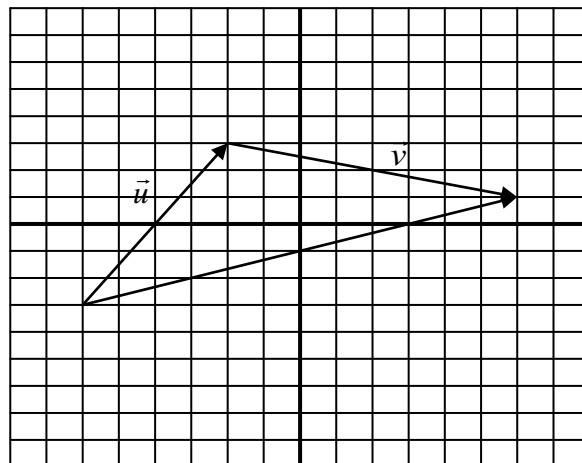


## TEMA 4 : Geometria analítica al pla. Vectors i la Recta

### Activitats

- Donats els punts  $A(2,1)$ ,  $B(6,5)$ , i  $C(-1,4)$ :
  - Representa els vectors  $\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{CA}$  i estudia totes les seves característiques
  - Calcula les coordenades del vector  $\overrightarrow{AB}$ , i  $\overrightarrow{BA}$ . Tenen la mateixa direcció? I el mateix sentit?
- Donat el vector  $\vec{v} = (1, -2)$ 
  - Representa gràficament
  - Determina mòdul, direcció i sentit
- Calcula les coordenades del punt D perquè els vectors  $\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{CD}$  siguin equipol·lents, si  $A = (-1,2)$ ,  $B = (0,-2)$  i  $C = (1,4)$ .
- Calcula les coordenades del punt C perquè els vectors  $\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{CD}$  siguin equipol·lents, si  $A = (-5,-1)$ ,  $B = (4,-4)$  i  $D = (7,1)$ .
- Donats els vectors  $\vec{u} = (1,2)$ ,  $\vec{v} = (5,3)$ ,  $\vec{w} = (1,-1)$ ,  $\vec{s} = (-1,-2)$ , realitza les operacions que s'indiquen a continuació:
  - $\vec{u} + \vec{s} + \vec{w}$
  - $\vec{s} - \vec{u} + \vec{v}$
  - $3\vec{v} + 2\vec{w}$
  - $2\vec{s} - \vec{w}$
- Donats els vectors que es mostren en la gràfica contesta:



- Quines coordenades tenen els vectors  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ .
- Quina operació representa el gràfic.

7. A ( 2, 3) i B(6, -1) són dos punts del pla. Busqueu les coordenades del punt mitjà del segment AB.

8. El punt P ( 5, -2) és el punt mitjà del segment AB . Si A (2, 3) trobeu B.

9. Calculeu el producte escalar  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  en els casos següents:

a)  $|\vec{a}| = 5 ; |\vec{b}| = 3$  i  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 60^\circ$

b)  $|\vec{a}| = 9 ; |\vec{b}| = 1$  i  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 135^\circ$

c) Quan val el producte escalar d'un vector  $\vec{u}$  per si mateix, es a dir, com es calcularà  $\vec{u}^2$

10. Calculeu m de manera que el producte escalar de  $\vec{a} ( 4, -3)$  i  $\vec{b} ( m, 2)$  sigui 4.

11. Donats el vectors  $\vec{u} ( 1, 2)$  i  $\vec{v} ( 3, 4)$  calculeu:

a)  $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b)  $\cos(\vec{u} \wedge \vec{v})$

c)  $\vec{u} \wedge \vec{v}$

12. Donats els vectors  $\vec{u} ( 3, -4)$  i  $\vec{v} ( 5, 6)$ , calculeu

a)  $|\vec{u}|, |\vec{v}|$

b)  $\vec{u} \wedge \vec{v}$

c) Un vector amb la direcció i el sentit de u que sigui unitari

d)  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  són perpendiculars? Raoneu la resposta, en cas contrari busqueu un vector perpendicular a  $\vec{u}$

13. Donat el vector  $\vec{v} ( - 5, n)$  calculeu n de manera que:

a)  $\vec{v}$  sigui ortogonal a  $\vec{u} ( 3, -6)$

b)  $|\vec{v}| = 3$

14. Trobeu les coordenades d'un vector  $\vec{v} ( x, y)$ , ortogonal a  $\vec{u} ( 3, 4)$  i que mesuri el doble que  $\vec{u}$ .

15. Donats el vectors  $\vec{a} ( 2, 1)$  i  $\vec{b} ( 6, 2)$  trobeu un vector  $\vec{v}$  tal que  $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$  i  $\vec{v} \perp \vec{b}$ .

16. Essent  $\vec{u} ( 5, -b)$  i  $\vec{v} ( a, 2)$  trobeu a i b sabent que  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  són ortogonals i que  $|\vec{v}| = \sqrt{13}$ .

17. Calculeu els angles del paral·lelogram ABCD amb A = (-4,4), B = (4,5) i D = (-5,-2)

18. D'un rombe ABCD coneixem les coordenades de tres vèrtex A és l'origen de coordenades, B (4, 1) i D (1, 4).

a) Calculeu les coordenades del quart vèrtex C.

b) Comproveu analíticament que les diagonals són perpendiculars i que tallen en el seu punt mitjà

19. Escriviu les equacions paramètriques de la recta que passa per  $A(-2, 5)$  i té la direcció del vector  $\vec{v}(1, 4)$ . Obteniu tres punts més de la recta.

20. Escriviu totes les equacions de la recta que passa per:

a)  $P(0, 2)$  i  $Q(-1, 3)$

b)  $A(1,4)$  i  $B(-1, 2)$

21. Trobeu un punt i un vector director de cadascuna de les rectes següents:

a)  $3x - 5y = 0$

b)  $(x, y) = (-2, 3) + (3, -2) \cdot t$

c)  $y - 8 = 0$

d)  $\frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{-5}$

e)  $2x + 3y - 2 = 0$

f)  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 4 \end{cases}$

g)  $2x - 6 = 0$

22. Trobeu en cada cas l'equació de la recta paral·lela que té com a ordenada en el origen  $-3$

a)  $r: 3x - 2y = 0$

b)  $r: \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-5}$

c)  $r: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$

23. Trobeu en cada cas, l'equació de la recta perpendicular a la donada en el punt de tall amb els eixos de coordenades.

a)  $r: x + 2y - 4 = 0$

b)  $r: x + 2 = \frac{y-4}{2}$

c)  $r: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$

24. Donada la recta  $r: y = 3x - 5$  trobeu:

a) Dos vectors directors de  $r$

b) Les rectes paral·leles i perpendiculars a  $r$  que passen per  $(5, -3)$ .

25. Expresses amb una equació general el conjunt de rectes paral·leles a  
 $(x,y) = ( 2 , -5 ) + k ( 2 , 3 )$

26. Calculeu m i n a les rectes d'equacions: r:  $mx - 2y + 5 = 0$  i s:  $nx + 6y - 8 = 0$ ,  
 sabent que són perpendiculars i r passa pe el punt A(1,4).

27. Expliqueu raonadament algun mètode per decidir si tres punts del pla donats per les  
 seves coordenades, A(a<sub>1</sub>,a<sub>2</sub>), B(b<sub>1</sub>,b<sub>2</sub>) i C(c<sub>1</sub>,c<sub>2</sub>), estan alineats o no ho estan. Decidiu,  
 tot aplicant el mètode que hagueu explicat, si els punts (-2, -3), (-3, 0) i (6, 2) estan  
 alineats o no.

28. Sigui la recta d'equació r:  $6x - 15y + 4 = 0$ . Trobeu les equacions de les rectes  
 paral·lela i perpendicular a r que passen pel punt P (4, 1) i feu un esquema gràfic.

29. Trobeu la posició relativa de les rectes indicades y el punt de tall en el cas que  
 siguin secants:

a) r:  $3x - 2y + 1 = 0$   
 s:  $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{3}$

b) r:  $y = 4x - 1$   
 s:  $(x, y) = (1, -8) + k(3, 12)$

c) r:  $\begin{cases} x = 2 - 3K \\ y = K \end{cases}$   
 s:  $y = \frac{-1}{3}x + \frac{2}{3}$

30. Escriviu les equacions de les rectes següents:

a) Passa per A(1, -3) i és paral·lela a

$$r \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$$

b) Passa per B(3,1) i és perpendicular a la recta d'equació  $-3x + 2y + 6 = 0$

c) És perpendicular al segment d'extremes A(4,0) i B(0,8) en el seu punt mitjà

31. Trobeu la distància del punt A(-3, 2) a les rectes:

a)  $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \end{cases}$       b)  $y = -2$       c)  $3x - 4 = 0$

32. Calculeu la distància de l'origen de coordenades a les rectes:

a)  $2x - 3y - 4 = 0$       b)  $5x - 2y = 4$       c)  $7x - 4y = 0$

33. Trobeu la distància entre les rectes:

a) r:  $2x + 3y - 1 = 0$  i s:  $-4x - 6y + 2 = 0$

b)  $r: x + 3y - 4 = 0$  i  $s: 3x - 2y - 5 = 0$

34. Determineu  $a$  perquè la distància de la recta  $r: x - 3y + a = 0$  al punt  $A(6,2)$  sigui de  $\sqrt{10}$  unitats.

35. Trobeu l'angle que formen les rectes:

$$\text{a) } r: \begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -3x + 1 \end{cases} \quad s: \begin{cases} 3x - 5y + 7 = 0 \\ 10x + 6y - 3 = 0 \end{cases}$$

36. Quin angle forma la recta  $x - 2y + 4 = 0$  amb l'eix d'abscisses? I amb el d'ordenades?.

37. Calculeu  $m$  de manera que la recta  $3x + my - 2 = 0$  formi un angle de  $60^\circ$  amb l'eix  $OX$ .

38. Quantes rectes del pla passen pel punt  $P(1, -2)$  i formen un angle de  $45$  graus amb la recta d'equació  $r: 4x - 3y + 2 = 0$ ? Doneu les equacions de totes les que hi hagi.

21. El costat  $BC$  d'un triangle està sobre la recta d'equació  $r: 3x - 2y + 1 = 0$ . El vèrtex  $A$  té coordenades  $(2, -1)$ . Determineu el peu de l'altura relativa a  $A$

22.

- Determineu l'equació de la recta paral·lela a la bisectriu del segon i quart quadrant que passa pel punt  $P(0, a)$ .
- Determineu el valor de  $a$  perquè la recta anterior determini en el primer quadrant un triangle d'àrea  $8$  amb els eixos.
- Quina és la distància d'aquesta recta a l'origen de coordenades?
- Quina és la distància d'aquesta recta al punt  $Q(-4, 0)$ .

39. Un triangle té dos vèrtex  $A$  i  $B$  en els punts  $A(0, 0)$  i  $B(2, 0)$ . L'àrea val  $3$ . Sabent que el tercer vèrtex té ordenada positiva i està situat sobre la recta  $r: 2x - y - 5 = 0$ . calculeu les coordenades de  $C$  i el perímetre del triangle. Feu-ne la gràfica corresponent.

40. D'un rombe  $ABCD$  coneixem les coordenades de tres vèrtex  $A$  és l'origen de coordenades,  $B(4, 1)$  i  $D(1, 4)$ .

- Calculeu les coordenades del quart vèrtex  $C$ .
- Comproveu analíticament que les diagonals són perpendiculars i que tallen en el seu punt mitjà