

Tema 7. Funcions (2)

Funció afí

La funció afí és de la forma $f(x) = mx + n$, on m i n poden ser qualsevol nombre real. Té les característiques següents:

- El domini i recorregut són tots els nombres reals.
- La seva representació gràfica és una recta.
- n és l'ordenada en l'origen, és a dir, el punt on la funció talla a l'eix d'ordenades i, m és el pendent, on si m és positiu, la recta creix, i si m és negatiu, decreix.

NOTA: Per representar aquestes funcions hi ha prou amb fer una taula de valors amb dos punts.

Funció quadràtica

La funció quadràtica és de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, on a , b i c són nombres reals, amb $a \neq 0$. Té les característiques següents:

- El domini són tots els nombres reals.
- La seva representació gràfica és una paràbola.
- Si $a > 0$ la paràbola és còncaua, i si $a < 0$ la paràbola és convexa.
- Pot tallar l'eix d'abscisses dues vegades, una o cap (depèn si l'equació $ax^2 + bx + c = 0$ té dues, una o cap solució).
- Sempre talla a l'eix d'ordenades en $(0, c)$.
- El vèrtex de la paràbola $V(x_v, y_v)$ on $x_v = \frac{-b}{2a}$ i on $y_v = f(x_v)$

NOTA: Per representar aquestes funcions cal situar el vèrtex i els punts de tall, tenint en compte "l'orientació" de la paràbola. Si amb això no hi ha prou, caldrà elaborar taula de valors amb tants punts com calgui.

Funció de proporcionalitat inversa

La funció de proporcionalitat inversa és de la forma $f(x) = \frac{a}{x}$, on a és un nombre real qualsevol. Té les característiques següents:

- El domini són tots els reals menys el zero: $\mathbb{R} - \{0\}$.
- La seva representació gràfica és una hipèrbola.
- Si $a > 0$ és decreixent, i si $a < 0$ és creixent.
- No talla mai als eixos de coordenades.
- Presenta una simetria imparella.

NOTA: Per representar aquestes funcions cal elaborar taula de valors negatius i positius.

Activitats

1. Donades les següents funcions:

a. $y = 3x - 4$

b. $y = 5x^2 - 10x + 5$

c. $y = \frac{-2}{x}$

d. $y = 5x$

e. $y = \frac{3x}{4}$

f. $y = \frac{2}{5x}$

g. $y = \sqrt{5x}$

h. $y = x^2 - 4$

- Classifica-les en afins, quadràtiques o de proporcionalitat inversa.
- Per cada una d'aquestes funcions, escriu un parell de punts que hi pertanyin i fes un esbós.
- Dóna el creixement i decreixement en cada cas.

2. Representa les següents funcions:

a. $f(x) = 2x - 4$

b. $f(x) = -4x - 2$

c. $f(x) = 3x + 4$

d. $f(x) = -5x + 7$

e. $f(x) = 5$

f. $f(x) = -2x$

g. $f(x) = \frac{1}{5}x$

h. $f(x) = -0,5x$

i. $f(x) = 6x^2$

j. $f(x) = 3x^2 - 3$

k. $f(x) = 2x^2 + 4$

l. $f(x) = -2x^2 + 8x$

m. $f(x) = x^2 + 6x + 8$

n. $f(x) = -x^2 - 5x - 6$

o. $f(x) = x^2 + 6x + 5$

p. $f(x) = x^2 + 2x - 3$

q. $f(x) = (x - 3)^2$

r. $f(x) = (x + 4)^2$

s. $f(x) = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

t. $f(x) = -(x + 1)^2$

u. $f(x) = \frac{2}{x}$

v. $f(x) = \frac{-1}{x}$

w. $f(x) = \frac{1}{2x}$

x. $f(x) = \frac{3}{-x}$

- La Marta ha pagat 110€ per apuntar-se 3 mesos a natació, incloent-hi la matrícula de 50€. Estudia i representa la funció *nombre de mesos-preu*, i determina quant li costarà assistir-hi 10 mesos. Quant de temps hi portaria apuntada si hagués pagat 290€?
- En un parc d'atraccions, l'entrada val 20€. En Joana pujat a 4 atraccions i ha pagat 32€ en total.
 - Quines variables estem relacionant?
 - Quin tipus de funció és?
 - Quant valdrà entrar i pujar a 6 atraccions?
- L'Elena cobra 4€ més 3€ per cada quart d'hora de fe de cangur i la Marta, 3,5€ per cada quart d'hora.
 - Escriu la funció que representen els seus honoraris i fes-ne la representació en una mateixa gràfica.
 - Calcula qui ofereix el preu més econòmic per a una hora i mitja.

6. En Manel fa footing i fa 1,8 km cada 10 minuts, i en Jordi surt al mateix moment però 1 km més endavant i fa 1,3 km cada 10 minuts.
 - a. Fes una taula que mostri el desplaçament de tots dos.
 - b. Escribeu la funció que representa cada desplaçament i representeu-les en una mateixa gràfica.
 - c. Quant de temps tarda en Manel a atrapar el Jordi?
 - d. Quants quilòmetres recorre cada un d'ells en una hora i mitja?

7. Les ones sonores es propaguen per l'aire a una velocitat de 340 m/s. Així doncs, es pot saber a quina distància ha caigut un llamp comptant els segons que passen des que es veu el llampec fins que se sent el tro.
 - a. Estudia la funció *temps-espai* que recorre l'ona sonora.
 - b. Representa la gràfica de la funció
 - c. Calcula a quina distància han caigut tres llamps si es tarda a sentir el so: 8 segons, 2.5 segons i 7 segons respectivament.
 - d. Quant temps es tarda a sentir el tro, si el llamp ha caigut a 1105 m de distància?

8. En una botiga del costat de casa teva, podem comprar pomes a 2€/Kg, en canvi, en un supermercat dels afores, a 20 km de casa teva, pots trobar-les a 1,50 €/Kg. Si el teu cotxe gasta 10 L de gasolina cada 100 km, i la gasolina està a 0,80€/L:
 - a. Escribeu i representeu les funcions que indiquen el cost de les pomes en la botiga i en el supermercat en funció del seu pes en quilograms?
 - b. A partir de quants quilograms és rendible comprar en el supermercat?

9. Llancem verticalment cap amunt una pedra amb una velocitat de 20 m/s. L'alçada, mesurada en metres, a què es troba la pedra després de t segons del llançament ens dona la fórmula: $e(t) = -5t^2 + 2t$
 - a. A quina alçada màxima arriba la pedra?
 - b. Quant de temps triga a caure al terra?

10. Indica amb una funció l'àrea de tots els triangles isòsceles el costat desigual dels quals mesuri el doble de l'altura corresponent.

11. El cap d'una fàbrica de mobles diu: «si veng cada cadira per x €, n'obtinc uns beneficis y , en centenars d'euros, que corresponen a la funció $f(x) = -x^2 + 10x - 21$ »
 - a. Dibuixa la gràfica *preu-beneficis*.
 - b. A quin preu ha de vendre les cadires per no perdre-hi diners?
 - c. Calcula el preu de la cadira per tal que el benefici sigui màxim.

12. Un cotxe ha de recórrer 500 km. Si va a una velocitat de 100 km/h trigarà 5h. Quantes hores trigarà si va a 110 km/h.

13. Si emplenem una piscina de $120 m^3$ amb una mànega que treu 250 L/h, quan tardarà a omplir-se? I si l'omplim amb una mànega que treu 400L/h? Escribeu una equació que relacioni la quantitat de L/h que surten de cada mànega i el temps que tardaria a omplir la piscina de cadascuna d'elles. Construeix ambdues gràfiques.

14. Escribeu la funció que:
 - a. Tingui com a variable independent el radi d'un cercle, i com a variable dependent, la seva àrea.
 - b. Expressi l'àrea d'un quadrat a partir del seu costat.