

TEMA 1: Trigonometria

Activitats

1. Completeu la taula de signes de les raons trigonomètriques segons el quadrant:

	1r quadrant	2n quadrant	3r quadrant	4t quadrant
$\sin \alpha$	+			
$\cos \alpha$			-	
$\operatorname{tg} \alpha$				-

2. Completeu la taula següent amb l'ajut de les raons trigonomètriques del 1r quadrant:

Graus	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
Radians												
$\sin \alpha$												
$\cos \alpha$												
$\operatorname{tg} \alpha$												
$\operatorname{cosec} \alpha$												
$\operatorname{sec} \alpha$												
$\operatorname{cotg} \alpha$												

3. Trobeu el cosinus de 750° i de -120° .

4. Trobeu els angles α que compleixen:

a) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\operatorname{cosec} \alpha = 2$

c) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Digues si són certes les següents igualtats:

a) $\sin(\pi + 4\alpha) = -\sin(4\alpha)$

c) $\operatorname{tg}(\alpha - \pi) = -\operatorname{tg} \alpha$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha)$

d) $\operatorname{cotg}(2\pi - \alpha) = \operatorname{cotg} \alpha$

6. Troba les restants raons trigonomètriques de α :

a) $\sin \alpha = \frac{-4}{5}$ $180^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$

b) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ $\operatorname{tg} \alpha \leq 0$

c) $\operatorname{tg} \alpha = -3$ $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

7. Si $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ i $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, troba:

a) $\sin \alpha$

d) $\sin(180^\circ - \alpha)$

b) $\cos \alpha$

e) $\cos(180^\circ + \alpha)$

c) $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)$

f) $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$

8. Si volem que una cinta transportadora de 25 m elevi una càrrega fins a una altura de 15 m, quin angle s'haurà d'inclinar la cinta?

9. Una persona de 1,78 m d'estatura projecta una ombra de 66 cm, i en aquest moment un arbre fa una ombra de 2,3 m .
- Quin angle formen els rajos solars amb l'horitzontal?
 - Quina és l'alçària de l'arbre?
10. Hem col·locat una antena entre dos punts A i B que disten 20 m entre ells. Des del punt A s'observa el punt més alt de l'antena sota un angle de 45° i des de B sota un angle de 30° . Calculeu l'altura de l'antena.
11. Les agulles d'un rellotge de paret fan 10 i 12 cm , respectivament.
- Quina es la distancia entre els seus extrems quan el rellotge assenyala les quatre?
 - Quina es la superfície del triangle que determinen a aquesta hora?
12. D'un paral·lelogram sabem que el costat més llarg mesura 20 cm, que la seva àrea és de 120 cm^2 i que l'angle més petit val 30° . Determineu:
- El valor de l'altre angle del paral·lelogram (el més gran).
 - La longitud del costat petit.
 - El que mesura la diagonal més gran.
13. Els tres costats d'un triangle mesuren 3 cm, 4 cm, i 5 cm. Calculeu els seus angles i la seva àrea.
14. Hem de fer un mapa d'una certa zona geogràfica on A, B i C són els cims de tres muntanyes de la mateixa alçària. Les posicions de A i B són ben conegudes, i ja estan representades en el mapa, en canvi, la posició de C s'ha de determinar . Pugem a dalt del cim A i mesurem l'angle entre la línia AB i la línia AC, que és de 68° . Pugem a dalt del cim B i mesurem l'angle entre la línia BC i la BA, que resulta ser de 35° . En el mapa la distància sobre el paper entre A i B és de 3 cm.
- Feu un diagrama de la situació i determineu quin angle formen en C les línies CA i CB.
 - Quines seran, sobre el mapa, les distàncies entre A i C i entre B i C?
 - Si el mapa està a escala 1:50000, calculeu la distància real entre els punts A, B i C.
15. L'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C és de 50 m^2 . L'angle en A d'aquest triangle és de 45° i l'angle en B és de 30° . Sigui D el peu de l'altura des del vèrtex C, és a dir, el punt del segment AB tal que CD és perpendicular a AB. Calculeu la longitud dels segments CD, AD, BD, AB, BC i AC.
16. El circ ha arribat a la ciutat i s'ha d'instal·lar. L'especialista a muntar-lo encara no ha arribat i els altres no saben la quantitat de cable d'acer que necessiten. El més espavilat recorda que, un cop tensat el cable des de l'extrem del pal principal fins a un punt determinat del terra amb la qual forma un angle de 60° , calen dos metres més de cable que si forma amb el terra un angle de 70° . En total han de posar sis cables tensats formant amb el terra un angle de 60° . Quants metres de cable necessiten?.

17. Els costats d'un triangle tenen longitud 8, 11 i 13 cm, respectivament. Calculeu el valor del sinus de l'angle més petit.
18. Us situeu en un punt d'un terreny horitzontal i l'angle que forma la visual dirigida al punt més alt d'un arbre amb l'horitzontal és de 60° . Quin serà l'angle que forma amb l'horitzontal la visual dirigida al punt més alt de l'arbre si us n'allunyeu a una distància triple de la que éreu abans?.
19. Si $\sin 12^\circ = 0,2$ i $\sin 37^\circ = 0,6$, trobeu les raons trigonomètriques de 49° i 25° .

20. Demostreu:

$$a) \frac{\cos(a+b)+\cos(a-b)}{\sin(a+b)+\sin(a-b)} = \frac{1}{\operatorname{tg} a}$$

$$b) \frac{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

$$c) 2\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin\alpha = \operatorname{tg} \alpha$$

$$d) \frac{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$$

21. Transformeu en producte i calculeu:

$$a) \sin 75^\circ - \sin 15^\circ$$

$$b) \cos 75^\circ + \cos 15^\circ$$

22. Simplifiqueu:

$$a) \frac{\sin(5a) + \sin(a)}{\sin(3a) - \sin(a)}$$

$$b) \frac{2\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\cos\alpha}$$

23. Resoleu les següents equacions:

$$a) 2 + \cos^2 x = -2\sin x$$

$$b) \cos x = \sqrt{3}(1 - \sin x)$$

$$c) \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$$

$$d) 4\sin x^2 \cdot \cos^2 x + 2\cos x^2 - 2 = 0$$

$$e) 4\sin x^2 + \sin x \cdot \cos x - 3\cos^2 x = 0$$

(divideix per $\cos^2 x$ i obtindràs una equació amb $\operatorname{tg} x$).

$$f) \sin 2x = \operatorname{tg} x$$

$$g) \cos 3x + \cos x = 0$$

$$h) \sqrt{2}\cos \frac{x}{2} - \cos x = 1$$

24. Resoleu:

$$a) \sin(\pi - x) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \cos \pi$$

$$b) \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{2}\sin x = 0$$