

## TEMA 1 : Matrius

### Activitats

1. Trobeu una matriu d'ordre  $2 \times 3$  de forma que  $a_{ij} = i + j$
2. Escriviu una matriu d'ordre  $3 \times 4$ 
  - a) Trobeu la matriu oposada i la matriu transposada. Comproveu que la matriu oposada de la transposada és igual a la matriu transposada de l'oposada
  - b) Comproveu que  ${}^t({}^tA) = A$
3. Calculeu a, b, c, d i e per tal que sigui cert

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ a & 2 & 6 & 3 \\ -2 & 4 & 5 & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & c & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & d & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 10 & 5 \\ -1 & 0 & e & -2 \end{pmatrix}$$

Trobeu la diferència de les dues primeres matrius.

4. Donades les matrius A i B calcula tots els productes possibles:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Donada una matriu A:
  - a) Existeix una matriu B tal que  $A \cdot B$  sigui una matriu fila? En cas afirmatiu, quin ordre tindrà B si A és una matriu  $m \times n$ ?
  - b) Existeix una matriu B tal que  $B \cdot A$  sigui una matriu fila? En cas afirmatiu, quin ordre tindrà B si A és una matriu  $m \times n$ ?
6. Comproveu que A i B són matrius inverses:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -8 & -15 & 13 \\ 4 & 7 & -6 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Trobeu les matrius inverses de les matrius donades i comproveu els resultats

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Donada la matriu  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Calculeu  $A^{-1} - 2A$ .

9. Demostreu que la matriu  $A$  té inversa per a qualsevol valor de  $a$ , i calcula aquesta inversa en funció de  $a$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1+a \\ 1 & a \end{pmatrix}$$

10. Sigui  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  calculeu  $A^{100}$

11. Trobeu:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n \quad \text{b) } \begin{pmatrix} t & 1 \\ 0 & t \end{pmatrix}^n \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n$$

12. Donada la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  trobeu  $A^n$

13. Com ha de ser la matriu  $A$  per poder calcular  $A^n$ ?

14. Trobeu la matriu  $X$

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} - 2X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

15. Trobeu una matriu X que verifiqui  $X - B^2 = A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

16. Si  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$  resoleu:

- a)  $2 \cdot X - 3 \cdot A = B$   
 b)  $(2 \cdot A - B)^t = 4 \cdot X$

17. Resoleu:

a)

$$\begin{cases} 3A + 2B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \\ 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix} \\ 3A + 2B = \begin{pmatrix} 11 & 25 & 0 \\ 20 & 10 & 35 \end{pmatrix} \end{cases}$$

18. El nombre de milers d'emigrants amb destinació a tres comunitats autònomes  $C_1$ ,  $C_2$  i  $C_3$  que provenen dels països A, B, C i D en els anys 2007 i 2008 venen donats per les matrius:

$$\begin{array}{c} \text{2007} \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{matrix} \end{array} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 6,1 & 11,3 \\ 1,2 & 0,2 & 3,4 & 0,8 \\ 0,2 & 1,6 & 4,0 & 0,6 \end{pmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{2008} \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{matrix} \end{array} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ \begin{pmatrix} 0,6 & 0,0 & 3,3 & 10,5 \\ 0,9 & 0,1 & 1,9 & 0,1 \\ 0,0 & 0,8 & 3,3 & 0,1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Trobeu la matriu que expressa el total de població rebuda a les diferents comunitats en 2007-2008.

19. Un empresari té la intenció de construir un cinema, una sala de festes o un pavelló d'esports a tres poblacions  $P_1$ ,  $P_2$  i  $P_3$ , segons les preferències dels habitants. Les aficions d'aquests ( en percentatges ) es reflexa a la matriu:

$$A = \begin{matrix} & C & B & E \\ P_1 & \left( \begin{matrix} 20 & 40 & 40 \end{matrix} \right) \\ P_2 & \left( \begin{matrix} 15 & 35 & 50 \end{matrix} \right) \\ P_3 & \left( \begin{matrix} 18 & 42 & 40 \end{matrix} \right) \end{matrix}$$

Si el nombre total d'habitants majors de 16 anys està donat per la matriu:

$$B = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 \\ & (72000 & 14500 & 39200) \end{matrix}$$

quin tipus d'espectacle tindrà potencialment major nombre de clients?

20. Una agència encarregada de la distribució i manteniment d'una marca de vehicles ha venut el nombre de vehicles que mostra la matriu A segons el tipus (turisme, utilitari o esportiu) i lloc de residència del comprador.

$$A = \begin{matrix} & T & U & E \\ \left( \begin{matrix} 715 & 1050 & 412 \\ 920 & 2130 & 112 \end{matrix} \right) & Rural \\ & & & Urbana \end{matrix}$$

Per tal de satisfer les necessitats de les reparacions més freqüents s'ha recollit informació sobre el nombre mig de tipus de peces de recanvi ( manguitos, bombetes, corretges ) que són necessàries, per any, per a cada tipus de vehicle.

$$B = \begin{matrix} & M & B & C \\ \left( \begin{matrix} 1,2 & 2,1 & 1,1 \\ 0,9 & 2,0 & 0,3 \\ 2,3 & 0,7 & 0,7 \end{matrix} \right) & Turisme \\ & & & Utilitari \\ & & & Esportiu \end{matrix}$$

Calculeu el nombre de peces de recanvi que cal tenir per tal de cobrir les comandes previsibles de recanvi.

21. En la matriu A d'ordre  $2 \times 2$  l'element  $a_{ij}$  representa el nombre d'articles del tipus j comprats pel client i (  $i, j$  valen 1 o 2 ). Si la matriu fila  $P = (p_1 \ p_2)$ , on  $p_j$  és el preu unitari del producte j, que representa la primera fila de la matriu  $A \cdot ({}^tP)$ ?

22. Un comerciant de televisors en color té 5 aparells de 26 polzades, 8 de 20, 4 de 18 i 10 de 12. Els preus de cada un són, respectivament, 650, 550, 500, i 300 €.

Expresseu el preu total de la venda de les seves existències com una operació de matrius i calculeu el resultat.

23. Una fàbrica de mobles fabrica tres models de prestatgeries A, B i C, i fa dues mides de cada model, una gran i una petita. Diàriament produeix 1000 prestatgeries grans i 8000 prestatgeries petites del model A, 8000 grans i 6000 petites del model B, i 4000 grans i 6000 petites del model C. Cada prestatgeria gran porta 16 cargols i 6 suports, i cada prestatgeria petita porta 12 cargols i 4 suports, en qualsevol dels tres models.
- Representeu aquesta informació en dues matrius
  - Trobeu la matriu que representa la quantitat de cargols i suports necessaris per a la producció diària de cada un dels sis models per mida de prestatgeria