**UNITAT 3: ELS NOMBRES RACIONALS**

1. **Els nombres racionals.**

La divisió entre dos nombres enters pot ser exacta, si el seu residu és zero, com per exemple:

12 : 4 = 3 -6 : 2 = -3 18 : (-6) = -3 0 : 2 =0 -10 : (-5) = 2

Existeixen, però, moltes divisions entre dos nombres enters que no són exactes, com per exemple:

2 : 5 -10 : 3 25 : (-2) -12 : (-5) 4 : 3

Qualsevol divisió entre dos nombres enters, sigui exacta o no, es pot expressar en forma de fracció, atès que una fracció representa una divisió.

L'expressió  on *a* i *b* son nombres enters s'anomena fracció.

El nombre ***a*** rep el nom de **numerador**, i ***b*** de **denominador**.

Com a i b són dos nombres enters, on b és diferent a 0, a partir de la expressió  podem obtenir fraccions positives, fraccions negatives o fraccions nul·les.

Un **nombre racional** és un valor numèric que es pot expressar en forma de fracció.

El conjunt dels **nombres racionals** és representa per la lletra

**Lectura de fraccions**

El numerador es llegeix amb el nom del nombre.

El denominador es llegeix:

Si és un 2 → mitjos

Si és un 3 → terços

Si és un 4 → quarts

Si és un 5 → cinquens

Si és un 6 → sisens

Si és un 7 → setens

Si és un 8 → vuitens

Si és un 9 → novens

Si és un 10 → desens

Si el nombre és més gran de 10, es llegeix el nombre afegint l’acabament ens.

EXEMPLE

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Fraccions | Numerador | Denominador | Lectura |
|  | 3 | 2 | Tres mitjos |
|  | 5 | 7 | Cinc setens |
|  | 3 | 10 | Tres desens |
|  | 13 | 20 | 13 vintens |

**Diferents interpretacions dels nombres racionals:**

1. La fracció com a **part de la unitat**: El denominador representa en quantes parts es divideix la unitat i el numerador representa el nombre de parts que es prenen de la unitat. Ex: de pastís significa tallar el pastís en tres parts iguals i agafar dues.
2. La fracció com a **quocient**: expressa el quocient entre els nombres *a* i *b*. Ex: és el resultat de dividir 3 entre 5 → = 0,6
3. La fracció com a **operador**: Una fracció pot actuar com a operador d’un nombre multiplicant el nombre pel numerador i dividint-ho pel denominador. En Jordi té estalviats 360 €. Si se n'ha gastat dues terceres parts, quants diners li queden?. Ha gastat de 360 → 360 · 2 = 720 →720 : 3 = 240 ha gastat. Li resten 360 - 240 = 120 €. També podríem pensar que si s'ha gastat 2/3 parts, encara té 1/3 part es a dir 120 €.
4. Percentatge com **una fracció**: un percentatge es pot expressar com una fracció amb denominador 100 :

Ex: 30 % de 120 →

**Representació gràfica**

Per representar gràficament una fracció en una recta seguirem els passos següents:

**1r.** Dividim cada unitat en tantes parts iguals com indica el denominador, començant del 0 a la dreta si el nombre és positiu, i del 0 cap a l'esquerra en el cas de nombre negatiu.

**2n.** Començant des de 0 agafem tantes parts com indica el numerador.

EXEMPLE:

Representeu sobre la recta numèrica els nombres racionals:

 -3 -2 -1 0 1 2 3

 -2 -1 0 1 2

**Fraccions equivalents**

* Dues o més fraccions són equivalents si representen la mateixa quantitat.

 EXEMPLE





* Per comprovar que dues fraccions i , són equivalents si *a·d = b·c*

 EXEMPLE

són equivalents

són equivalents

no són equivalents

* Per obtenir fraccions equivalents a una donada, multipliquem o dividim, numerador i denominador, pel mateix nombre.

 EXEMPLE

 ( : 4 ) ( x3)

  

 

**Simplificacions de fraccions**

* La simplificació d’una fracció consisteix en transformar-la en una fracció equivalent més simple, per fer-ho cal dividir el numerador i el denominador pel mateix nombre.
* Diem que una fracció és irreductible si no la podem simplificar més.

 EXEMPLE

Trobeu la fracció irreductible de 

 (:4) (:2) (:2)

  =  =  = 

**Comparació de fraccions**

En dues fraccions sempre hi ha una que és més petita, igual o més gran que l’altra. Per comparar-les diferenciarem tres casos:

**Fraccions amb el mateix denominador**

Quan dues fraccions tenen el mateix denominador la més gran és la que té el numerador més gran.

 EXEMPLE

 Ordeneu de major a mes gran les següents fraccions:

Com que els denominadors són iguals només hem de comparar els numeradors:

**Fraccions amb el mateix numerador**

Quan dues fraccions tenen el mateix numerador la més gran és la que té el denominador més petit.

 EXEMPLE

 Ordeneu de major a mes gran les següents fraccions:

Com que els denominadors són iguals només hem de comparar els numeradors:

**Fraccions amb denominador i numerador diferent**

Reduir a comú denominador dues o més fraccions consisteix a obtenir fraccions equivalents amb el mateix denominador:

Per fer-ho:

**1r.** Trobem el **m.c.m** dels denominadors

**2n.** Per calcular el nou numerador multipliquem el numerador antic pel mateix nombre que hem multiplicat el denominador antic per obtenir el nou.

 EXEMPLE

Reduïu a comú denominador les fraccions següents

1r. Trobem el m.c.m dels denominadors

 m.c.m = 22·5 = 20

2n. Calculem els nous numeradors

 (x4)

 →

 (x4)

 (x2)

 →

 (x2)

 (x3)

 →

 (x3)

Per comparar fraccions amb denominador i numerador diferents s’ha de reduir a comú denominador totes les fraccions i comparem els numeradors.

 EXEMPLE

Ordeneu de menor a major les següents fraccions

1r. Reduíem a comú denominador les fraccions

 →

2n. Comparem els numeradors

**Operacions amb fraccions**

**Suma i resta**

Per sumar (o restar) fraccions amb el mateix denominador, sumem (o restem) els numeradors i deixem el mateix denominador.

EXEMPLE:

Per sumar (o restar) fraccions amb diferent denominador :

**1r.** Reduïm a comú denominador totes les fraccions

**2n**. sumem (o restem) els numeradors i deixem el mateix denominador.

EXEMPLE:

 m.c.m (4,1,5) = 20

 +

 20:4 20:1 20:5

 numerador (x5) (x20) (x4)

**Multiplicació**

El producte de dues o més fraccions és una altra fracció el numerador de la qual és el producte dels numeradors, i el denominador de la qual és el producte dels denominadors.

 ·  = 

EXEMPLE:

·  = 

**Divisió**

La fracció inversa d’una fracció és una altra fracció el numerador de la qual és el denominador de la primera fracció, i el denominador de la qual és el numerador:

Fracció inversa de

Per dividir dues fraccions hem de multiplicar la primera per la inversa de la segona:

Per dividir fraccions també les podem multiplicar en creu:

 : =

**Operacions combinades amb fraccions**

Quan en una expressió apareixen operacions combinades, l’ordre en què les hem de fer és el següent:

**1r.** Les operacions que hi ha entre parèntesis

**2n.** Les potencies i arrels

**3r.** Els productes i les divisions, d’esquerra a dreta

**4t.** Les sumes i les restes, d’esquerra a dreta

**NOTA**

**Totes les operacions amb fraccions cal reduir-les fins trobar la fracció irreductible.**