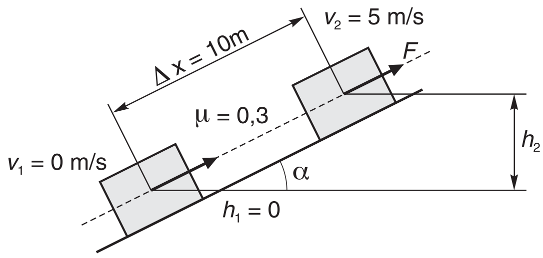
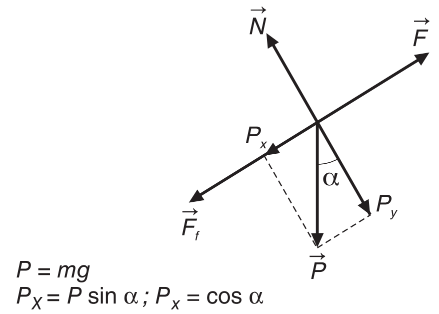
Unitat 1

Activitats complementàries

1. **Determina la força que ha d'actuar sobre un pes de 5 kN per desplaçar-lo sobre un pendent del 5 % de 10 m de longitud amb un coeficient de fricció del 0,3 si, partint del repòs, ha d'assolir una velocitat de 5 m/s al final del pendent.**





Primer determinem l'angle corresponent a un pendent del 5 %:

$$\alpha = \text{arctg}\left(\frac{5}{100}\right) = 2{,}8624°$$

A partir de l'angle, l'alçada h_2 del pendent valdrà:

$h_2 = 10 \cdot \sin 2{,}8624 = 0{,}4994$ m

La massa corresponent a 5 kN és de:

$$m = \frac{P}{g} = \frac{5000 \text{ N}}{9{,}81 \text{ m} \cdot \text{s}^2} = 509{,}68 \text{ kg}$$

La força de fricció val:

$F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos \alpha = 0{,}3 \cdot 5000 \text{ N} \cdot \cos 2{,}8624° = 1\,498{,}13$ N

Finalment, com que el treball fet per les forces no conservatives és:

$$W_{1-2} = (F - F_f)\ \Delta x$$

$$W_{1-2} = \left(\frac{1}{2} m\ v_2^2 - \frac{1}{2} m\ v_1^2\right) + (m\ g\ h_2 - m\ g\ h_1)$$

Llavors,

$$(F - F_f) \cdot \Delta x = \left(\frac{1}{2} m\ v_2^2 - \frac{1}{2} m\ v_1^2\right) + (m\ g\ h_2 - m\ g\ h_1)$$

$$(F - 1498{,}13 \text{ N}) \cdot 10 \text{ m} =$$
$$= \left(\frac{1}{2} 509{,}68 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m/s})^2 - 0\right) +$$
$$+ (509{,}68 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}4994 \text{ m} - 0)$$

d'on $F = 3\,285{,}23$ N

2. **A un bloc d'alumini (c_e d'alumini = 0,215 cal/g °C) de 2 kg es dóna una velocitat inicial de 16 m/s sobre una superfície horitzontal rugosa. A causa de la fricció, el bloc s'atura.**

   a) **Si el 75 % de l'energia cinètica inicial l'absorbeix en forma d'energia tèrmica, calcula l'augment de temperatura del bloc.**

   L'energia cinètica inicial és de:

   $$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot \left(16 \text{ m/s}\right)^2 = 256 \text{ J} = 61{,}44 \text{ cal}$$

   Aquesta variació d'energia cinètica fa incrementar l'energia interna, que provoca l'increment de temperatura de:

   $\Delta U = m \cdot c_e \cdot (T_2 - T_1)$

   $0{,}75 \cdot 61{,}44 \text{ cal} = 2\,000 \text{ g} \cdot 0{,}215 \text{ cal/g °C} \cdot (T)$

   d'on $T = 0{,}1$ °C

   b) **Què succeeix amb la resta de l'energia?**

   La resta d'energia ha estat absorbida pel terra.

3. **Es comprimeix un gas a pressió constant de 0,8 atm d'un volum de 9 L a un volum de 2 L. En el procés s'escapen del gas 400 J d'energia calorífica.**

   a) **Quin és el treball fet pel gas?**

   Estem en un procés isobàric. El treball fet és:

   $$W_{1-2} = p \cdot \Delta V = p \cdot (V_2 - V_1) =$$
   $$= 0{,}8 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (2 - 9) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = -567{,}28 \text{ J}$$

   b) **Quin és el canvi d'energia interna del gas?**

   El canvi d'energia interna és:

   $U = Q + W$

   $U = -400 \text{ J} + 567{,}28 \text{ J} = 167{,}28 \text{ J}$

4. **Durant el temps de compressió d'un motor de gasolina, la pressió augmenta d'1 a 20 atm. Suposant que el procés és adiabàtic i el gas és ideal amb γ = 1,4:**

   a) **En quin factor canvia el volum?**

   Calculem la variació de volum en el procés adiabàtic:

   $$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} \rightarrow \frac{V_2^{\gamma}}{V_1^{\gamma}} = \frac{p_1}{p_2}$$

   $$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\gamma} = \left(\frac{1}{20}\right)^{1/1{,}4} = 0{,}12$$

   b) **En quin factor canvia la temperatura?**

   La temperatura variarà a partir de:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_1}{0{,}12\,V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{0{,}12}\right)^{1{,}4-1} = 2{,}33$$

5. PAU **La resistència aerodinàmica (força que s'oposa al moviment a causa de l'aire) d'un vehicle que es mou amb velocitat v ve donada per l'expressió:**

$$\boldsymbol{F_a = \frac{1}{2} c_x S_{ef} v^2}$$

On

c_x (constant que depèn de la forma) = 0,33

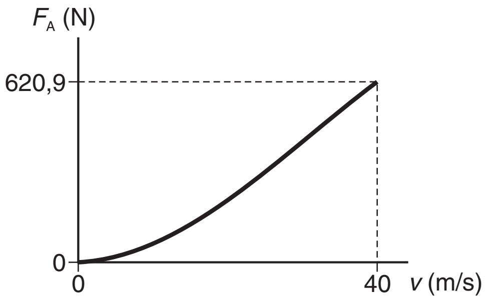
ρ (densitat de l'aire) = 1,225 kg/m³

S_{ef} (superfície frontal efectiva) = 1,92 m²

a) Dibuixa, indicant les escales, la resistència aerodinàmica en funció de la velocitat del vehicle per a $0 \le v \le 40$ m/s.

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot 0{,}33 \cdot 1{,}225 \text{ kg/m}^3 \cdot 1{,}92 \text{ m}^2 \cdot v^2 = 0{,}39\, v^2$$

Substituint valors entre $0 \le v \le 40$ m/s, obtenim el gràfic següent:



b) Determina la potència dissipada per aquesta resistència quan el vehicle circula a 90 km/h.

L'energia mecànica que genera el motor per kg de combustible és de p_c = 12 MJ/kg.

Sabent que 90 km/h = 25 m/s, llavors:

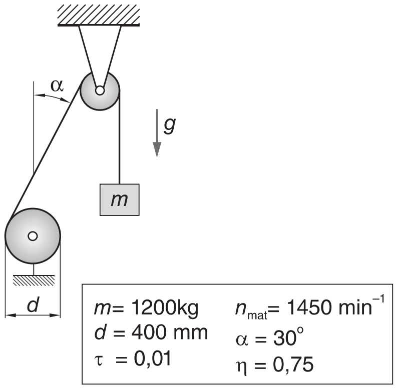
$$F_a\Big|_{90\text{ km/h}} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}33 \cdot 1{,}225 \text{ kg/m}^3 \cdot 1{,}92 \text{ m}^2 \cdot (25 \text{ m/s})^2 = $$
$$= 242{,}6 \text{ N}$$

$$P = F_a \cdot v = 242{,}6 \text{ N} \cdot 25 \text{ m/s} = 6{,}06 \text{ kW}$$

c) Determina el combustible gastat per vèncer les resistències aerodinàmiques durant 100 km circulant a 90 km/h.

$$m_c = \frac{E}{p_c} = \frac{F_a\Big|_{90 km/h} \cdot d}{p_c} = \frac{242{,}6 \text{ N} \cdot 100 \cdot 10^3 \text{ m}}{12 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 2{,}02 \text{ kg}$$

6. PAU **En el muntacàrregues esquematitzat en la figura 6, el tambor on s'enrotlla el cable és accionat per un reductor de relació de transmissió τ = 0,01 i de rendiment η = 0,75. Quan es penja una càrrega (m) de 1 200 kg, el motor gira (n_{mot}) a 1 450 min⁻¹.**



Determina:

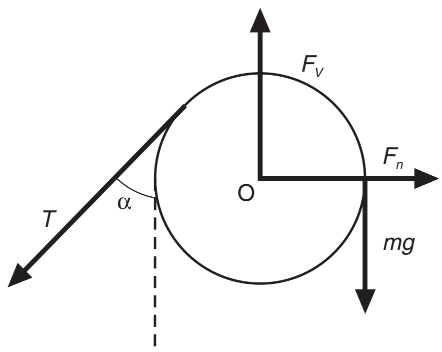
a) La velocitat de rotació del tambor i la velocitat amb què puja la càrrega.

$$\tau = \frac{n_{tambor}}{n_{motor}}$$

$$n_{tambor} = \tau \cdot n_{motor} = 0{,}01 \cdot 1450 \text{ min}^{-1} = 14{,}50 \text{ min}^{-1}$$

$$v = \omega \cdot r = 14{,}5 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \cdot 0{,}2 \text{ m} = 0{,}3037 \text{ m/s}$$

b) La força que fa el cable i la força, vertical i horitzontal, en l'eix de la politja (es recomana dibuixar el diagrama de cos lliure de la politja).



A partir de les equacions de l'estàtica de forces, calculem les forces:

$$\sum M_o = 0$$

$$m \cdot g \cdot r = T \cdot r$$
$$T = m \cdot g = 1200 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 12 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$F_h - T \cdot \sin\alpha = 0$$

$$F_h = m \cdot g \cdot \sin\alpha = 1200 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot \sin 30° = 6 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_v - m \cdot g - T \cdot \cos\ \alpha = 0$$

$$F_v = m \cdot g\ +\ T \cdot \cos\alpha =$$
$$= 1200\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 + 1200\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot \cos\ 30^\circ =$$
$$= 22{,}39\ \text{kN}$$

c) **La potència subministrada pel reductor en el tambor i pel motor en el reductor.**

$$P_{tambor} = T \cdot v_{tambor} = 12\ \text{kN} \cdot 0{,}3037\ \text{m/s} = 3{,}64\ \text{kW}$$

Sabent que el rendiment és del 0,75 %:

$$P_{motor} = \frac{P_{tambor}}{\eta} = \frac{3{,}64\ \text{kW}}{0{,}75} = 4{,}86\ \text{kW}$$

7. **Una de les teories que hi havia al Renaixement sobre la combustió i l'oxidació dels cossos era l'anomenada *teoria del flogist*. Busca'n informació i esbrina en què consistia i quan i com es va abandonar.**

Resposta oberta.

8. **Es volen fondre 300 kg de plom, que es troben inicialment a 15 °C, amb un forn de gas propà (P_c (*CN*) = 97 394 kJ/m^3) que té un rendiment del 90 %. Determina la quantitat de gas a 15 °C i 10 atm necessari per dur a terme la fusió.**

La quantitat de calor necessària per fondre els 300 kg de plom serà la suma de la necessària per elevar el plom a la temperatura de fusió més la necessària per a la fusió.

De les taules obtenim la informació següent corresponent al plom:

$T_{fusió} = 600\ \text{K} = 327\ °\text{C}$

$c_e = 0{,}128\ \text{kJ/kg}\ °\text{C}$

$L_f = 24{,}7\ \text{kJ/kg}$

Llavors:

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot \Delta T =$$
$$= 300\ \text{kg} \cdot 0{,}128\ \text{kJ/kg}\,°\text{C} \cdot (327\,°\text{C} - 15\,°\text{C}) = 11980\ \text{kJ}$$

$$Q_2 = m \cdot L_f = 300\ \text{kg} \cdot 24{,}7\ \text{kJ/kg} = 7\ 410\ \text{kJ}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 11980\ \text{kJ} + 7410\ \text{kJ} = 19390\ \text{kJ} = 4639\ \text{kcal}$$

Com que:

$$P_c = P_c(CN) \cdot p \cdot \frac{273}{273+T} =$$
$$= 23\ 300\ \text{kcal/m}^3 \cdot 10\ \text{atm} \cdot \frac{273}{273+15} = 220\ 864\ \text{kcal/m}^3$$

El consum de gas necessari serà:

$$Q = P_c \cdot V \rightarrow V = \frac{Q}{P_c} = \frac{4639\ \text{kcal}}{220864\ \text{kcal/m}^3} = 0{,}021\ \text{m}^3$$

I amb un rendiment del 90 %, el consum serà:

$$\frac{0{,}021\ \text{m}^3}{0{,}9} = 0{,}024\ \text{m}^3$$

9. PAU **El grup motriu (motor, reductor i transmissió) que acciona una escala mecànica de pujada té un rendiment electromecànic η = 0,58. Quan l'escala treballa de buit (sense passatgers) consumeix una potència elèctrica P_{buit} = 3,2 kW. De mitjana, cada passatger està t_p = 15 s sobre l'escala i fa necessari que a aquesta se li subministri una energia mecànica addicional E_p = 4,5 kJ. Si l'escala funciona durant t_t = 9 h transportant una mitjana n_p = 10 passatgers simultanis, determina:**

a) **El nombre total (n_t) de passatgers transportats.**

El nombre total de passatgers transportats és de:

$$n_t = \frac{n_p}{t_p} \cdot t_t = \frac{10\ \text{passatgers}}{15\ \text{s}} \cdot 9 \cdot 3\,600\ \text{s} = 21\,600\ \text{passatgers}$$

b) **La potència elèctrica addicional (P_p) a causa dels passatgers.**

La potència elèctrica addicional és de:

$$\eta = \frac{P_{útil}}{P_p} \rightarrow P_p = \frac{P_{útil}}{\eta} = \frac{E_p \cdot n_p}{t_p} \cdot \frac{1}{\eta} =$$
$$= \frac{4{,}5 \cdot 10^3\ \text{J} \cdot 10}{15\ \text{s}} \cdot \frac{1}{0{,}58} = 5{,}172\ \text{k}\backslash$$

c) **L'energia elèctrica total consumida (E_t) en kWh.**

L'energia elèctrica l'obtindrem a partir de la potència:

$$E_t = (P_{buit} + P_p) \cdot t_t = (3{,}2\ \text{kW} + 5{,}172\ \text{kW}) \cdot 9\ \text{h} = 75{,}35\ \text{kW} \cdot \text{h}$$

Avaluació

1. **Determina la tensió d'un cable que ha d'estirar una vagoneta de 1 200 kg des d'una velocitat inicial de 10 km/h fins a una velocitat de 30 km/h, en un recorregut de 100 m per un pla on les forces de fricció equivalen al 5 % del pes de la vagoneta.**

$$v_1 = 10\ \text{km/h} = 2{,}778\ \text{m/s}$$

$$v_2 = 30\ \text{km/h} = 8{,}333\ \text{m/s}$$

$$F_f = 0{,}05 \cdot 1200\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 588{,}6\ \text{N}$$

El treball fet per les forces no conservatives és:

$$W_{1-2} = (F - F_f)\ \Delta x$$

$$W_{1-2} = (\frac{1}{2} m\ v_2^2 - \frac{1}{2} m\ v_1^2) + (m\ g\ h_2 - m\ g\ h_1)$$

En el pla $h_2 = h_1$. Llavors,

$$(F - F_f) \cdot \Delta x = \left(\frac{1}{2} m\ v_2^2 - \frac{1}{2} m\ v_1^2\right)$$

$$(F - 588{,}6\ \text{N}) \cdot 100\ \text{m} = \frac{1}{2} 1200\ \text{kg} \cdot \left[(8{,}333\ \text{m/s})^2 - (2{,}778\ \text{m/s})^2\right]$$

d'on $F = 958{,}29$ N

2. **Si tenim un gas en un recipient de 8 L, a una temperatura de 20 °C i a una pressió de 9 atm:**