

TEMA 2 : Polinomis

Activitats

1. Calculeu el valor numèric de cada monomi pels valors indicats:

- a) $5x^2 - 3$, quan $x = 3$
- b) $-9a^3 - 4a^2$, en el cas que $a = -1$
- c) $3x^2 - 1$, quan $x = \frac{1}{2}$
- d) $\frac{a+b}{3}$, si $a = 3$ i $b = -10$
- e) $3x^2 + 4x^3$, si $x = -2$

2. Realitzeu les següents operacions:

- a) $(6x^3 + 3x^3 + 9x^2 + x + 2) + (7x^3 + x^2 + 5x + 8) =$
- b) $(8x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 6x + 8) + (9x^5 + 3x^4 + x^3 + 4x^2 + 5x + 4) =$
- c) $(x^5 + 7x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 3x + 4) + (9x^4 + 7x^3 - 6x^2 - 6x - 1) =$
- d) $(3x^4 - 8x^3 - 4x + 5) - (6x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 7x - 11) =$
- e) $(-3x^3 + \frac{7}{4}x^2 - 2x + \frac{5}{6}) - (6x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + x - 12) =$
- f) $(2x^2 + 5x)(x^3 + 7x^2 - 3x + 4) =$
- g) $(2x^3 + 5x^2 - x + 2)(x^7 - 3x^5 + 4x^2 - x + 1) =$

3. Efectueu les operacions següents i simplifica el resultat:

- a) $(2x^2 - 1)(x + 1) + 5x(2x^2 + 3)$
- b) $(4x - 1)(2 + 3x^2) - x(5x^2 - 3x + 2)$
- c) $(x^2 + x + 1)3x - (x^2 + 2)(3x - 1)$

4. Completeu aquesta divisió:

$$\begin{array}{r}
 6x^3 - 4x^2 + 3x - 5 \quad | \quad \underline{x^2 + 3x + 1} \\
 - 6x^3 + \square x^2 - 6x \quad \quad \quad 6x - 22 \\
 \hline
 -22x^2 - 3x - 5 \\
 \quad \underline{\square x^2 + \square x - \square} \\
 \quad \quad \quad \square x - \square
 \end{array}$$

5. Calculeu les següents divisions i indica el quocient residu de cadascuna d'elles:

- a) $(4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x) : (x^2 - 3x + 1)$
- b) $(-2x^4 + 3x^3 + x - 2) : (x^2 + x)$
- c) $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x^2 + 1)$
- d) $(5x^4 - 6x^2 + 2x - 3) : (x^2 - 2)$

6. Aplicant la regla de Ruffini per calcular el quocient i el residu de les següents divisions:

- a) $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 2) : (x - 3)$
- b) $(x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x - 2)$
- c) $(3x^3 + 13x^2 + 5x) : (x + 4)$
- d) $(3x^3 - 14x^2 - 2x + 1) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$

7. Quins valors han de tenir a i b perquè es compleixin les igualtats següents:

- a) $(x - 3)(ax + b) = 2x^2 - 7x + 3$
- b) $a(x - 2) + b(2x + 1) = 13x - 1$

8. Demostreu els productes notables següents:

- a) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- b) $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

9. Desenvolpeu els següents productes notables:

- a) $(x - 3)^2$
- b) $(2x + 3)^2$
- c) $(x - 3)(x + 3)$
- d) $(-x + 1)^2$
- e) $(2x - 5)(2x + 5)$

10. Completeu les identitats següents:

- a) $x^2 + 2x + \dots = (x + 1)^2$
- b) $x^2 + \dots + 81 = (x + \dots)^2$
- c) $x^2 + 4x + \dots = (x + \dots)^2$

11. Expressen com a producte notable:

- a) $x^2 + 2x + 1$
- b) $x^2 - 6x + 9$
- c) $x^2 - 81$
- d) $4x^2 + 4x + 1$
- e) $9x^2 - 16$

12. Aplicant el triangle de Tartaglia calculeu els següents nombres combinatoris:

a) $\binom{3}{0}$

b) $\binom{5}{4}$

c) $\binom{4}{2}$

13. Calculeu la potència dels binomis següents emprant el binomi de Newton:

a) $(x + 2)^3$

b) $(x - 5)^4$

c) $(3x + 5)^3$

d) $(2x^2 - 5)^4$

e) $(x^3 + 2x)^5$

14. Calculeu les arrels enteres dels polinomis següents:

a) $2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$

b) $x^3 - 3x^2 - 16x - 48$

c) $x^4 - 1$

d) $4x^2 + 8x - 12$

e) $-x^2 + 17x - 72$

f) $3x^4 - 15x^2 + 12$

15. Busqueu expressions de la forma $(x - a)$ que siguin divisors del polinomi $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ i digues quines són les arrels

16. Calculeu, en cada cas, el valor que ha de tenir m perquè aquestes divisions siguin exactes.

a) $(x^3 - 3x^2 + mx - 2) : (x + 1)$

b) $(2x^4 - 5x^3 + mx^2 - 3) : (x - 1)$

c) $(x^4 + mx^3 - 2x^2 + 3x) : (x - 2)$

d) $(mx^2 - 7x + 3) : (x + 3)$

17. Donat el polinomi $P(x) = x(x + 3)(2x - 3)$, proveu que $P(0)$, $P(-3)$ i $P(\frac{3}{2})$ són

0. Quines són les arrels de $P(x)$?

18. Escriviu en cada cas, un polinomi que tingui per arrels els nombres donats

a) 2 i -3

b) 0 , 1 , i 2

c) 4 , 5 i -5

d) -1 i $\frac{3}{4}$

19. Trobeu el valor de k per al qual al dividir $2x^2 - kx + 2$ per $(x - 2)$ doni de residu 4 .

20. Determineu el valor de m per al que $3x^2 + mx + 4$ tingui com una de les seves arrels $x = 1$

21. Trobeu un polinomi de grau quatre que sigui divisible per $x^2 - 4$ i s'anul·li per a $x = 3$ i $x = 5$

22. Calculeu el valor de a de forma que el polinomi $x^3 - ax + 8$ tingui l'arrel $x = -2$. Trobeu les altres arrels del polinomi

23. Observeu i descomponen en factors els polinomis següents:

a) $x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 4 & 1 & -6 \\ & & 1 & 5 & 6 \\ \hline -2 & & -2 & -6 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array}$$

b) $3x^4 + 12x^3 - 21x^2 - 66x + 72$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 3 & 12 & -21 & -66 & 72 \\ & & 3 & 15 & -6 & -72 \\ \hline 2 & & 6 & 42 & 72 & \\ \hline & 3 & 21 & 36 & 0 & \\ -3 & & -9 & -36 & & \\ \hline & 3 & 12 & 0 & & \end{array}$$

24. Descomponen en factors els polinomis següents:

a) $x^2 - 6x + 5$

b) $2x^3 - 2x$

c) $x^3 + 12x^2 + 35x$

d) $3x^2 + 5x - 2$

e) $3x^4 - 15x^2 + 12$

f) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

g) $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

h) $3x^3 + 2x^2 - 27x - 18$

i) $2x^3 + 7x^2 - 7x$

j) $-x^8 + 13x^6 - 12x^5$

25. Simplifiqueu les fraccions següents:

a) $\frac{2x}{5x^2}$

c) $\frac{6x+3}{10x+5}$

e) $\frac{x^3 - x^2}{x^2 + x}$

g) $\frac{xy^2}{6xy - 3y^2}$

b) $\frac{9x}{6x-15}$

d) $\frac{2x-2}{x^2-2x-1}$

f) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

h) $\frac{2x^2-2x-12}{x^3+2x^2-16x-24}$

26. Determineu per a quin valor o per a quins valors de m es pot simplificar:

$$\frac{x^3 - 5x^2 + mx - 3}{x^2 - 2x - 3}$$

27. Reduïu a comú denominador les següents fraccions algebraiques:

a) $\frac{3x}{x-2}$, $\frac{x+1}{x^2-4}$ i $\frac{x}{x+2}$

b) $\frac{x-1}{x-4}$, $\frac{7x}{x^2-16}$ i $\frac{2x-1}{x+4}$

28. Reduïu a denominador comú per fer aquestes operacions. Simplifiqueu quan sigui possible

$$a) \frac{3}{x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x^2}$$

$$b) \frac{2}{x^3} - \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}$$

$$c) \frac{3x}{x-1} - 2x$$

$$d) \frac{3}{(x-1)^2} - \frac{1}{5x-5}$$

$$e) \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$f) \frac{2x+6}{x^2-3x} - \frac{x+5}{x^2-4x+3} =$$

$$g) \frac{x}{x^2-1} - \frac{2}{x+1}$$

$$h) \frac{1}{t} + \frac{1-t}{t^2+2t} - \frac{2}{t+2} =$$

29. Feu les operacions següents i simplifiqueu els resultats

$$a) \frac{3x}{2} : \frac{x^2}{4}$$

$$e) \frac{x}{3x+3} \cdot \frac{x^2-1}{x^3+2x^2} =$$

$$b) \frac{4x^2}{5y^2} \cdot \frac{2x^3}{y^4}$$

$$f) \frac{x}{x+1} : \frac{x^2+2x^2}{x^2-1} =$$

$$c) \left(\frac{2x^3}{y} : x^2 \right) \frac{3y}{x}$$

$$g) \frac{x^2+x+1}{x+1} : \frac{x}{x^2-1} =$$

$$d) \left(\frac{x}{x-2} : x+2 \right) \left(\frac{x^2-4}{2} \right)$$

30. El director d'un supermercat ha observat que el nombre de clients atesos cada hora per un dependent està relacionat amb la seva experiència. Ha estimat que aquest nombre es pot calcular de manera

$$C(d) = \frac{40d}{d+3}$$

en què d és el nombre de dies que fa que el dependent treballa i C és el nombre de clients atesos en una hora.

- Quants clients per hora atindrà un dependent que fa dos dies que treballa?
- El director sap que un dependent comença a ser rendible per a l'empresa quan atén 32 clients per hora. Quant passa això?
- Esbrina què passa amb el nombre de clients atesos per dependents que tenen molta experiència. Pots constatar-hi alguna característica?