

Tema 5: EQUACIONS DE PRIMER GRAU

Equació

Són igualtats entre expressions algebraiques que només es compleixen per determinats valors numèrics de les variables (lletres).

Ex:

$$2x - 3 = 5 \quad \text{només es compleix per } x = 4$$

$$\begin{array}{l} \text{Per exemple, si } x = 0 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 0 - 3 = 5 ? \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad - 3 = 5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 3 = 5 \quad \quad \quad \text{No} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{si } x = 1 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 1 - 3 = 5 ? \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2 \quad - 3 = 5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 1 = 5 \quad \quad \quad \text{No} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{si } x = -3 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot (-3) - 3 = 5 ? \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -6 - 3 = 5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -9 = 5 \quad \quad \quad \text{No} \end{array}$$

⋮
⋮
⋮

$$\begin{array}{l} \text{si } x = 4 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 4 - 3 = 5 ? \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 8 \quad - 3 = 5 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 8 = 5 \quad \quad \quad \text{Si} \end{array}$$

aquests valors numèrics de la variable que fan certa la igualtat són la **solució de l'equació**, en aquest cas, diem que $x = 4$ és la solució de l'equació $2x - 3 = 5$.

• Elements d'una equació:

Incògnita: La lletra (o variable) que figura a l'equació.

Membre: És cadascuna de les dues expressions algebraiques separades pel signe "=".

Terme: Cadascun dels sumands que componen els membres de l'equació

$$\begin{array}{c} \text{Membre}_1 \quad \quad \text{Membre}_2 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 3x - 2 = \frac{1}{4} - x^5 + 8 \\ \underbrace{\hspace{0.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{0.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{0.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{0.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{0.5cm}} \\ \text{terme} \end{array}$$

- Grau. És el grau més gran dels termes de l'equació. Com nosaltres treballarem només amb una variable per terme, el grau d'una equació serà el major exponent que presenta la variable després de fer les operacions indicades.

Ex:

$$\begin{array}{ll} 2x - 8 = 3x & \rightarrow \text{grau 1, ja que } x = x^1 \\ 2 - x^4 + 5x = 4 + 3x^9 & \rightarrow \text{grau 9} \\ (x + 2)^2 - 4 = x & \rightarrow \text{grau 2, ja que } (x+2)^2 = x^2 + 4 + 4x \end{array}$$

- Classificació. Les equacions es classifiquen segons el grau i el nombre de variables o incògnites.

Ex:

$$\begin{array}{ll} 3z - 8 = 5z^3 & \rightarrow \text{equació de grau 3 amb una incògnita} \\ 5 - x = \frac{1 + x^2}{2} & \rightarrow \text{equació de segon grau amb una incògnita} \end{array}$$

- Resoldre una equació consisteix en trobar el(s) valor(s) numèric(s) de la/les variable(s) que fan que es compleixi la igualtat.

- Equacions equivalents són aquelles que tenen la mateixa solució.

Ex:

$$\begin{array}{ll} 2x - 8 = x & \rightarrow \text{solució } x = 8, \text{ ja que } 2 \cdot 8 - 8 = 8 \quad \text{Si} \\ x - 6 = 2 & \rightarrow \text{solució } x = 8, \text{ ja que } 8 - 6 = 2 \quad \text{Si} \end{array}$$

Equacions de primer grau amb una incògnita

Són igualtats entre expressions algebraiques que tenen una mateixa variable elevada a 1.

Ex:

$$\begin{array}{l} 2x - (x + 1) = 3x \\ x - \frac{x-1}{6} = 4x + 3 \end{array}$$

- La resolució consisteix en trobar el valor numèric de la variable pel qual es compleix la igualtat. Per trobar la solució farem una transposició de termes basada en,
 - si als dos membres d'una equació de primer grau els sumem o restem el mateix nombre, o la mateixa expressió algebraica, s'obté una equació equivalent a la donada, es a dir, que té la mateixa solució.

Ex:

$$x + 3 = 5 \quad \rightarrow \quad \text{solució } x = 2$$

Si als dos termes restem 3, la solució és igualment 2

$$\begin{array}{l} x + 3 = 5 \\ x + 3 - 3 = 5 - 3 \\ x = 2 \end{array}$$

- si els dos membres d'una equació de primer grau els multipliquem o dividim pel mateix nombre (diferent de 0) s'obté una equació semblant a la donada.

Ex:

$$2x = 8 \quad \rightarrow \quad \text{solució } x = 4$$

Si els dos termes els dividim per 2, la solució és igualment 4

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

Per resoldre una equació, de forma simplificada, hem de:

- i) eliminar els parèntesi
- ii) eliminar els denominadors
- iii) passem tots els termes que tenen incògnita (sola o acompanyada per un coeficient) a un costat de la igualtat i la resta a l'altre. Hem de tenir en compte que en canviar de costat el nombres que estan

sumant	passen	restant
restant	“	sumant
multiplicant	“	dividint
dividint	“	multiplicant

- iv) agrupem termes i aïllem la variable

Ex:

$$2x - 8 = 5x + 1$$

$$2x - 5x = 8 + 1$$

$$-3x = 9$$

$$x = \frac{9}{-3}$$

OJO: Només es canvia l'operació de multiplicació per la divisió, no el signe del -3

$$x = - 3$$

Ex:

$$2(x - 4) = 3 - x$$

$$2 \cdot x - 2 \cdot 4 = 3 - x$$

$$2x - 8 = 3 - x$$

$$2x + x = 3 + 8$$

$$3x = 11$$

$$x = \frac{11}{3}$$

Ex:

$$2x - \frac{3}{8} = 5 + \frac{x}{12}$$

$$\left. \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array} \right\} 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\begin{aligned} \frac{2x \cdot 24}{24} - \frac{3 \cdot 3}{24} &= \frac{5 \cdot 24}{24} + \frac{x \cdot 2}{24} \\ 2x \cdot 24 - 3 \cdot 3 &= 5 \cdot 24 + x \cdot 2 \\ 48x - 9 &= 120 + 2x \\ 48x - 2x &= 120 + 9 \\ 46x &= 129 \\ x &= \frac{129}{46} \end{aligned}$$

• Aplicacions:

La principal aplicació és la resolució de problemes.

Cal recordar que:

-hem d'assignar la incògnita a la dada que em demana el problema. Si em demana més d'una cosa podem relacionar-les entre si

-cal respondre al final allò que em demanen

Ex: En una reunió hi ha 156 persones entre homes, dones i nens. El nombre de dones és el doble que el d'homes, i el de nens el triple de la suma del nombre de dones i d'homes. Calculeu quantes persones hi ha de cada grup.

Nº d'homes: x

Nº de dones: doble de dones $\rightarrow 2 \cdot x = 2x$

Nº de nens: triple de la suma de dones i homes \rightarrow triple de $x + 2x \rightarrow$ triple de $3x \rightarrow 3 \cdot 3x \rightarrow 9x$

$$N^\circ \text{ homes} + n^\circ \text{ dones} + n^\circ \text{ nens} = 156$$

$$x + 2x + 9x = 156$$

$$12x = 156$$

$$x = 13$$

R: El nombre d'homes és 13, el de dones és de 26, i el de nens 117.