

TEMA 3: Polinomis

Activitats

1. Completeu la taula:

| | $6y^2$ | $4 - 2x^3$ | $3b - b^4 + 2$ |
|---------------|--------|------------|----------------|
| Classificació | | | |
| Variable | | | |
| Grau | | | |

2. Calculeu el valor numèric de cada polinomi pels valors indicats:

a. $4x^2 - 3$, quan $x = 2$

b. $3z^3 - 3z^2$, quan $z = -1$

c. $4b^2 - 1$, quan $b = \frac{1}{2}$

d. $\frac{x+y}{3}$, quan $x = 3$ i $y = -6$

3. Desenvolueu els següents productes notables:

a. $(x - 3)^2$

b. $(2x + 5)^2$

c. $(x + 2)(x - 2)$

d. $(4x - 3)(4x + 3)$

4. Completeu les identitats següents:

a. $x^2 + 2x + \underline{\quad} = (x + 1)^2$

b. $x^2 + \underline{\quad} + 81 = (x + \underline{\quad})^2$

c. $x^2 + 4x + \underline{\quad} = (x + \underline{\quad})^2$

d. $9x^2 - 6x + \underline{\quad} = (\underline{\quad} - 1)^2$

5. Expressen com a producte notable:

a. $x^2 - 10x + 25$

b. $x^2 + 18x + 81$

c. $x^2 - 36$

d. $4x^2 + 4x + 1$

e. $9x^2 - 16$

f. $\frac{1}{9}x^2 - 2x + 9$

6. Aplicant el triangle de Tartaglia, calculeu els següents nombres combinatoris:

a. $\binom{3}{0}$

b. $\binom{5}{4}$

c. $\binom{6}{3}$

d. $\binom{4}{2}$

7. Calculeu la potència dels binomis següents emprant el binomi de Newton:

a. $(x + 2)^3$

b. $(x - 3)^4$

c. $(2x + 3)^3$

d. $(2x^2 + 2)^2$

e. $(3x - 2)^5$

f. $(x^3 + 2x)^3$

8. Realitzeu les següents operacions:

- $(6x^4 + 3x^3 + 9x^2 + x + 2) + (7x^3 + x^2 + 5x + 8)$
- $(8x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 6x + 8) + (9x^5 + 3x^4 + x^3 + 4x^2 + 5x + 4)$
- $(x^5 + 7x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 3x + 4) + (9x^4 + 7x^3 - 6x^2 - 6x - 1)$
- $(3x^4 - 8x^3 - 4x + 5) - (6x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 7x - 11)$
- $\left(-3x^3 + \frac{7}{4}x^2 - 2x + \frac{5}{6}\right) - \left(6x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + x - 12\right)$
- $(2x^2 + 5x)(x^3 + 7x^2 - 3x + 4)$
- $(2x^3 + 5x^2 - x + 2)(x^7 - 3x^5 + 4x^2 - x + 1)$
- $(2x^2 - 1)(x + 1) + 5x(2x^2 + 3)$
- $(4x - 1)(2 + 3x^2) - x(5x^2 - 3x + 2)$
- $(x^2 + x)3x - (x^2 + 2)(3x - 1)$

9. Completeu la següent divisió:

$$\begin{array}{r} 6x^3 - 4x^2 + 3x - 5 \\ - 6x^3 \quad \underline{\hspace{1cm}} - 6x \\ \hline -22x^2 - 3x - 5 \\ +22x^2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ \hline \underline{\hspace{1cm}} \end{array} \quad \begin{array}{r} | x^2 + 3x + 1 \\ 6x - 22 \end{array}$$

10. Calculeu les següents divisions i indica el quocient residu de cadascuna d'elles:

- $(4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x) : (x^2 - 3x + 1)$
- $(-2x^4 + 3x^3 + x - 2) : (x^2 + x)$
- $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x^2 + 1)$
- $(5x^4 - 6x^2 + 2x - 3) : (x^2 - 2)$

11. Aplicant la regla de Ruffini per calcular el quocient i el residu de les següents divisions:

- $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 2) : (x - 3)$
- $(x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x - 2)$
- $(3x^3 + 13x^2 + 5x) : (x + 4)$
- $(3x^3 - 14x^2 - 2x + 1) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$

12. Calculeu les arrels enteres dels polinomis següents:

a. $2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$

e. $-x^2 + 17x - 72$

b. $x^3 - 3x^2 - 16x - 48$

f. $3x^4 - 15x^2 + 12$

c. $x^4 - 1$

g. $x^3 - 2x^2 - x + 2$

d. $4x^2 + 8x - 12$

13. Calculeu, en cada cas, el valor que ha de tenir m perquè aquestes divisions siguin exactes:

a. $(x^3 - 3x^2 + mx - 2) : (x + 1)$

b. $(2x^4 - 5x^3 + mx^2 - 3) : (x - 1)$

c. $(x^4 + mx^3 - 2x^2 + 3x) : (x - 2)$

d. $(mx^2 - 7x + 3) : (x + 3)$

14. Donat el polinomi $P(x) = x(x + 3)(2x - 3)$, proveu que $P(0)$, $P(-3)$, i $P\left(\frac{2}{3}\right)$ són 0. Quines són les arrels de $P(x)$?

15. Escriviu en cada cas, un polinomi que tingui per arrels, els nombres donats:

a. 2 i -3 .

c. 4 , 5 i -5 .

b. 0 , 1 i 2 .

d. -1 i $\frac{3}{4}$.

16. Trobeu el valor de k per al qual al dividir $2x^2 - kx + 2$, per $(x-2)$ doni 4.

17. Determineu el valor de m per al que $3x^2 + mx + 4$ tingui com una de les seves arrels $x = 1$.

18. Trobeu un polinomi de grau quatre que sigui divisible per $x^2 - 4$ i que s'anul·li per a $x = 3$ i $x = 5$.

19. Calculeu el valor de a de forma que el polinomi $x^3 - ax + 8$ tingui l'arrel $x = -2$. Trobeu les altres arrels del polinomi.

20. Descomponeu en factors els polinomis següents:

a. $x^2 - 6x + 5$

g. $3x^4 - 15x^2 + 12$

b. $2x^3 - 2x$

h. $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

c. $x^3 + 12x^2 + 35x$

i. $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

d. $3x^2 + 5x - 2$

j. $3x^3 + 2x^2 - 27x - 18$

e. $x^3 + 4x^2 + x - 6$

k. $2x^3 + 7x^2 - 7x$

f. $3x^4 + 12x^3 - 21x^2 - 66x + 72$

l. $-x^8 + 13x^6 - 12x^5$

21. Simplifiqueu les fraccions següents:

a. $\frac{2x}{5x^2}$

b. $\frac{9x}{6x-15}$

c. $\frac{10x+5}{6x+3}$

d. $\frac{2x-2}{x^2-2x+1}$

e. $\frac{x^3-x^2}{x^2+x}$

f. $\frac{xy^2}{6xy-3y^2}$

g. $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

h. $\frac{2x^2-2x-12}{x^3+2x^2-16x-24}$

22. Determineu per a quin/s valor/s de **m** es pot simplificar la fracció: $\frac{x^3-5x^2+mx-3}{x^2-2x-3}$.

23. Reduiu a comú denominador les següents fraccions algebraiques:

a. $\frac{3x}{x-2}$, $\frac{x+1}{x^2-4}$ i $\frac{x}{x+2}$

b. $\frac{x-1}{x-4}$, $\frac{7x}{x^2-16}$ i $\frac{2x-1}{x+4}$

24. Reduiu a denominador comú per fer aquestes operacions. Simplifiqueu quan sigui possible:

a. $\frac{3}{x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x^2}$

b. $\frac{2}{x^3} - \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}$

c. $\frac{3x}{x-1} - 2x$

d. $\frac{3}{(x-1)^2} - \frac{1}{5x-5}$

e. $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+1}$

f. $\frac{x}{x^2-1} - \frac{2}{x+1}$

g. $\frac{2x+6}{x^2-3x} - \frac{x+5}{x^2-4x+3}$

h. $\frac{1}{t} + \frac{1-t}{t^2+2t} - \frac{2}{t+2}$

25. Feu les operacions següents i simplifiqueu els resultats:

a. $\frac{3x}{2} : \frac{x^2}{4}$

b. $\frac{4x^2}{5y^2} \cdot \frac{3x^3}{y^4}$

c. $\left(\frac{2x^3}{y} : x^2\right) \frac{3y}{x}$

d. $\left(\frac{x}{x-2} : x + 2\right) \left(\frac{x^2-4}{2}\right)$

e. $\frac{x}{3x+3} \cdot \frac{x^2-1}{x^3+2x^2}$

f. $\frac{x}{x+1} : \frac{x^2+2x^2}{x^2-1}$

g. $\frac{x^2+x+1}{x+1} : \frac{x}{x^2-1}$