

Tema 4: EXPRESSIONS ALGEBRAIQUES

Expressions algebraiques

Per expressar algunes situacions en llenguatge matemàtic es fan servir lletres i nombres units mitjançant operacions aritmètiques.

Ex:

<u>llenguatge ordinari</u>	<u>llenguatge matemàtic</u>
un nombre	x
l'edat d'una persona fa 3 anys	$y - 3$
El preu de z quilos de taronges a 2,5 €/Kg	$2,5 \cdot z$

Valor numèric d'una expressió algebraica

És el nombre que resulta de substituir les lletres pels nombres determinats i efectuar les operacions que estan indicades.

Ex: Valor numèric de $3x - 2$ quan $x = -4 \rightarrow 3 \cdot (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$

Monomis, binomis i polinomis

Les expressions algebraiques es poden classificar, segon el nombre de termes, es a dir, segons el nombre d'elements que estan sumant o restant:

monomis	format per un sol terme	$5xy^2$
binomis	format per dos termes	$3x - 2yz$
polinomis	format per més de dos termes	$\text{terme}_1 \quad \text{terme}_2$ $-2 + xy - 4x$

- A cada terme podem diferenciar:
 - coeficient: el nombre
 - part literal: les lletres amb els seus exponents

Ex:

$-3xy^4$ coeficient: -3
part literal: xy^4

- El signe del producte de nombres i lletres no s'acostumen a escriure.

Ex:

$$5 \cdot x \cdot y^2 = 5xy^2$$

- L'exponent 1 no s'escriu.

Ex:

$$4x^1y^1 = 4xy$$

- Quan no hi ha cap nombre es com si hi hagués un 1, ja que, per exemple, $5 = 5 \cdot 1$

Ex:

$$x^3 = 1x^3$$

- Quan no hi ha cap lletra es com si aquesta estigués elevada a 0, ja que $n^0 = 1$

Ex:

$$3 = 3 \cdot 1 = 3x^0$$

- **Termes semblants** són aquells que tenen la mateixa part literal:

Ex: $-2x^3y$ i x^3y son semblants

Grau d'una expressió algebraica

El grau d'un terme, o monomi, és la suma dels exponents de les lletres que el formen.

Ex:

$$2xy^3z^2 \quad \rightarrow \quad \text{grau } 6 \quad (1 + 3 + 2)$$

El grau d'un polinomi és el grau més gran dels termes que el formen.

Ex:

$$2xy - 3x^4y + x^3 \quad \rightarrow \quad \text{grau } 5$$

$$\text{grau } 2 \quad \text{grau } 5 \quad \text{grau } 3$$

Operacions amb expressions algebraiques

a) Suma / Resta

- Agrupem termes amb la mateixa part literal
- Sumem / restem els coeficients dels termes de la mateixa part literal

Ex₁:

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 5x^2 + 7xy + x^3 + x^2 - 11xy - x^4 = \\ = & 3x^4 - x^4 - 5x^2 + x^2 + 7xy - 11xy + x^3 = \\ = & 2x^4 - 4x^2 - 4xy + x^3 \end{aligned}$$

Ex₂:

$$\begin{aligned} & (x^3 - 2x^2 + 8x - 5) - (4x^2 + 10x - 3) = \\ = & x^3 - 2x^2 + 8x - 5 - 4x^2 - 10x + 3 = \\ = & x^3 - 6x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

Atenció !!!, no es poden sumar o restar termes amb diferent part literal.

$$\begin{aligned}\text{Ex : } & 2xy - 5x + 8xy = \\ & = 2xy + 8xy - 5x = \\ & = 10xy - 5x\end{aligned}$$

b) Producte

- es multiplica terme a terme i s'agrupen els resultats del mateix grau

Ex:

$$\begin{aligned}& (5x + 11) \cdot (x^3 - 2x^2 + 4) = \\ & = 5x \cdot (x^3 - 2x^2 + 4) + 11 \cdot (x^3 - 2x^2 + 4) = \\ & = (5x \cdot x^3 - 5x \cdot 2x^2 + 5x \cdot 4) + (11 \cdot x^3 - 11 \cdot 2x^2 + 11 \cdot 4) = \\ & = 5x^4 - 10x^3 + 20x + 11x^3 - 22x^2 + 44 = \\ & = 5x^4 + 1x^3 + 22x^2 + 20x + 44\end{aligned}$$

Igualtats algebraiques

Es tracta d'una igualtat entre expressions algebraiques.

Ex:

$$x^3y - 2x^2 + 4 = y^3 - xy$$

- Es poden diferenciar: identitats i equacions

a) Identitats

Són igualtats que sempre es compleixen, per qualsevol valor que donem a les lletres. Les més importants són els **productes notables**

Quadrat d'una suma	$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
Quadrat d'una resta	$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
Suma per diferència	$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

$$\text{Ex}_1: (x + 5)^2 = x^2 + 5^2 + 2 \cdot x \cdot 5 = x^2 + 25 + 10x \quad \text{on } a = x \text{ i } b = 5$$

$$\text{Ex}_2: (1 - 3x)^2 = 1^2 + (3x)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3x = 1 + 9x^2 - 6x \quad \text{on } a = 1 \text{ i } b = 3x$$

Atenció!!, observeu que b sempre és positiu

b) Equacions.

Són igualtats que només es compleixen per determinats valors numèrics de les variables

- Classificació. Segons:

- el nombre de variables o incògnites (lletres)

Ex: $3x - 2y = 8$	Equació amb dues incògnites
$3 - x^2 = 2 + x$	Equació amb una incògnita

- el grau, es a dir, el major grau dels termes

Ex: $2 + y^4 + 5y = y^2$ Equació de grau quatre
 $5x - 2 = 3x$ Equació de primer grau