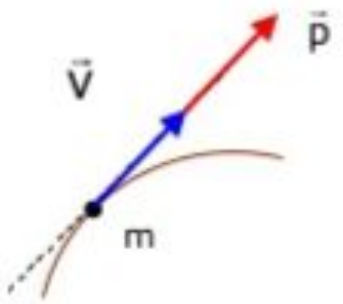
$$v = \sqrt{Rg}$$

Quantitat de moviment.

Definició

S'anomena **quantitat de moviment** o **moment lineal** el producte de la massa d'un cos per la seva velocitat.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$



- És el producte d'un escalar positiu (massa) per un vector (velocitat). És, per tant, un altre **vector amb la mateixa direcció i el mateix sentit que el vector velocitat**.
- En el SI s'expressa en **$kg \cdot m \cdot s^{-1}$**.

Quantitat de moviment.

Relació amb la força resultant

Relació entre la **força resultant constant** aplicada a un cos i la seva **quantitat de moviment**:

2ª llei de Newton: $\sum\vec{F} = m\cdot\vec{a}$ $\qquad \vec{F} = \sum\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Si l'acceleració és constant: $\vec{a} = \vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

Substituint: $\sum\vec{F} = m\cdot\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{m(\vec{v}-\vec{v}_o)}{\Delta t} = \dfrac{m\vec{v}-m\vec{v}_o}{\Delta t} = \dfrac{\vec{p}-\vec{p}_o}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Quantitat de moviment.

$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

- L'equació anterior és una forma alternativa d'enunciar la segona llei de Newton. El seu interès radica en què:
  - S'acosta més a la formulació original de Newton.

    > La resultant de totes les forces aplicades a un cos és igual al quocient entre la variació de la seva quantitat de moviment i l'interval de temps transcorregut.

  - És vàlida tant per a la mecànica clàssica com per a la relativista.

Quantitat de moviment.

Conservació de la quantitat de moviment d'una partícula

- L'equació $\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ permet formular:

$$\text{si } \sum \vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta \vec{p} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} = \text{constant}$$

Si la força resultant que actua sobre un cos és zero, la quantitat de moviment del cos es manté constant.

Impuls mecànic.

Impuls mecànic d'una força constant

L'**impuls mecànic** que una força constant F dóna a un cos és el producte de la força pel temps que hi actua.

(Si acompanyem la pilota, l'impuls és major)

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

(La pilota canvia la direcció de moviment i el mòdul de la velocitat. Per tant varia la quantitat de moviment)

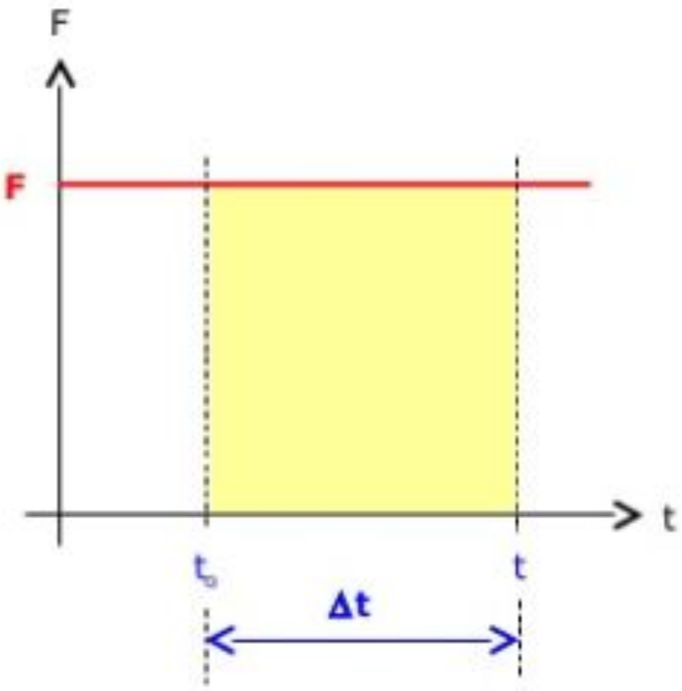
- És una magnitud vectorial, producte del vector força per l'escalar positiu Δt. Té, per tant, la **mateixa direcció i el mateix sentit que el vector força**.
- En el SI el seu mòdul s'expressa en **N·s**.

Impuls mecànic.

Impuls mecànic d'una força constant

- Considerem una força constant *F* que actua un temps Δt sobre un cos.

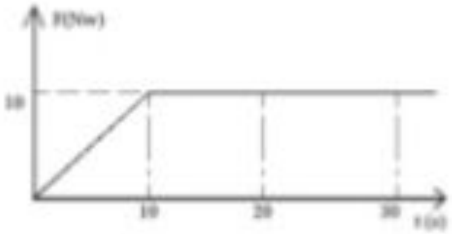
Representem la força en ordenades i el temps en abscisses:



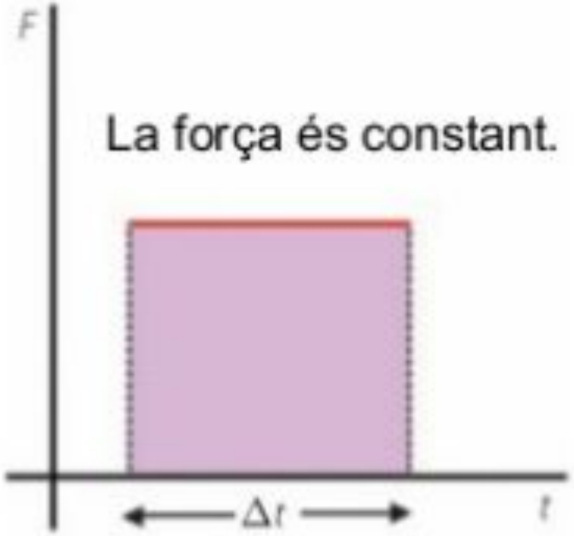
L'impuls que proporciona la força ve donat per la superfície del rectangle ombrejat.

$$I = F \cdot \Delta t = F \cdot (t - t_0) = \text{Àrea ombrejada}$$

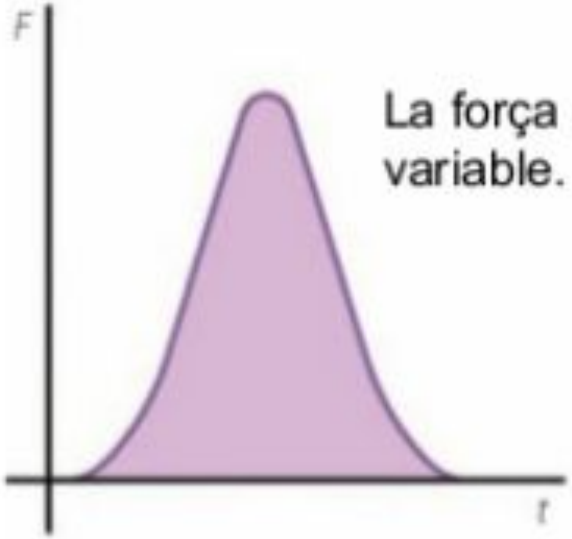
Si la força és variable, igualment, l'impuls serà l'àrea sota la corba o recta.



Impuls mecànic.

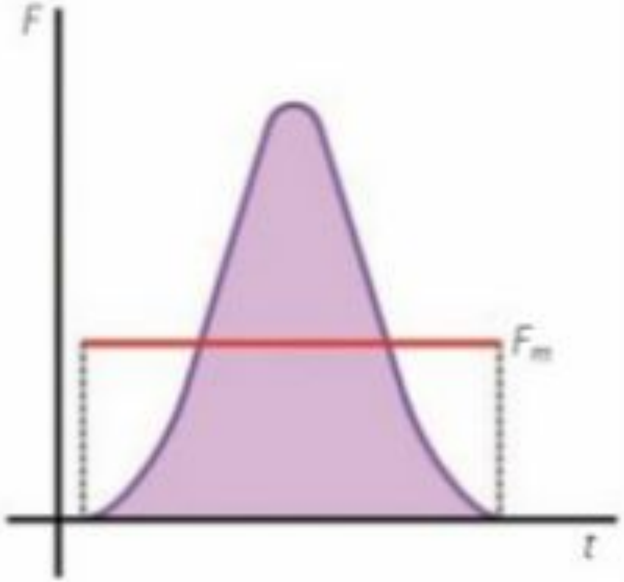


La força és constant.



La força és variable.

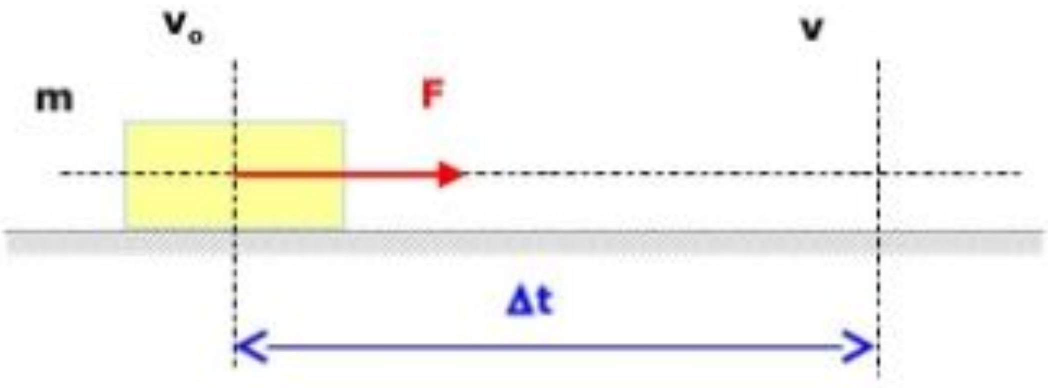
L'impuls d'una força és l'àrea continguda sota la corba *F*-*t*.



Una força variable es pot substituir per una força mitjana que provoca el mateix impuls (les àrees sota els dos gràfics són iguals).

Impuls mecànic.

Relació entre l'impuls mecànic i la quantitat de moviment



de: $\vec{F} = \dfrac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ $\qquad \Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot\Delta t$

i com: $\vec{I} = \vec{F}\cdot\Delta t$

s'obté: $\vec{I} = \Delta\vec{p}$

- En la deducció anterior s'ha suposat que la força *F* és constant i que el moviment és unidimensional. El resultat, però, pot extendre's a una força variable i a un moviment tridimensional.

L'impuls mecànic proporcionat a un cos és igual a la variació que experimenta la seva quantitat de moviment.

$$\vec{I} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$

Sistemes de partícules.

Forces internes i forces externes

- Les forces que actuen sobre un conjunt de *n* partícules poden ser de dos tipus:

1. **Forces internes**. Són les forces d'interacció entre les partícules.
   - Poden ser gravitatòries, electrostàtiques, de contacte, …
   - Es presenten sempre per parelles (tercera llei de Newton), de manera que quan es considera el sistema de dues partícules, les forces internes s'anul·len.

2. **Forces externes**. Són exercides per agents exteriors al sistema.

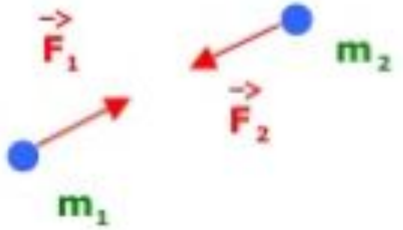
Sistemes de partícules.

Conservació de la quantitat de moviment

- Considerem dos cossos que es troben aïllats del seu entorn. Sobre el sistema de dos cossos no hi actuen, doncs, forces externes, només les forces internes d'interacció.

Força que actua sobre el cos 1 (deguda a 2): $\vec{F}_1 = \dfrac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t}$

Força que actua sobre el cos 2 (deguda a 1): $\vec{F}_2 = \dfrac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}$



- Segons la tercera llei de Newton:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \rightarrow \quad \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} \rightarrow \quad \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \frac{\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{\Delta t} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{constant}$$

Sistemes de partícules.

- Aquest resultat pot generalitzar-se per a un sistema amb un nombre qualsevo de partícules i constitueix el **principi de conservació de la quantitat de moviment per a un sistema de partícules**.

Si la suma de forces externes que actuen sobre un sistema de partícules és zero, la quantitat de moviment **del sistema** es manté constant.

$$\sum \vec{F}_{exteriors} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta \vec{p} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} = \text{constant}$$

on: $$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + \ldots + m\vec{v}_n = cte$$

Per 2 cossos

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

Aplicació: xocs