

## TEMA 5 : Funció exponencial i logarítmica

### Activitats

1. Simplifiqueu:

- a)  $x^4 \cdot x^3$
- b)  $x^4 / x^3$
- c)  $(x^3)^6$
- d)  $3^x \cdot 3^{2x}$
- e)  $5^x / 5^{3x}$
- f)  $(2^x)^{2x}$

2. Resol les equacions exponencials següents:

- a)  $3^{2-x} = 9$
- b)  $5^{3-x} = 125$
- c)  $10^{3+x} = 1$
- d)  $7^{x^2-4} = 0$
- e)  $3^{2x-5} = \frac{1}{243}$
- f)  $2^{\frac{x+5}{3}} = \sqrt[4]{2^x}$
- g)  $5^{x-2} + 5^x + 5^{x+2} = 651$
- h)  $10^{x-2} + 10^{x-4} + 10^{x-2} = 10101$
- i)  $2^{2x+4} + 6 \cdot 2^{x+1} - 4 = 0$
- j)  $2^{2x+4} - 3 \cdot 2^{x+2} + 2 = 0$
- k)  $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$
- l)  $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$
- m)  $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$
- n)  $4^{2x} = 14^{x-1}$
- o)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-3}$
- p)  $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$
- q)  $4 - 3^x = \frac{1}{3^{x-1}}$

3. Fes servir la definició de logaritme i calcula:

- a)  $\lg_2 8$
- b)  $\lg_2 1024$
- c)  $\log_3 243$
- d)  $\log_5 125$
- e)  $\log_5 \frac{1}{625}$
- f)  $\log 10.000$
- g)  $\lg_{4/5} 4/5$
- h)  $\lg_{10} 1000$
- i)  $\lg_3 1/9$
- j)  $\lg_3 81$
- k)  $\lg_2 1/16$
- l)  $\lg_4 64$
- m)  $\lg_{1/4} 64$
- n)  $\lg_2 32$
- o)  $\lg_{2/3} 27/8$
- p)  $\lg_{2/3} 4/9$
- q)  $\lg_{10} 0,0001$
- r)  $\lg_{1/7} 1/49$
- s)  $\lg_{325} 1$
- t)  $\ln e^3$
- u)  $\ln \frac{1}{e^7}$
- v)  $\log_{\frac{1}{2}} 32 = x$
- w)  $\log_5 \sqrt{125}$

4. Trobeu la x
- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| a) $\lg_x 81 = 4$   | h) $\lg_x 1/e = -1$ |
| b) $\lg_2 x = 5$    | i) $\ln x = -2$     |
| c) $\lg_7 1/49 = x$ | j) $\lg_x 4 = 1/16$ |
| d) $\lg_3 27 = x$   | k) $\lg_x 9/25 = 2$ |
| e) $\log 100 = x$   | l) $\log x = 4$     |
| f) $\ln e^2 = x$    | m) $\ln 1 = x$      |
| g) $\lg_x 3 = 1$    | n) $\lg_x 3/5 = -1$ |
5. Donades les funcions  $y = 4^x$  i  $y = 4^{-x}$ , calcula les imatges de -2, -1, 0, 1, 2 i fes-ne les gràfiques aproximades. Fes una comparació de les gràfiques.
6. Donades les funcions  $y = \log_4 x$  i  $y = \log_{1/4} x$ , calcula les imatges de  $\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, 1, 4, 16$  i fes-ne les gràfiques aproximades. Fes una comparació de les gràfiques.
7. Representeu gràficament les següents funcions i indiqueu les seves característiques:
- $y = 3^x$
  - $y = 2^x$
  - $y = (1/2)^x$
  - $y = (1/3)^x$
  - $y = \lg_2 x$
  - $y = \lg_3 x$
  - $y = \log x$
- Què observeu dels gràfics  $y = 3^x$  i  $y = \lg x$ ?  
 I si compareu  $y = 2^x$  i  $y = 3^x$ ? Representeu aproximadament  $y = e^x$   
 Compareu  $y = \lg_2 x$ ,  $y = \lg_3 x$  i  $y = \log x$ , què observeu?. Representeu  $y = \ln x$
8. Un bacteri es divideix cada 30 segons en dos nous bacteris, cadascun dels quals es torna a dividir en dos més cada 30 segons i així succesivament.
- la funció  $y = 2^{t/30}$  on t = temps ( s ) ens dona el nombre de bacteris en cada moment?. Raoneu la resposta.
  - quants bacteris hi hauran després de 5 minuts?
  - quant de temps es necessita per tenir 4096 bacteris?

Sabem que la temperatura normal del cos és de 98,6°F, llavors aquest és el moment de la seva mort. Així:

$$98,6^\circ = 68^\circ + (85^\circ - 68^\circ) / e^{0,5207 \cdot t}$$

Operant els termes resulta:  $(30,6^\circ) \cdot e^{0,5207 \cdot t} = 17^\circ$

$$e^{0,5207 \cdot t} = 17^\circ / 30,6^\circ = 0,5556$$

Per tant, si apliquem el càlcul de logaritmes resulta:

$$0,5207 \cdot t = \ln(e^{0,5207 \cdot t}) = \ln(0,5556) = -0,5878$$

$$t = -0,5878 / 0,5207 = -1,13 \text{ hores} = -68 \text{ minuts}$$

Amb això sabem, gràcies a l'ajuda del nombre e, que aquesta persona va morir 68 minuts abans de les dotze de la nit, és a dir, a les 22:52 h.

