

TEMA 3 : Polinomis

Activitats

1. Completeu la taula:

	$-2x^3$	$5 + 3x^4$	$2a - a^5 + 1$
Classificació			
Variables			
Grau			

2. Calculeu el valor numèric de cada monomi pels valors indicats:

- $5x^2 - 3$, quan $x = 3$
- $-9a^3 - 4a^2$, en el cas que $a = -1$
- $3x^2 - 1$, quan $x = \frac{1}{2}$
- $\frac{a + b}{3}$, si $a = 3$ i $b = -10$
- $3x^2 + 4x^3$, si $x = -2$

3. Demostreu els productes notables següents:

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

4. Desenvolpeu els següents productes notables:

- $(x - 3)^2$
- $(2x + 3)^2$
- $(x - 3)(x + 3)$
- $(-x + 1)^2$
- $(2x - 5)(2x + 5)$

5. Completeu les identitats següents:

- $x^2 + 2x + \dots = (x + 1)^2$
- $x^2 + \dots + 81 = (x + \dots)^2$
- $x^2 + 4x + \dots = (x + \dots)^2$

6. Expresseu com a producte notable:

- $x^2 + 2x + 1$
- $x^2 - 6x + 9$
- $x^2 - 81$
- $4x^2 + 4x + 1$
- $9x^2 - 16$

7. Calculeu la potència dels binomis següents emprant el binomi de Newton:

- a) $(x + 2)^3$
- b) $(x - 5)^4$
- c) $(3x + 5)^3$
- d) $(2x^2 - 5)^4$
- e) $(x^3 + 2x)^5$

8. Realitzeu les següents operacions:

- a) $(6x^3 + 3x^3 + 9x^2 + x + 2) + (7x^3 + x^2 + 5x + 8) =$
- b) $(8x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 6x + 8) + (9x^5 + 3x^4 + x^3 + 4x^2 + 5x + 4) =$
- c) $(x^5 + 7x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 3x + 4) + (9x^4 + 7x^3 - 6x^2 - 6x - 1) =$
- d) $(3x^4 - 8x^3 - 4x + 5) - (6x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 7x - 11) =$
- e) $(-3x^3 + \frac{7}{4}x^2 - 2x + \frac{5}{6}) - (6x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + x - 12) =$
- f) $(2x^2 + 5x)(x^3 + 7x^2 - 3x + 4) =$
- g) $(2x^3 + 5x^2 - x + 2)(x^7 - 3x^5 + 4x^2 - x + 1) =$

9. Efectueu les operacions següents i simplifica el resultat:

- a) $(2x^2 - 1)(x + 1) + 5x(2x^2 + 3)$
- b) $(4x - 1)(2 + 3x^2) - x(5x^2 - 3x + 2)$
- c) $(x^2 + x + 1)3x - (x^2 + 2)(3x - 1)$

10. Completeu aquesta divisió:

$$\begin{array}{r}
 6x^3 - 4x^2 + 3x - 5 \quad | \quad \underline{x^2 + 3x + 1} \\
 - 6x^3 + \square x^2 - 6x \\
 \hline
 -22x^2 - 3x - 5 \\
 \square x^2 + \square x - \square \\
 \hline
 \square x - \square
 \end{array}$$

11. Calculeu les següents divisions i indica el quocient residu de cadascuna d'elles:

- a) $(4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x) : (x^2 - 3x + 1)$
- b) $(-2x^4 + 3x^3 + x - 2) : (x^2 + x)$
- c) $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x^2 + 1)$
- d) $(5x^4 - 6x^2 + 2x - 3) : (x^2 - 2)$

12. Aplicant la regla de Ruffini per calcular el quocient i el residu de les següents divisions:

- a) $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 2) : (x - 3)$
- b) $(x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x - 2)$
- c) $(3x^3 + 13x^2 + 5x) : (x + 4)$

13. Calculeu les arrels enteres dels polinomis següents:

- a) $2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$
- b) $x^3 - 3x^2 - 16x - 48$
- c) $x^4 - 1$
- d) $4x^2 + 8x - 12$
- e) $-x^2 + 17x - 72$
- f) $3x^4 - 15x^2 + 12$

14. Busqueu expressions de la forma $(x - a)$ que siguin divisors del polinomi $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ i digues quines són les arrels

15. Calculeu, en cada cas, el valor que ha de tenir m perquè aquestes divisions siguin exactes.

- a) $(x^3 - 3x^2 + mx - 2) : (x + 1)$
- b) $(2x^4 - 5x^3 + mx^2 - 3) : (x - 1)$
- c) $(x^4 + mx^3 - 2x^2 + 3x) : (x - 2)$
- d) $(mx^2 - 7x + 3) : (x + 3)$

16. Donat el polinomi $P(x) = x(x + 3)(2x - 3)$, proveu que $P(0)$, $P(-3)$ i $P(\frac{3}{2})$ són

0. Quines són les arrels de $P(x)$?

17. Escriviu en cada cas, un polinomi que tingui per arrels els nombres donats

- a) 2 i -3
- b) 0 , 1 , i 2
- c) 4 , 5 i -5
- d) -1 i $\frac{3}{4}$

18. Trobeu el valor de k per al qual al dividir $2x^2 - kx + 2$ per $(x - 2)$ doni de residu 4 .

19. Determineu el valor de m per al que $3x^2 + mx + 4$ tingui com una de les seves arrels $x = 1$

20. Trobeu un polinomi de grau quatre que sigui divisible per $x^2 - 4$ i s'anul·li per a $x = 3$ i $x = 5$

21. Calculeu el valor de a de forma que el polinomi $x^3 - ax + 8$ tingui l'arrel $x = -2$. Trobeu les altres arrels del polinomi

22. Observeu i descomponeu en factors els polinomis següents:

a) $x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & 1 & -6 \\ 1 & & & & \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \\ -2 & & -2 & -6 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array}$$

b) $3x^4 + 12x^3 - 21x^2 - 66x + 72$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 12 & -21 & -66 & 72 \\ 1 & & & & & \\ \hline & 3 & 15 & -6 & -72 & 0 \\ 2 & & 6 & 42 & 72 & \\ \hline & 3 & 21 & 36 & 0 & \\ -3 & & -9 & -36 & & \\ \hline & 3 & 12 & 0 & & \end{array}$$

23. Descomponeu en factors els polinomis següents:

a) $x^2 - 6x + 5$

b) $2x^3 - 2x$

c) $x^3 + 12x^2 + 35x$

d) $3x^2 + 5x - 2$

e) $3x^4 - 15x^2 + 12$

f) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

g) $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

h) $3x^3 + 2x^2 - 27x - 18$

i) $2x^3 + 7x^2 - 7x$

j) $-x^8 + 13x^6 - 12x^5$

24. Simplifiqueu les fraccions següents:

a) $\frac{2x}{5x^2}$

c) $\frac{6x+3}{10x+5}$

e) $\frac{x^3 - x^2}{x^2 + x}$

g) $\frac{xy^2}{6xy - 3y^2}$

b) $\frac{9x}{6x-15}$

d) $\frac{2x-2}{x^2 - 2x - 1}$

f) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

h) $\frac{2x^2 - 2x - 12}{x^3 + 2x^2 - 16x - 24}$

25. Reduïu a comú denominador les següents fraccions algebraiques:

a) $\frac{3x}{x-2}$, $\frac{x+1}{x^2-4}$ i $\frac{x}{x+2}$

b) $\frac{x-1}{x-4}$, $\frac{7x}{x^2-16}$ i $\frac{2x-1}{x+4}$

26. Reduïu a denominador comú per fer aquestes operacions. Simplifiqueu quan sigui possible

$$a) \frac{3}{x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x^2}$$

$$b) \frac{2}{x^3} - \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}$$

$$c) \frac{3x}{x-1} - 2x$$

$$d) \frac{3}{(x-1)^2} - \frac{1}{5x-5}$$

$$e) \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$f) \frac{2x+6}{x^2-3x} - \frac{x+5}{x^2-4x+3} =$$

$$g) \frac{x}{x^2-1} - \frac{2}{x+1}$$

$$h) \frac{1}{t} + \frac{1-t}{t^2+2t} - \frac{2}{t+2} =$$

27. Feu les operacions següents i simplifiqueu els resultats

$$a) \frac{3x}{2} : \frac{x^2}{4}$$

$$b) \frac{4x^2}{5y^2} \cdot \frac{2x^3}{y^4}$$

$$c) \left(\frac{2x^3}{y} : x^2 \right) \frac{3y}{x}$$

$$d) \left(\frac{x}{x-2} : x+2 \right) \left(\frac{x^2-4}{2} \right)$$

$$e) \frac{x}{3x+3} \cdot \frac{x^2-1}{x^3+2x^2} =$$

$$f) \frac{x}{x+1} : \frac{x^2+2x^2}{x^2-1} =$$

$$g) \frac{x^2+x+1}{x+1} : \frac{x}{x^2-1} =$$