TEMA 3 : Programació lineal

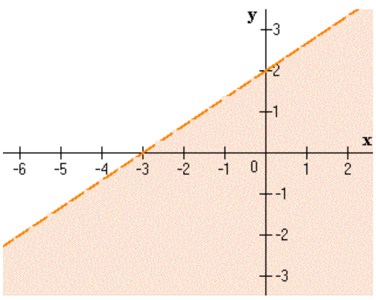
Activitats

1. Representeu la regió factible donada pel sistema d'inequacions:

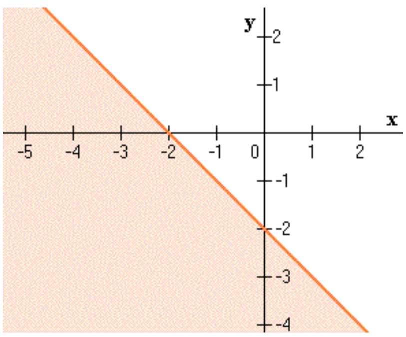
$$a)\begin{cases} x \le 2 \\ y \ge -1 \\ x + y \ge -1 \\ x - 3y \ge -\dfrac{1}{2} \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 3x + y \ge 3 \\ x + 2y \ge 4 \end{cases} \qquad c)\begin{cases} x \ge 0 \\ 0 \le y \le 2 \\ y + 2x \le 4 \end{cases}$$

2. Determineu un sistema d'inequacions per a cada regió representada

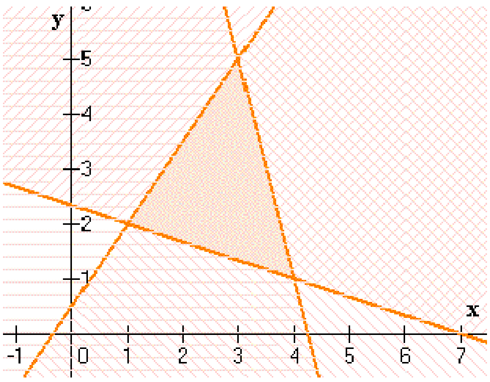
a)



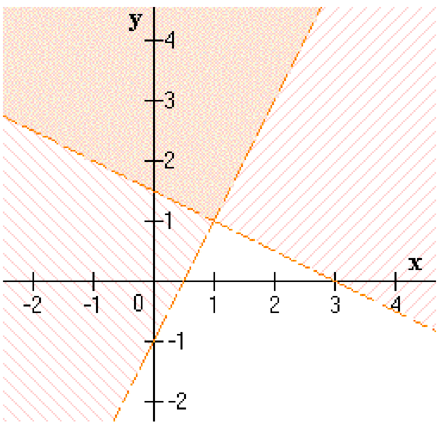
b)



c)



d)



3. **(PAU 2007)** Considereu els sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{array}{r} x-y+1\geq 0 \\ x+y\geq 1 \\ 5x+y\leq 13 \end{array}\right\}$$

a) Representeu gràficament la regió factible
b) Calculeu el màxim de la funció $f(x,y)=x-3y$ en aquesta regió

4. **(PAU 2005)** Considereu els sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{array}{r} x>0 \\ y\geq 0 \\ 4x+3y-4\geq 0 \\ 3x+5y\leq 15 \end{array}\right\}$$

a) Calculeu en quins punts de la regió factible determinada pel sistema anterior la funció $f(x,y)=\frac{4x}{3}+y$ pren els seus valors màxim i mínim
b) Quins són aquest valors

5. **(PAU 2004)** Considereu els sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{array}{r} x\leq 4 \\ x+y\geq 2 \\ x-2y+4\geq 0 \end{array}\right\}$$

a) Representeu gràficament la regió solució
b) Calculeu el mínim de la funció $f(x,y)=x-2y$ en la regió solució. En quins punts de la regió s'assoleix aquest mínim?

6. **(PAU 2003)** Dibuixeu la regió del pla determinada pel sistema d'inequacions següents i calculeu el màxim de la funció $f(x,y)=2x+2y$ en aquesta regió

$$\left.\begin{array}{r} x+y\leq 5 \\ -x+y\leq 1 \\ x+2y\geq 2 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

7. **(PAU 2000)** Dibuixeu la regió del pla determinada pel sistema d'inequacions següents i calculeu el màxim de la funció $z=x+y$ en aquesta regió

$$\left.\begin{array}{r} x+y\leq 2 \\ 4x+y\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

8. **(PAU 1999)** Representeu gràficament la regió factible determinada per les desigualtats següents i calculeu la solució que fa mínima la funció $z = x + 2y$ sotmesa a aquestes restriccions:

$$\left.\begin{array}{r} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 5 \\ 4x + 3y \leq 30 \end{array}\right\}$$

9. **(PAU 2004)** Decidiu si el polígon de vèrtex consecutius A(0,0); B(5,2); C(7,1); D(7,6) i E(0,6) pot ser la regió factible d'un problema de programació lineal. Justifiqueu la resposta.

10. **(PAU 1998)** Dibuixeu la regió factible del pla determinada per les desigualtats següents i calculeu el valor màxim de la funció $z = 2x + y$ en aquesta regió:

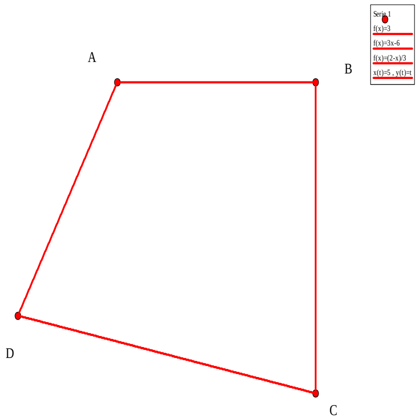
$$\left.\begin{array}{r} x + 2y \leq 6 \\ x - y \geq 0 \\ y \geq 1 \end{array}\right\}$$

11. **(PAU 1998)** Dibuixeu la regió factible del pla determinada per les desigualtats següents i calculeu el valor màxim de la funció $z = x + y$ en aquesta regió:

$$\left.\begin{array}{r} 6x - y \geq 5 \\ 4x + y \leq 10 \\ y \geq x \end{array}\right\}$$

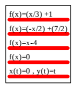
12. **(PAU 2006)** La funció objectiu d'un problema de programació lineal és $f(x, y) = ax - by + c$, amb *a*, *b* i *c* nombres positius. Esbrineu en quin dels punts A o B del gràfic la funció objectiu pren un valor més gran. Raoneu la resposta.

13. **(PAU 2004)** El quadrilàter ABCD és la regió solució d'un sistema d'inequacions lineals (els costats del quadrilàter també formen part de la regió solució),



a) Trobeu el valor màxim i el mínim de la funció $f(x,y) = x + 3y$ en aquesta regió
b) En quins punts de la regió solució la funció anterior assoleix el màxim? I el mínim?.

14. **(PAU 2004)** Trobeu els punts de la regió del dibuix on la funció $f(x,y) = 2x + 4y + 5$ pren el valor màxim i digueu en quin és aquest valor màxim



15. **(PAU 2007)** En un taller fabriquen dos tipus de bosses. Per fer una bossa del primer model es necessiten 0.9 m^2 de cuir i 8 hores de feina. Per fer-ne una del segon model es necessiten 1.2 m^2 de cuir i 4 hores de feina. Per elaborar tots dos tipus de bosses, el taller disposa de 60 m^2 de cuir i pot dedicar-hi un màxim de 400 hores de feina.

a) Expresseu mitjançant un sistema d'inequacions, les restriccions a què està sotmesa la producció d'aquests dos tipus de bosses.
b) Representa la regió solució d'aquest sistema i trobeu-ne els vèrtex

16. **(PAU 2007)** Un taller de confecció fa jaquetes i pantalons per a criatures. Per fer una jaqueta es necessiten 1 m de roba i 2 botons, i per fer uns pantalon, 2 m de roba 1 boto i una cremallera. El taller disposa de 500 m de roba, 400 botons i 225 cremalleres. El benefici que s'obté per la venda d'una jaqueta és de 20€ i per la venda d'uns pantalons és de 30€. Suposem que es ven tot el que se fàbrica.

a) Calculeu el nombre de jaquetes i de pantalons que s'han de fer per tal d'obtenir un benefici màxim. Determineu també aquest benefici.
b) Si el material sobrer es ven a 1€ el metre de roba, 0.20€ cada cremallera i 0.01€ cada botó, calculeu quant es pot obtenir per la venda del que ha sobrat

17. **(PAU 2006)** En un jardí municipal es vol plantar un mínim de 1200 geranis, 3200 clavells i 3000 margarides. Un empresa A ofereix lots que contenen 30 geranis, 40 clavells i 30 margarides per 15€. Una altra empresa B ofereix lots que contenen 10 geranis, 40 clavells i 50 margarides per 12€. L'Ajuntament compra x lots a l'empresa A i y lots a l'empresa B.

   a) Determineu les inequacions que representen les restriccions a les quals estan sotmesos els valors de x i y per tal que compleixin les condicions de la plantació
   b) Representeu gràficament la regió del pla que satisfà les inequacions
   c) Trobeu el nombre de lots e cada tipus que fan que la funció despesa sigui mínima, i calculeu aquesta despesa
   d) Trobeu quants geranis, clavells i margarides adquireix l'Ajuntament amb la compra de preu mínim, i quantes plantes i de quin tipus ha adquirit per sobre del mínim que vol plantar.

18. **(PAU 2005)** Un taller pot produir cada dia, com a màxim 12 articles del tipus A i 20 del tipus B. Cada dia, el servei tècnic pot controlar un mínim de 20 articles i un màxim de 25. Sigui x i y el nombre d'articles del tipus A i B respectivament, produïts per dia.

   a) Expresseu les condicions anteriors mitjançant un sistema d'inequacions en x i y
   b) Representeu la regió del pla determinada per aquest sistema
   c) Sabem que el benefici de produir els articles del tipus A és el doble del que s'obté amb el article del tipus B. Trobeu quant articles de cada tipus ha de produir el taller per obtenir el màxim benefici

19. **(PAU 2004)** Un taller de confecció fabrica dos models de vestits. Per fer el model A necessitem 2m de teixit de color, 1m de teixit blanc i 4 hores de feina. Per fer el model B es necessiten 2.5m de teixit de color. 0.5m de teixit blanc i 3 hores de feina. El taller disposa cada dia d'un màxim de 250m de teixit de color, 100m de teixit blanc i 380 hores de feina. Anomenarem x i y el nombre de vestits dels models A i B, respectivament, fets cada dia.

    a) Expresseu mitjançant uns sistema d'inequacions les restriccions de la producció
    b) Representeu gràficament la regió solució
    c) La venda d'un vestit del model A aporta al taller un benefici de 5€, i la d'un vestit del model B, un de 4€. Suposem que la producció diària es ven integrament, quants vestits de cada tipus cal fer per tal d'obtenir el màxim benefici. Quin és aquest benefici?
    d) En aquest últim cas, quin tipus de teixit sobrarà i en quina quantitat?

20. **(PAU 2004)** Sigui S la regió del pla de coordenades mes grans o iguals que zero i tal que els seus punts compleixin aquestes dues condicions:

    i. La mitjana aritmètica de les coordenades és menor o igual que 5
    ii. El doble de l'abscissa més l'ordenada és més gran o igual que 5

a) Representeu gràficament el conjunt S
b) Determineu en quins punts de S la funció $f(x, y) = 2x + y$ pren el valor màxim

21. **(PAU 2002)** En una prova es proposen 10 qüestions de 5 punts i 8 qüestions de 10 punts i es dóna 100 minuts per resoldre-les. Només es valoren els encerts (els errors o respostes en blanc no resten puntuació). L'Anna, que està capacitada per contestar correctament totes les qüestions necessita 4 minuts de mitjana per respondre cada qüestió de 5 punts i 10 minuts per respondre cada qüestió de 10 punts. Quina estratègia ha de seguir (és a dir, quantes preguntes de cada tipus ha de contestar) per obtenir la millor puntuació possible en les seves condicions?

22. **(PAU 2001)** Un pastisser te 150kg de farina, 22kg de sucre i 26kg de mantega per fer dos tipus de pastissos. Es necessiten 3kg de farina, 1kg de sucre i 1kg de mantega per fer una dotzena de pastissos del tipus A, mentre que les quantitats per a una dotzena dels del tipus B són 6kg , 0.5kg o 1kg, respectivament. Si el benefici que s'obté per la venda d'una dotzena de pastissos del tipus A és de 20€ i per una dotzena del tipus B és de 30€, trobeu el nombre de dotzenes de pastissos de cada tipus que ha de fer per maximitzar el seu benefici.

23. **(PAU 2001)** En un taller de confecció es disposa de $60m^2$ de tela de cotó i de $120m^2$ de tela de llana. Es fan dos tipus de vestits A i B. Per fer un vestit del tipus A es necessiten $1m^2$ de cotó i $3m^2$ de llana, en canvi, per fer un vestit del tipus B calen $2m^2$ de cada tipus de tela.

a) Quants vestits de cada tipus s'han de fer per obtenir un benefici màxim si per cada vestit (sigui del tipus que sigui) es guanya 30€
b) Quina és la resposta a la pregunta anterior si per cada vestit del tipus A es guanya 30€, i en canvi, per cada un del tipus B només es guanya 20€.

24. **(PAU 1997)** Una empresa fabrica dues classes de cargols A i B. En la producció diària se sap que el nombre de cargols de la classe B no supera el nombre de cargols de la classe A més 1000 unitats, que entre totes dues classes no superen 3000 unitats, i que els caragols de la classe B no baixen de 1000 unitats. Sabent que els cargols de la classe A valen 20€ i la unitat i que els de la classe B en valen 15€, calculeu els cost màxim i mínim que pot tenir la producció diària, i digueu amb quants cargols de cada classe s'atenyen aquest màxim i aquest mínim