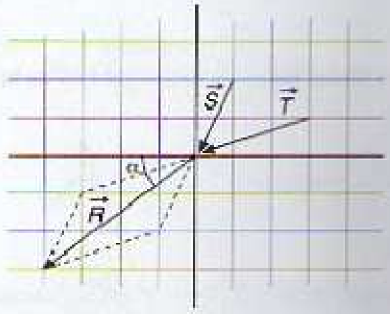
Exercicis UNITAT 1

1. Sobre la cadira actuen les forces $\vec{S}$ i $\vec{T}$. Determina gràficament el mòdul, la direcció iel sentit de la força $\vec{R}$ resultant.



$\vec{S} = -(100\vec{i} + 200\vec{j})$ N

$\vec{T} = -(300\vec{i} + 100\vec{j})$ N

$\vec{R} = -(400\vec{i} + 300\vec{j})$ N

$\vec{R} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \text{ N} = \mathbf{0{,}5\ kN}$

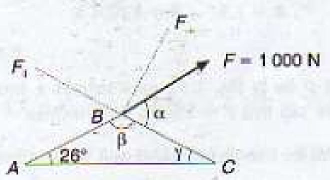
$\alpha = \text{arc tg}\,\dfrac{300}{400} = \mathbf{36{,}87°}$

2. El pistó AB de la figura exerceix una força de 1000N per aixecar la caixa. Descompon aquesta força segons les dues direccions, una paral·lela a BC i l'altre perpendicular.

$\alpha + \beta = 180°$ (1)

$AC = 150$ mm

$AB = 85$ mm



Per trobar les projeccions ⊥ i ∥ hem de trobar l'angle α. Aplicant el teorema del cosinus, tindrem que:

$$\overline{BC} = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 26°}$$

Operant, $BC = 82{,}5$ mm.

Si apliquem ara el teorema del sinus, tindrem que:

$$\frac{\sin 26°}{BC} = \frac{\sin \gamma}{AB}$$

d'on $\sin \gamma = \dfrac{AB}{BC} \cdot \sin 26°$

$$\sin \gamma = 0{,}4517 \rightarrow \gamma = 26{,}85°$$

Llavors, $26° + 26{,}85° + \beta = 180° \rightarrow \beta = 127{,}15°$

I de l'expressió (1) $\alpha + \beta = 180°$, $\alpha = \mathbf{52{,}85°}$.

Així doncs,

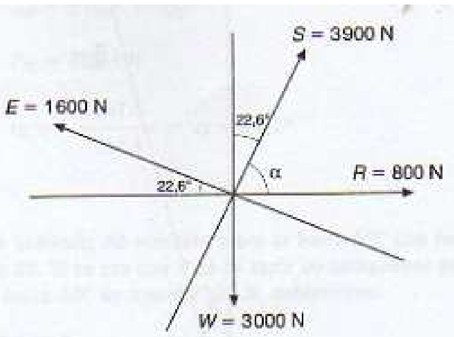
$$F_{\parallel} = F \cdot \cos \alpha \rightarrow F_{\parallel} = 1\,000 \text{ N} \cdot \cos 52{,}8°$$

$$\mathbf{F_{\parallel} = 604{,}6\ N}$$

$$F_{\perp} = F \sin \alpha \rightarrow F_{\perp} = 1\,000 \text{ N} \cdot \sin 52{,}8°$$

$$\mathbf{F_{\perp} = 796{,}5\ N}$$

3. Tenim aplicades sobre el coet de la figura les forces $\vec{W}, \vec{R}, \vec{S}\ i\ \vec{E}$. $\vec{W}$ representa el pes del coet i val 3000 N; $\vec{R}$ la força passiva de l'aire, amb un valor de 800 N; $\vec{S}$ correspon a la força de sustentació del coet i val 3900 N; finalment, $\vec{E}$ representa l'empenta que fan els motors del coet, amb un valor de 1600 N. Calcula la resultant de les forces $\vec{W}, \vec{R}, \vec{S}\ i\ \vec{E}$. si la inclinació del coet és de α= 22,6°.



$\alpha = 90° - 22{,}6° = 67{,}4°$

$$S \begin{cases} S_x = S \cdot \cos\alpha = 3\,900 \cdot \cos 67{,}4° = 1498{,}7 \text{ N} \\ S_y = S \cdot \sin\alpha = 3\,900 \cdot \sin 67{,}4° = 3\,600{,}5 \text{ N} \end{cases}$$

$$R \,\{\, R_x = 800 \text{ N}$$

$$E \begin{cases} E_x = -E \cdot \cos 22{,}6° = -1477 \text{ N} \\ E_y = E \cdot \sin 22{,}6° = 614{,}8 \text{ N} \end{cases}$$

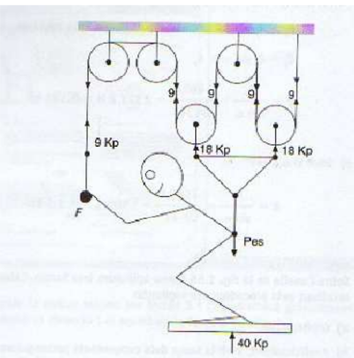
$$W \,\{\, R_y = -3\,000 \text{ N}$$

$$\text{Resultant } \vec{F} \begin{cases} F_x = S_x + R_x + E_x = 1498{,}7 + 800 - 1477 = 821{,}7 \text{ N} \\ F_y = S_y + E_y + R_y = 3\,600{,}5 + 614{,}8 - 3\,000 = 1215{,}3 \text{ N} \end{cases}$$

$$|F| = \sqrt{821{,}7^2 + 1\,215{,}3^2} = 1467 \text{ N} = \mathbf{1{,}467 \text{ kN}}$$

$$\text{Direcció } \alpha = \text{arctg}\,\frac{1\,215{,}3}{821{,}7} = \mathbf{55{,}95°}$$

4. A la figura , la bascula *a* només pot pesar un màxim de 50 kp i el dinamòmetre no pot mesurar forces superiors als 100N. Quant pesa l'home de la figura si el dinamòmetre indica 9 kp i la bàscula 40 kp?



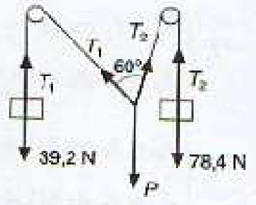
Pes = 9 + 18 + 18 + 40 = 85 kp

P = 85 kp = **833 N**

5. A través d'un cable i dues politges es disposen tres cossos segons indica la figura. Determineu el valor de la massa *m* per tal que el sistema es mantingui en equilibri.

Si considerem els cossos 1 i 2 tenim que:

$$\begin{cases} T_1 = 39{,}2\ \text{N} \\ T_2 = 78{,}4\ \text{N} \end{cases}$$

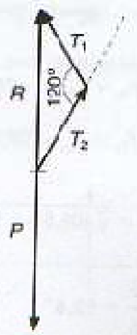


Fent el polígon de forces $R = P$ i aplicant teorema del cosinus:

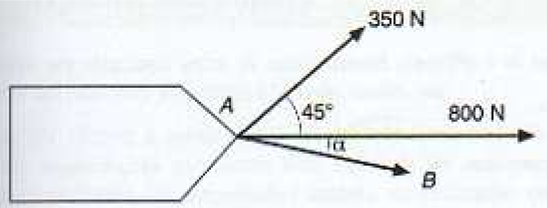
$$R = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 - 2\,T_1 T_2 \cos\alpha}$$

$$R = \sqrt{(39.2\ \text{N})^2 + (78{,}4\ \text{N})^2 - 2\cdot 39{,}2\ \text{N}\cdot 78{,}4\ \text{N}\cdot \cos\ 120°}$$

$P = 103{,}7\ \text{N} \rightarrow R = P = mg$, d'on $\mathbf{m = 10{,}6\ kg}$



6. Una barca es mou amb velocitat constant quan és estirada per dues cordes AB i AC, tal com s'indica en la figura. Si se sap que la resultant té un mòdul de 800 N en la direcció del moviment, determineu el valor de la tensió de la corda AB i l'angle que forma amb l'horitzontal.



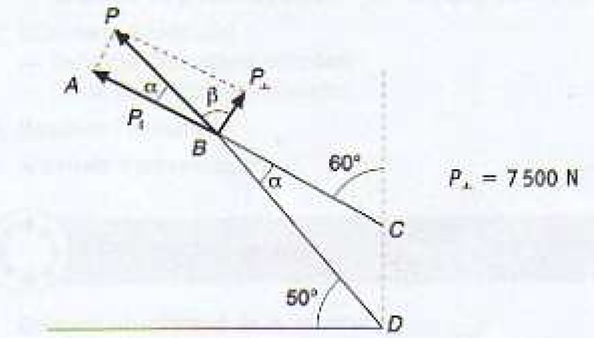
A l'eix (*x*),

$$350\ \text{N}\cdot\cos 45° + T_{ABx} = 800\ \text{N}$$

A l'eix (*y*),

$$350\ \text{N}\cdot\sin 45° = T_{ABy}$$

7. El cilindre hidràulic BD exerceix una força P sobre la barra ABC en la direcció BD. Si se sap que P ha de tenir un component perpendicular a la barra ABC de mòdul 7500 N, determineu:
   a. El mòdul de P.
   b. El mòdul del component paral·lel a la barra ABC.



$P_\perp = 7\,500$ N

a) Del triangle *BCD* es pot deduir que:

$$\alpha + 120° + 40° = 180°$$
$$\boldsymbol{\alpha = 20°}$$

i també tenim que $\alpha + \beta = 90°$, llavors:

$$\boldsymbol{\beta = 70°}$$

Tenim doncs que:

$$P_\perp = P \cdot \sin\alpha \rightarrow P = \frac{P_\perp}{\sin\alpha} \rightarrow \boldsymbol{P = 21\,928{,}5\ \text{N}}$$

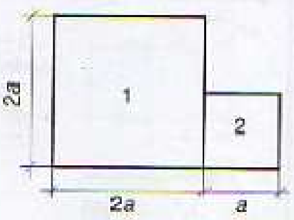
b) $P_\parallel = P \cdot \cos\alpha \rightarrow \boldsymbol{P_\parallel = 20\,606\ \text{N}}$

8. La placa de la figura és homogènia. Si *a*=200 mm, determineu les coordenades x i y del seu centre d'inèrcia.

Com que les plaques són homogènies i del mateix material,

$$m_1 = \sigma \cdot 4a^2$$
$$m_2 = \sigma \cdot a^2$$

on σ és la densitat de massa superficial.



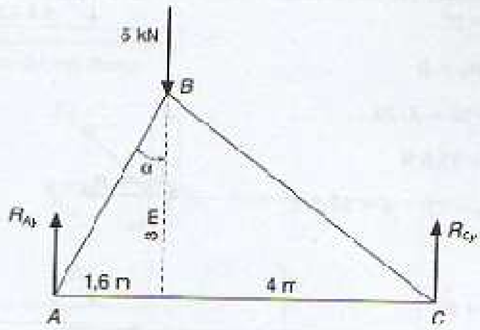
Centre de masses 1:

Per simetria $\begin{cases} x_1 = a \\ y_1 = a \end{cases}$

Centre de masses 2:

Per simetria $\begin{cases} x_2 = 2a + \dfrac{a}{2} = \dfrac{5}{2}a \\ y_2 = \dfrac{a}{2} \end{cases}$

9. Determineu l'esforç que suporta cada una de les barres de l'estructura següent. Indiqueu el tipus d'esforç: (*tracció o compressió*).



Càlcul de reaccions:

Com que el suport en C és de rodes, no suporta forces horitzontals, així que:

$$R_{CX} = 0 \text{ i per tant, } R_{AX} = 0$$

També hem de considerar que:

$$R_{Ay} + R_{Cy} = 5 \text{ kN}$$

i aplicant moments respecte de A, $\sum_A M = 0$, llavors,

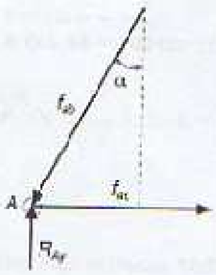
$$5 \text{ kN} \cdot \overline{AB} \cdot \sin\alpha = R_{Cy} \cdot \overline{AC} \cdot \sin 90°$$

$$5 \text{ kN} \cdot \overline{AB} \cdot \frac{1.6 \text{ m}}{\overline{AB}} = R_{Cy} \cdot 5,6 \text{ m} \cdot 1$$

$$R_{Cy} = 1,43 \text{ kN}$$

Llavors tenim que $R_{Ay} = 3,57$ kN

Estudi dels nusos:

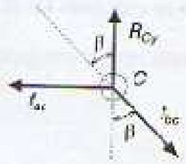


$R_{Ay} = f_{ab} \cdot \cos\alpha$, on $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 - 1.6^2}}$

$\cos\alpha = 0,8824$

$f_{ab} = \frac{R_{Ay}}{\cos\alpha}$

$f_{ab} = 4,05$ kN



$R_{Cy} = f_{bc} \cdot \cos\beta$, on $\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$

$\cos\beta = 0,6$

$f_{bc} = 2.38$ N

A més $f_{ac} = f_{bc} \sin\beta$, on $\sin\beta = 0,8$

$f_{ac} = 1,90$ kN

Comprovació:

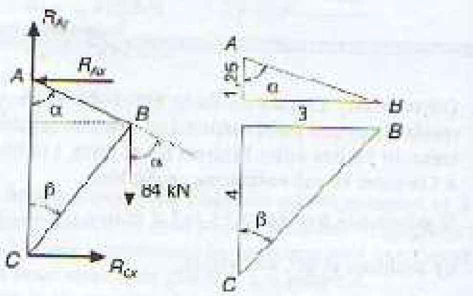
$f_{ab}\cdot\cos\alpha + f_{bc}\cdot\cos\beta = 3{,}57\ \text{kN} + 1{,}43\ \text{kN} = 5$

$$\left.\begin{array}{l} f_{ab}\cdot\sin\alpha = 1{,}90\ \text{kN} \\ f_{bc}\cdot\sin\beta = 1{,}90\ \text{kN} \end{array}\right\}$$

BARRA $\overline{AB}$ → COMPRESSIÓ   BARRA $\overline{BC}$ → COMPRESSIÓ

BARRA $\overline{AC}$ → TRACCIÓ

10. Determineu l’esforç que suporta cada una de les barres de l’estructura següent. Indiqueu el tipus d’esforç: (*tracció o compressió*).



Càlcul de reaccions:

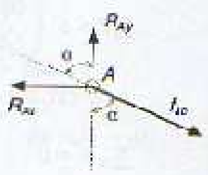
$\sum F = 0$	$\sum_A M = 0$
(x) $R_{Ax} = R_{Cx}$ (1)	$R_{Cx}\cdot 5{,}25\ \text{m} = 84\ \text{kN}\cdot AB\cdot\sin\alpha$
(y) $R_{Ay} = 84\ \text{kN}$ (2)	$R_{Cx}\cdot 5{,}25\ \text{m} = 84\ \text{kN}\cdot AB\cdot\dfrac{3}{AB}$
	$R_{Cx} = 48\ \text{kN}$ i per tant de (1) $R_{Ax} = 48\ \text{kN}$

$R_C = R_{Cx} = 48\ \text{kN}$

$R_A = \sqrt{48^2 + 84^2}$ $R_A = 96{,}75\ \text{N}$

- Estudi dels nusos (forces a les barres AB i CB).

Nus A:

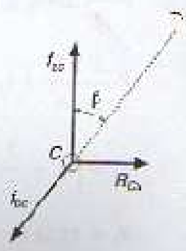


$R_{Ay} = f_{ab}\cdot\cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{1{,}25}{\sqrt{3^2 + 1{,}25^2}} = 0{,}385$

$f_{ab} = 218{,}4\ \text{kN}$

Nus C:



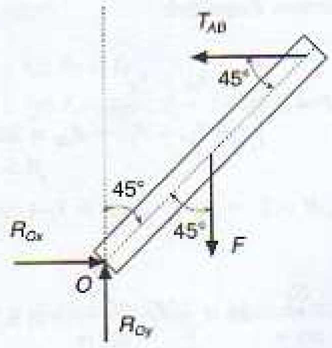
$R_{Cx} = f_{bc}\cdot\cos\beta$

$\cos\beta = \dfrac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0{,}8$

$f_{bc} = 60\ \text{kN}$

11. La barra CB està articulada a la paret vertical a C i es manté en equilibri gràcies al cable AB. Determina la força que el cable fa sobre la barra en aplicar la força vertical F = 180 N al mig de la barra.

Fem el DCL de la barra on L és la longitud de la barra.



Si apliquem la condició d'equilibri, i calculem moments des de O,

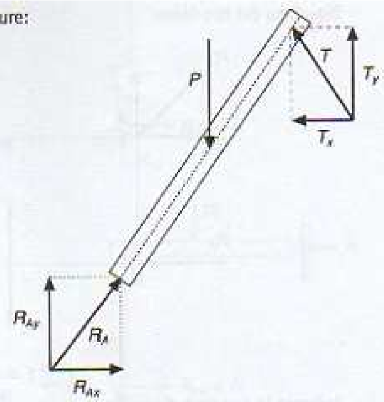
$$\sum_O M = 0;\ T_{AB} \cdot L \cdot \sin 45° = F \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin 45°$$

$$T_{AB} = \frac{F}{2}$$

$$\mathbf{T_{AB} = 90\ N}$$

12. Una barra AB homogènia de 600 N de pes, descansa a la cantonada A i l'altre extrem se subjecta a la corda BD. Realitzeu el diagrama del cos lliure da la barra i determineu la reacció en A i la tensió de la corda BD.

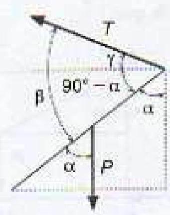
a) Diagrama del cos lliure:



$P = 600$ N

b) Tensió de la corda i reacció en A.

Aplicant les condicions d'equilibri $\begin{cases} \sum F = 0 \\ \sum_A M = 0 \end{cases}$ es poden fer les consideracions següents:



$$\sum_A M = 0 \quad P \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha = T \cdot L \cdot \sin \beta$$

Només falta determinar els angles α i β:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{6}{4{,}5} \rightarrow \alpha = 53{,}13°$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Per la geometria es veu que } \beta = (90° - \alpha) + \gamma \\ \text{on tg}\,\gamma = \dfrac{2{,}5}{6} \rightarrow \gamma = 22{,}62°\end{array}\right\} \beta = 59{,}49°$$

Per tant, $T = \frac{P}{2} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

$T = 278{,}6$ **N**

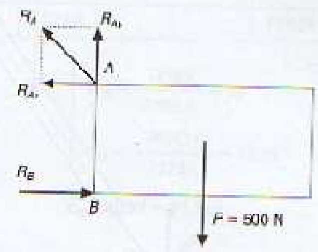
Per calcular la reacció en A:

$$\sum F = 0 \rightarrow \begin{cases} (x)\ R_{AX} = T_X;\ R_{AX} = T \cdot \cos\gamma \\ (y)\ R_{AY} + T_Y = P;\ R_{AY} = P - T \cdot \sin\gamma \end{cases}$$

$$\text{Calculant:} \quad \left.\begin{array}{l} R_{AX} = 257{,}2 \text{ N} \\ R_{AY} = 492{,}8 \text{ N}\end{array}\right\} R_A = 555{,}9 \text{ N}$$

13. Una planxa rectangular de 500 N de pes ha de romandre en equilibri gràcies als suports A i B. Realitzeu el diagrama del cos lliure i determineu les reaccions als suports A i B.

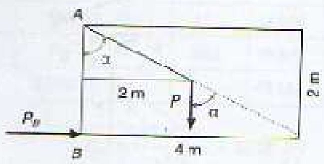
Diagrama del cos lliure:



$$\text{Aplicant la condició d'equilibri} \begin{cases} \sum F = 0 \\ \sum_A M = 0 \\ \text{(prenem moments respecte de } A) \end{cases}$$

$$\text{De } \sum F = 0 \begin{cases} (x)\ R_{AX} = R_B \\ (y)\ R_{AY} = P = 500 \text{ N} \end{cases}$$

De $\sum_A M = 0$ tenim que:

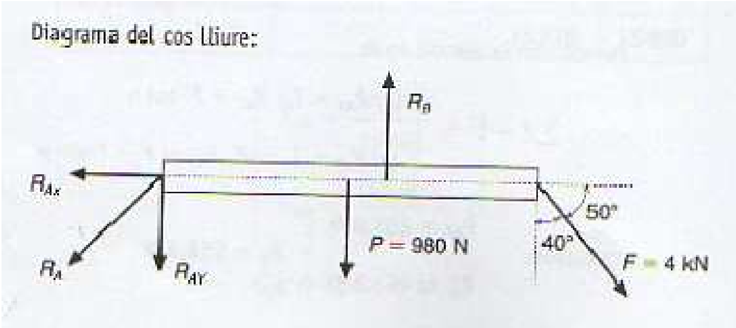


$$P \cdot \sqrt{5} \cdot \sin\alpha = R_B \cdot 2 \cdot \sin 90°$$

d'on $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$P \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = R_B \cdot 2 \rightarrow R_B = P \rightarrow \left.\begin{array}{l} R_B = 500 \text{ N} \\ R_{AX} = 500 \text{ N} \\ R_{AY} = 500 \text{ N}\end{array}\right\} R_A = 500\sqrt{2} \text{ N}$$

14. Una biga uniforme de 1000 kg és aguantada pels suports A i B, i rep una força inclinada de 4 kN al seu extrem C, tal com es mostra a la figura. Realitzeu el diagrama del cos lliure i determineu el valor de les reaccions en A i B.



Reaccions en A i B:

Aplicant les condicions d'equilibri:

$$\sum F = 0 \begin{cases} (x)\ R_{AX} = F \cdot \sin 40° \rightarrow \mathbf{R_{AX} = 2\,571{,}2\ N} \\ (y)\ R_B = R_{AY} + P + F \cdot \cos 40° \end{cases}$$

$$\sum_A M = 0 \rightarrow P \cdot \frac{L}{2} + F \cdot L \cdot \sin 50° = R_B \cdot 3$$

9800

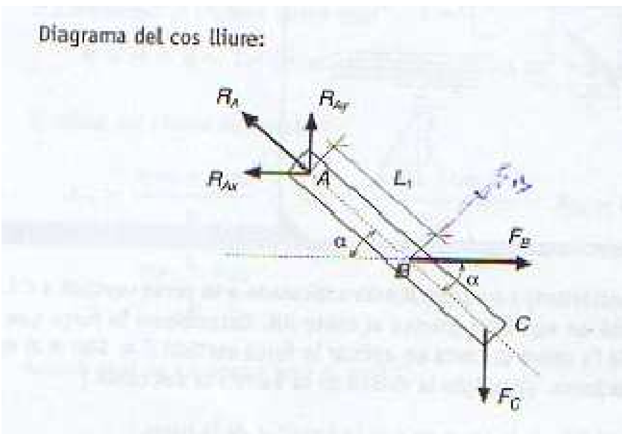
$$R_B = \frac{980\ \text{N} \cdot 2{,}5\ \text{m} + 4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot \sin 50°}{3}$$

$\mathbf{R_B = 5\,923{,}6\ N}$ 13,27 kN

$\mathbf{R_{AY} = 1\,879{,}4\ N}$

$\mathbf{R_A = 3\,184{,}9\ N}$

15. Una barra AC de massa negligible s'aguanta gràcies al suport en A i a una vareta horitzontal llisa en el punt B. Realitzeu el diagrama del cos lliure de la barra i determineu les reaccions en A i en C quan se li aplica una força vertical de 200 N al seu extrem C.



Aplicant condicions d'equilibri:

$$\sum F = 0 \begin{cases} (x)\ R_{AX} = F_B \\ (y)\ R_{AY} = F_C \rightarrow \mathbf{R_{AY} = 200\ N}\ ^{(1)} \end{cases}$$

$$\sum_A M = 0 \rightarrow F_B \cdot L_1 \cdot \sin\alpha = F_C \cdot L \cdot \sin(90^\circ - \alpha)$$

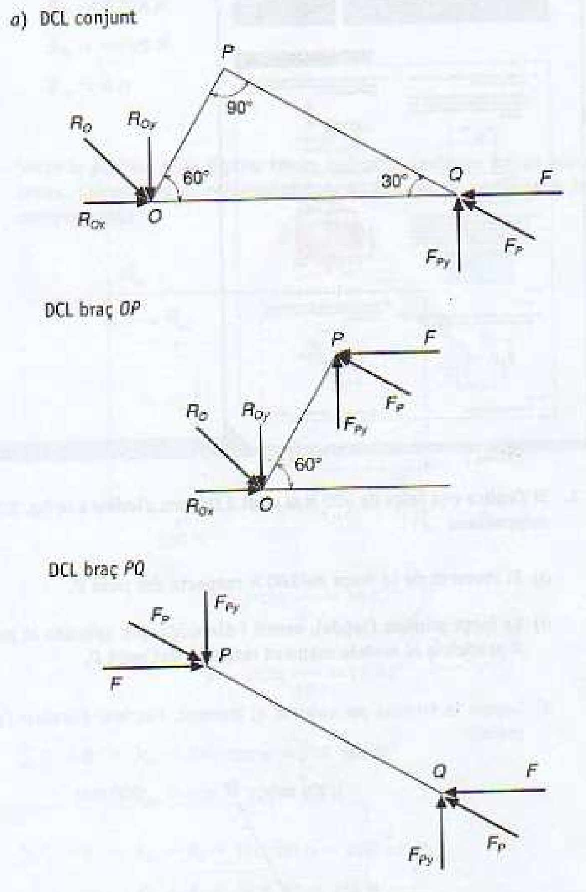
$$F_B \cdot \frac{20}{\sin\alpha} \cdot \sin\alpha = F_C \cdot \frac{35}{\cos\alpha} \cdot \cos\alpha$$

$$F_B = F_C \cdot \frac{35}{20} \rightarrow \mathbf{F_B = 350\ N}$$

$$\mathbf{R_{AX} = 350\ N}\ ^{(2)}$$

De (1) i (2): $\mathbf{R_A = 403{,}1\ N}$

16. El robot articulat de la figura es controla mitjançant dos actuadors situats a les articulacions O i P. Per a la configuració de la figura:
    a. Realitzeu el diagrama del cos lliure del conjunt i de cadascun dels dos braços.
    b. Determineu els moments que han de proporcionar els actuadors per tal de mantenir l'equilibri, quan el punt Q hi actua una força de 250 N.



• F_{Py} és la força realitzada per l'actuador P.

b) Si $F = 250$ N, calculem quan ha de ser el moment respecte a O.

Si tenim en compte $\sum_O M = 0$, llavors (considerem la barra OP):

$$M_O = F \cdot \overline{OP} \cdot \sin 60° + F_{PY} \cdot \overline{OP} \cdot \sin 30°$$

$$M_O = 250 \text{ N} \cdot 0{,}8 \text{ m} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + F_{PY} \cdot 0{,}8 \text{ m} \cdot \frac{1}{2} \quad (1)$$

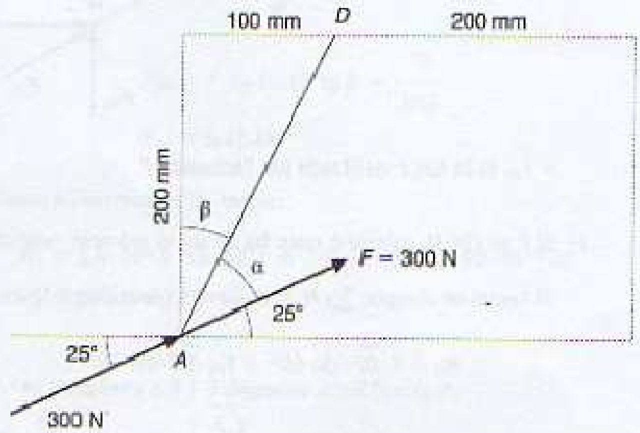
Per determinar F_{PY} considerem que,

llavors $\text{tg } 30° = \dfrac{F_{PY}}{F}$, per tant

$$\mathbf{F_{PY} = 144{,}34 \text{ N}}$$

17. Si s'aplica una força de 300 N al punt A, determineu:
    a. El moment de la força de 300 N respecte del punt D.
    b. La força mínima (mòdul, sentit i direcció) que aplicada al punt B produiria el mateix moment respecte el punt D.

a) Segons la fórmula per calcular el moment, hauríem d'avaluar l'expressió:



(1) $M_D = F \cdot \overline{AD} \cdot \sin \alpha$, on $F = 300$ N

Ens cal, però, determinar $\overline{AD}$ i $\sin \alpha$.

$$\overline{AD} = \sqrt{100^2 + 200^2} \qquad \mathbf{\overline{AD} = 223{,}61 \text{ mm}}$$

Segons la figura, $\beta + \alpha + 25° = 90°$ i l'angle β es troba fàcil

tenint en compte que $\text{tg } \beta = \dfrac{100}{200} \rightarrow \beta = 26{,}57°$, per la

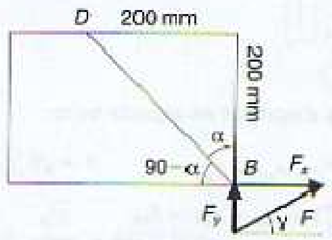
cosa, $\alpha = 38{,}43°$.

Si anem a l'expressió (1):

M_D = 300 N · 0,22 m · sin 38,43°

M_D = **41,0 N·m**

b)



- El sentit de gir que provoca el moment en el cas de l'apartat és antihorari. Per a que la força sigui mínima, els dos com nents han de provocar un gir en el mateix sentit, tal com s'i ca en el gràfic.

- Tenim, doncs, que:

$$\sin \alpha = \frac{200\ \text{mm}}{DB}$$

$$\sin (90° - \alpha) = \frac{200\ \text{mm}}{DB}$$

$$M_D = F_X \cdot DB \cdot \sin (90° - \alpha) + F_Y \cdot DB \cdot \sin \alpha$$

Per tant, $M_D = F_X \cdot 0{,}2\ \text{m} + F_Y \cdot 0{,}2\ \text{m}$, i també

$$M_D = (F \cdot \cos \gamma) \cdot 0{,}2\ \text{m} + (F \cdot \sin \gamma) \cdot 0{,}2\ \text{m}$$

$$F = \frac{41\ \text{N·m}}{0{,}2\ \text{m}} \cdot \frac{1}{(\cos \gamma + \sin \gamma)}$$

$$F = \frac{205\ \text{N}}{(\cos \gamma + \sin \gamma)}$$

La força *F* és mínima quan l'expressió (cos γ + sin γ) sigui mà ma. Es pot demostrar per optimització que aquesta situació dóna quan γ = 45°, per tant:

F = 145,0 N

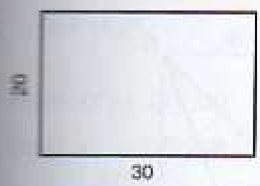
18. El sòlid pla de la figura està format per dues plaques quadrades soldades entre si. La placa B té una massa que és tres vegades la de A, $m_B = 3\ m_A$. Quin dels punts indicats P, O, Q i B és el centre de masses, del sòlid? Justifica la teva resposta.

Com que $m_B > m_A$, el centre de gravetat ha d'estar desplaçat cap a Això descarta els punts *P* i *O*.

El punt *B* també s'ha d'eliminar, ja que correspon al centre de gravet del cos *B* si estigués sol.

Per tant, el centre de gravetat es correspon amb el punt *Q*.

19. Determina les coordenades x i y del centroide de la figura plana representada a continuació.

		Àrees	X_{CdG}	Y_{CdG}
1		$A_1 = 100\ \text{mm}^2$	$20/3$	$20 + \dfrac{20}{3}$
2		$A_2 = 600\ \text{mm}^2$	15	10
3		$A_3 = 157{,}1\ \text{mm}^2$	$40/3\pi$	10

$$X_{CdG} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3}{M}$$

Si σ és la densitat superficial, $\sigma = \dfrac{M}{A}$

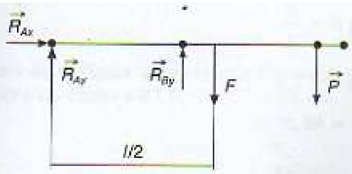
$$X_{CdG} = \frac{\sigma\ (A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3)}{\sigma\ (A_1 + A_2 + A_3)}$$

X_{CdG} **= 12,06 mm**

$$Y_{CdG} = \frac{(A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3)}{(A_1 + A_2 + A_3)}$$

Y_{CdG} **= 11,94 mm**

20. Un home de 80 kp de pes se situa a la palanca de la figura. Sabent que la palanca té un pes lineal de 30 kp/m, calcula les reaccions a A i B.



$P = 80\ \text{kp} = 784\ \text{N}$

$F = 30\ \dfrac{\text{kp}}{\text{m}} \cdot 3{,}5\ \text{m} = 105\ \text{kp} = 1\,029\ \text{N}$

$\dfrac{l}{2} = \dfrac{3{,}5}{2} = 1{,}75\ \text{m}$

$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} = 0$

$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_{By} = F + P = 1029 + 784 = 1813\ \text{N}$

$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{By} \cdot 1{,}5 - F \cdot \dfrac{l}{2} - P \cdot 3 = 0\ [\text{N·m}]$

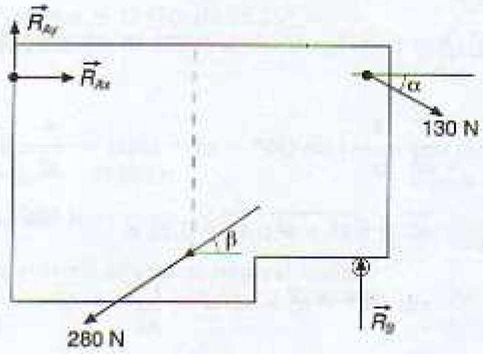
$R_{By} \cdot 1{,}5 = 1029 \cdot 1{,}75 + 784 \cdot 3 = 4\,152{,}75\ \text{N·m}$

$\boldsymbol{R_{By} = 2\,768\ \text{N}}$

$\boldsymbol{R_{Ay} = -995\ \text{N}}$

$\boldsymbol{R_{Ax} = 0\ \text{N}}$

21. Sobre la platina de la figura, tenim aplicades les dues forces indicades. Calcula les reaccions a B i A. El frec en el contacte B és menyspreable.



$$\alpha = \text{arctg}\,\frac{3}{4} = 36{,}87°$$

$$\beta = \text{arctg}\,\frac{5}{12} = 22{,}62°$$

$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} + 130 \cdot \cos\alpha = 208 \cdot \cos\beta$

$R_{Ax} = 192 - 104 = 88\ \text{N}$

$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_B = 130 \cdot \sin\alpha + 208 \cdot \sin\beta$

$R_{Ay} + R_B = 78 + 80 = 158\ \text{N}$

$\sum M_A = 0 \rightarrow 130 \cdot \sin\alpha \cdot 80 + 208 \cdot \cos\beta \cdot 50 + 208 \cdot \sin\beta \cdot 40 =$
$= R_B \cdot 80$ [N·cm]

$$R_B = \frac{6\,240 + 9\,600 + 3\,200}{80} = \mathbf{238\ N}$$

$R_{Ay} = \mathbf{-80\ N} \leftarrow$ sentit contrari al suposat

$R_{Ax} = \mathbf{88\ N}$

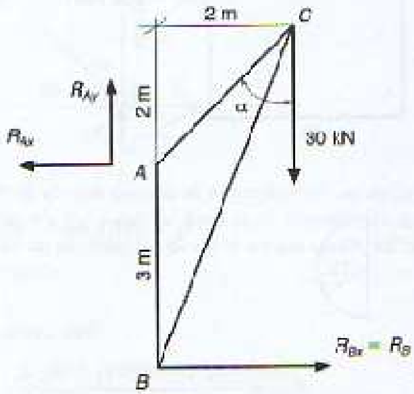
22. Determineu el valor de les reaccions A i B i les forces i els tipus d'esforç que suporten les barres AB, AC i CB de l'estructura següent.

- Càlcul de reaccions:

$$\sum F = 0 \begin{cases} (y)\ R_{AY} = 30\ \text{kN}\ ;\ R_{BY} = 0 \\ (x)\ R_{AX} = R_{BX} \end{cases}$$

$$\sum_A M = 0$$

$$R_{BX} \cdot 3\ \text{m} = 30\ \text{kN} \cdot \overline{AC} \cdot \sin\alpha$$



De la geometria del problema es pot deduir que,

$$\sin \alpha = \frac{2}{\overline{AC}}, \text{ així que,}$$

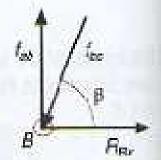
$$R_{BX} = 30 \text{ kN} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\mathbf{R_{BX} = 20\ kN \rightarrow R_{AX} = 20\ kN}$$

- Estudi dels nusos:

De la geometria de l'enunciat,

a) $f_{bc} = \dfrac{R_{BX}}{\cos \beta} \rightarrow \mathbf{f_{bc} = 53,85\ kN}$



$f_{ab} = f_{bc} \cdot \sin \beta \rightarrow \mathbf{f_{ab} = 50\ kN}$

$\text{tg}\ \beta = \dfrac{5}{2}$

$\text{tg}\ \beta = 2,5$

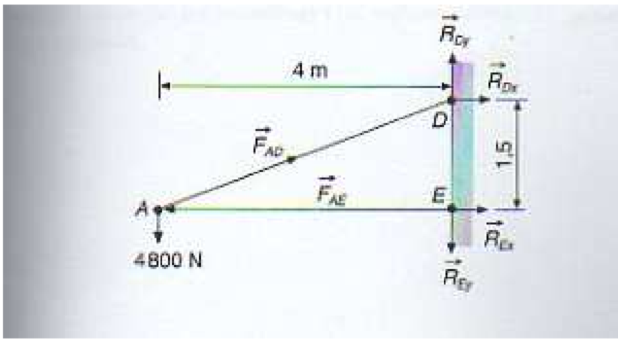
$\mathbf{\beta = 68,2°}$

b) $f_{ab} = R_{AY} + f_{ac} \cdot \cos \alpha$

$f_{ac} = \dfrac{f_{ab} - R_{AY}}{\cos \alpha}$

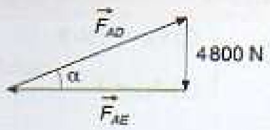
$\mathbf{f_{ac} = 28,28\ kN}$

23. A l'estructura de la figura, calcula els components de les reaccions sobre les barres a D i E.



Triangle de forces:

$\sum F = 0$



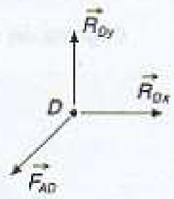
$$\alpha = \text{arctg}\,\frac{1{,}5}{4} = 20{,}55°$$

$$F_{AD} = \frac{4\,800}{\sin\alpha} = 13\,670 \text{ N (tracció)}$$

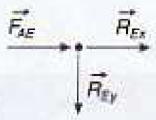
$$F_{AE} = F_{AD} \cdot \cos\alpha = 13\,670 \cdot \cos 20{,}55° = 12\,800 \text{ N (compressió)}$$

Reaccions:

$$\begin{cases} R_{Dx} = F_{AD} \cdot \cos\alpha = 13\,670 \cdot \cos 20{,}55° = \\ \quad = \mathbf{12\,800\ N} \\ R_{Dy} = F_{AD} \cdot \sin\alpha = 13\,670 \cdot \sin 20{,}55° = \\ \quad = \mathbf{4\,800\ N} \end{cases}$$



$$\begin{cases} R_{Ey} = 0 \\ R_{Ex} = -F_{AE} = -12\,800 \text{ N} \\ \mathbf{R_{Ex} = 12\,800\ N} \leftarrow \\ R_{Ex} \text{ va en el sentit diferent al proposat inicial-} \\ \text{ment} \end{cases}$$



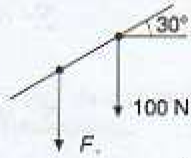
24. Troba la força que fa el trepant de la figura en el punt R.

$$F \cdot d_1 = 100 \cdot d_2$$

$$d_1 = 150 \cdot \cos 30° = 129{,}9 \text{ mm}$$

$$d_2 = (150 + 200) \cdot \cos 30° = 303{,}1 \text{ mm}$$

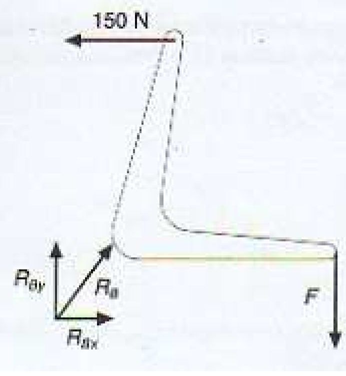
$$F = \frac{100 \cdot d_2}{d_1} = \frac{100 \cdot 303{,}1}{129{,}9} = \mathbf{233{,}3\ N}$$



25. La palanca ABC ha de fer 150 N de força a un tirant horitzontal aplicat al punt C. Realitzeu el diagrama del cos lliure de la palanca i determineu el valor de la força F i de la reacció en B en els casos següents: α=0°, α=45° i α=60°.

$\alpha = 0°$

Diagrama del cos lliure:



Condició d'equilibri:

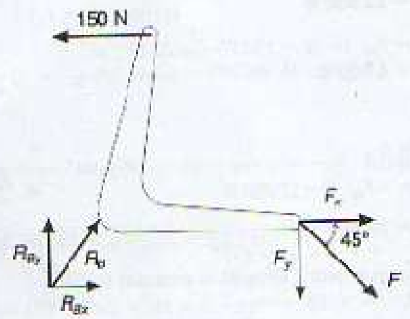
$$\sum F = 0 \begin{cases} (x)\ R_{BX} = 150\ \text{N} \\ (y)\ R_{BY} = F \end{cases}$$

$$\sum\nolimits_B M = 0 \rightarrow 150\ \text{N} \cdot 180\ \text{mm} = F \cdot 250\ \text{mm} \rightarrow \mathbf{F = 108\ N}$$

$$\left.\begin{matrix} R_{BX} = 150\ \text{N} \\ R_{BY} = 108\ \text{N} \end{matrix}\right\} \mathbf{R_B = 184{,}8\ N}$$

$\alpha = 45°$

Diagrama del cos lliure:



Condició d'equilibri:

$$\sum F = 0 \begin{cases} (x)\ R_{BX} + F \cdot \sin 45° = 150\ \text{N} \\ (y)\ R_{BY} = F \cdot \cos 45° \end{cases}$$

$$\sum\nolimits_B M = 0 \rightarrow 150\ \text{N} \cdot 180\ \text{mm} = F \cdot 250\ \text{mm} \cdot \cos 45°$$

$$F \cdot \cos 45° = 108\ \text{N}$$

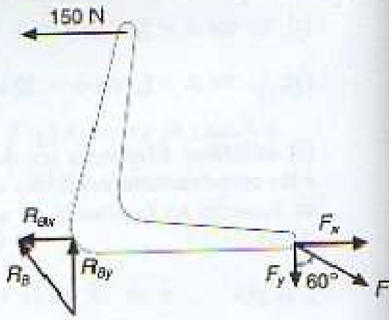
Per tant,

$$\mathbf{F = 152{,}7\ N}$$

$$\left.\begin{matrix} \mathbf{R_{BX} = 42\ N} \\ \mathbf{R_{BY} = 108\ N} \end{matrix}\right\} \mathbf{R_B = 115{,}9\ N}$$

$\alpha = 60°$

Diagrama del cos lliure:



En aquest cas ($\alpha = 60°$), es produeix una inversió en el sentit d
força de reacció, R_{BX}.

De les condicions d'equilibri:

$$\sum F = 0 \begin{cases} (x)\ 150\ \text{N} + R_{BX} = F \cdot \sin 60° \\ (y)\ R_{BY} = F \cdot \cos 60° \end{cases}$$

$$\sum{}_B M = 0 \rightarrow 150\ \text{N} \cdot 180\ \text{mm} = F \cdot 250\ \text{mm} \cdot \sin 30°$$

$$\mathbf{F = 216\ N}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{R_{BY} = 108\ N} \\ \mathbf{R_{BX} = 37{,}1\ N} \end{array}\right\} \mathbf{R_B = 114{,}2\ N}$$