EXERCICIS PER A PRACTICAR

1.- Siguin les matrius:

A=$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ C = $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ D = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Calcula si és possible:

a) A+2C
b) 3B-D
c) 3A+2B^t
d) A·B
e) A·C
f) B·C
g) C·D
h) A·B-3D
i) 2B·(-A)+C
j) A·D-B

2.- Resol l'equació matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3.- Calcula el valor dels paràmetres a, b, c i d que verifiquen la igualtat següent:

$$\begin{pmatrix} a & -1 & b \\ c & 0 & d \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 7 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

4.- Una matriu quadrada M és ortogonal si compleix M^t · M = I. Determina si ho són les matrius següents.

A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ C= $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ D= $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & -7 & 3 \end{pmatrix}$

5.- Demostra que A^2 - 5A- 14 I = 0

A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

6.- Resol l'equació: X – 2A + 3C = CD on :

A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ C = $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ D = $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

7.- (PAU 2005) Donades les matrius A, B i C troba la matriu X = A (B – C)

A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ C = $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

8.- (PAU 2005) L'estoc de components d'un magatzem de rodes de vehicles de diferents tipus apareix resumit a la taula següent (en centenars d'unitats)

	pneumàtics	embellidors	llantes
Utilitaris	3,1	0,3	2,1
Berlines	1,6	1,1	0,6
Vehicles tot terreny	0,9	0	0,2

La quantitat de quilos de matèria primera necessària per a cada component és:

	Acer	Cautxú
Pneumàtics	0,1	4,6
Embellidors	1	0,05
llantes	5	0

a. Calcula el total d'acer acumulat al magatzem.
b. Calcula el total de cautxú acumulat al magatzem

9.- (PAU 2006) Indica tots el productes de dues matrius diferents que es poden fer amb:

A=$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ C=$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$ D=$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ E=$\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ F=$\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix}$

10.-(PAU 2007) Considera la matriu A. A=$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$

Troba els valors p, q que fan certa la igualtat A^2=A. En aquest cas , raona què val A^{10} sense calcular-ho.

11.- (PAU 2006) Considera les matrius: A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

a. Calcula A·B i B·A
b. Comprova que $(A+B)^2=A^2+B^2$

12.- (PAU 2006) Donades les matrius A i B, esbrina si existeix una matriu C tal que B·C=A. En cas afirmatiu, calcula-la.

A=$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

13.- (PAU 2004) Considera les matrius següents:

A=$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Troba una matriu X tal que A·X=B. Després, calcula B^{100} i raona la resposta.

14.- (PAU 2004) Considera les matrius següents:

A=$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Troba una matriu X que compleixi A·X+A=B

15.- Considera les matrius següents:

A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Troba una matriu X que compleixi A·X+2B=3A+B

16.- (PAU 2008) Considera les matrius següents:

A=$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

a. Troba la matriu quadrada d'ordre 2 a M tal que M·A=B
b. Comprova que $M^2=I_2$ (matriu identitat d'ordre 2)
c. Dedueix l'expressió general de M^n

17.- (PAU 2005) La matriu P expressa el preu unitari (en euros) de quatre articles, A,B,C i D procedents de les fàbriques f1, f2, f3.

$$P=\begin{pmatrix} 34 & 40 & 36 \\ 11 & 8 & 12 \\ 23 & 27 & 32 \\ 25 & 21 & 30 \end{pmatrix}$$

Si un vector fila C(x,y,z,t) representa una comanda, què representa cada element del producte C·P? . Si volem comprar 25 unitats de A, 30 de B, 60 de C i 75 de D, quina fàbrica ens ofereix un preu millor?

18.- (PAU 2005) Sigui la matriu A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Calcula de forma raonada A^{55}

19.- (PAU 2005) Donades A=$\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i B=$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, troba els valors dels nombres reals a i b que fan queA·B=B·A

20.- (PAU 1998) Donada la matriu B=$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ utilitza la inversa B^{-1} per trobar una matriu X tal que B·X·B=$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

21.- Resol l'equació matricial 2A(B+I)=B·X·B+2A on

A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

22.- (PAU 2008) Donada la matriu A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}$ pots trobar una matriu M de la forma $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & t \end{pmatrix}$ tal que A·M=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$