MATRIUS. SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS. DETERMINANTS

MATRIUS

- Tipus: I (Identitat – la diagonal principal són 1 i la resta 0)

- Ordre m x n (nombre de files x nombre de columnes)

- Operacions:

  Suma i Resta

  Producte per un escalar

  Producte → En general $A \cdot B \neq B \cdot A$

  → Només es pot multiplicar (m x <u>n</u>) · (<u>n</u> x r) i el resultat serà una matriu m x r

- Matriu inversa A^{-1} . Si existeix $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$

  a) Existeix la matriu inversa de A si $\det(A) \neq 0$

  b) Càlcul:

  → Si és una matriu d'ordre 2 es fa una equació matricial amb la condició $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$

  → $A^{-1} = 1 / \det(A) \cdot (A^{*})^{t}$, on A^{*} és la matriu de menors associada a A

- Rang de A, és el menor nombre de files o columnes linealment independents. Càlcul:

  → Per Gauss, fent zeros sota la "diagonal principal"

  → Per determinants, el major ordre del determinant associat a A diferent de 0

- Resolució de problemes

SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS

- Classificació
  a) Compatible (té solució)
     → determinat (única)
     → indeterminat (moltes). *(En aquest cas per trobar les solucions cal expressar les variables en funció d'una d'elles).*
  b) Incompatible (no té solució)

- Discussió:
  → Mètode de Gauss. Fem zeros sota la diagonal principal

$$\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} \\ 0 & n_{22} & n_{23} & n_{24} \\ 0 & 0 & n_{33} & n_{34} \end{pmatrix}$$ Sistema compatible determinat

$$\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} \\ 0 & n_{22} & n_{23} & n_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ Sistema compatible indeterminat

$$\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} \\ 0 & n_{22} & n_{23} & n_{24} \\ 0 & 0 & 0 & n_{34} \end{pmatrix}$$ Sistema incompatible

(n_{ij} és un nombre real)

  → Teorema de Rouché-Frobeniüs

Rang A = Rang A^* = Nº d'incògnites	Sistema compatible determinat
Rang A = Rang A^* < Nº d'incògnites	Sistema compatible indeterminat
Rang A ≠ Rang A^*	Sistema incompatible

- Resolució de problemes