

FULL DE PREPARACIÓ TEMA1 MATRIUS

1.- Siguin les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \\ 7 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcula si és possible:

- $A+2C$
- $3B-D$
- $3A+2B^t$
- $A \cdot B$
- $A \cdot C$
- $B \cdot C$
- $C \cdot D$
- $A \cdot B - 3D$
- $2B \cdot (-A) + C$
- $A \cdot D - B$

2.- Resol l'equació matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3.- Calcula el valor dels paràmetres a, b, c i d que verifiquen la igualtat següent:

$$\begin{pmatrix} a & -1 & b \\ c & 0 & d \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 7 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

4.- Una matriu quadrada M és ortogonal si compleix $M^t \cdot M = I$. Determina si ho són les matrius següents.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

5.- Demuestra que $A^2 - 5A - 14I = 0$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

6.- Resol l'equació: $X - 2A + 3C = CD$ on :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

7.- (PAU 2005) Donades les matrius A, B i C troba la matriu $X = A (B - C)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8.- (PAU 2005) L'estoc de components d'un magatzem de rodes de vehicles de diferents tipus apareix resumit a la taula següent (en centenars d'unitats)

	pneumàtics	embellidors	llantes
Utilitaris	3,1	0,3	2,1
Berlines	1,6	1,1	0,6
Vehicles tot terreny	0,9	0	0,2

La quantitat de quilos de matèria primera necessària per a cada component és:

	Acer	Cautxú
Pneumàtics	0,1	4,6
Embellidors	1	0,05
llantes	5	0

- Calcula el total d'acer acumulat al magatzem.
- Calcula el total de cautxú acumulat al magatzem

9.- (PAU 2006) Indica tots el productes de dues matrius diferents que es poden fer amb:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad E = (a \ b) \quad F = (a \ b \ c)$$

10.- (PAU 2007) Considera la matriu A. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$

Troba els valors p, q que fan certa la igualtat $A^2 = A$. En aquest cas, raona què val A^{10} sense calcular-ho.

11.- (PAU 2006) Considera les matrius: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

- Calcula $A \cdot B$ i $B \cdot A$
- Comprova que $(A+B)^2 = A^2 + B^2$

12.- (PAU 2006) Donades les matrius A i B, esbrina si existeix una matriu C tal que $B \cdot C = A$. En cas afirmatiu, calcula-la.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

13.- (PAU 2004) Considera les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Troba una matriu X tal que $A \cdot X = B$. Després, calcula B^{100} i raona la resposta.

14.- (PAU 2004) Considera les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Troba una matriu X que compleixi $A \cdot X + A = B$

15.- Considera les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Troba una matriu X que compleixi $A \cdot X + 2B = 3A + B$

16.- (PAU 2008) Considera les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

- Troba la matriu quadrada d'ordre 2 a M tal que $M \cdot A = B$
- Comprova que $M^2 = I_2$ (matriu identitat d'ordre 2)
- Dedueix l'expressió general de M^n

17.- (PAU 2005) La matriu P expressa el preu unitari (en euros) de quatre articles, A, B, C i D procedents de les fàbriques f1, f2, f3.

$$P = \begin{pmatrix} 34 & 40 & 36 \\ 11 & 8 & 12 \\ 23 & 27 & 32 \\ 25 & 21 & 30 \end{pmatrix}$$

Si un vector fila $C(x, y, z, t)$ representa una comanda, què representa cada element del producte $C \cdot P$? . Si volem comprar 25 unitats de A, 30 de B, 60 de C i 75 de D, quina fàbrica ens ofereix un preu millor?

18.- (PAU 2005) Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Calcula de forma raonada A^{55}

19.- (PAU 2005) Donades $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, troba els valors dels nombres reals a i b que fan que $A \cdot B = B \cdot A$

20.- (PAU 1998) Donada la matriu $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ utilitza la inversa B^{-1} per trobar una matriu X tal que $B \cdot X \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

21.- (PAU 2008) Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}$ pots trobar una matriu M de la forma $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & t \end{pmatrix}$ tal que $A \cdot M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$