

## TEMA 2 : Geometria analítica al pla

### Activitats

1. Donats els punts A(2,1) , B(6,5),i C(-1,4):

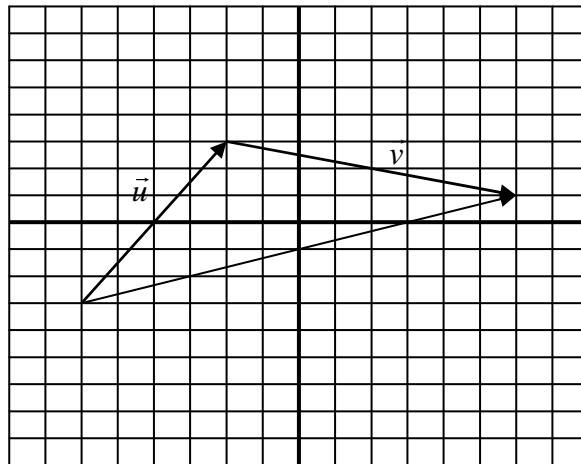
- Representa els vectors AB i CA
- Calcula les coordenades del vector AB, i BA. Tenen la mateixa direcció? I el mateix sentit?
- Calcula els mòduls de AB i CD.

2. Donats els vectors  $\vec{u} = (1,2)$ ,  $\vec{v} = (5,3)$ ,  $\vec{w} = (1,-1)$ ,  $\vec{s} = (-1,-2)$ , realitza les operacions que s'indiquen a continuació:

- $\vec{u} + \vec{s} + \vec{w}$
- $\vec{s} - \vec{u} + \vec{v}$
- $3\vec{v} + 2\vec{w}$
- $2\vec{s} - 2\vec{w}$

3. Escribe el vector (-1,1) com a combinació lineal dels vectors (0,2) i el (1,3).

4-. Donats els vectors que es mostren en la gràfica contesta:



- Quines coordenades tenen els vectors  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  .
- Quina operació representa el gràfic.
- Representa de dues maneres diferents el vector  $\vec{w}$  (-1, -3)
- Si s es  $\vec{s}$  (-1,-2) representa gràficament la combinació lineal  $2\vec{w} + 3\vec{s}$  .

5. Els punts A (2, 3), C (-3, 5) i D (7, -4) són vèrtexs del paral·lelogram ABCD. Calculeu les coordenades del vèrtex B.

6. Trobeu dos vectors que siguin combinació lineal dels vectors  $\vec{u}$  (2, -1) i  $\vec{v}$  (4, -3).

7. Comproveu que el vector  $\vec{w}$  (-3, 5) es combinació lineal dels vectors  $\vec{u}$  (-1, 4) i  $\vec{v}$  (2, 3)

8. A (2, 3) i B(6, -1) són dos punts del pla. Busqueu les coordenades del punt mitjà del segment AB.

9. El punt P (5, -2) és el punt mitjà del segment AB. Si A (2, 3) trobeu B.

10. Calculeu les coordenades dels punts M i N que divideixen el segment d'extremes A (-8, 2) i B (1, -4) en tres parts iguals.

11. Determineu si els punts A(3, 1), B(5, 2) i C(1,0) estan alineats.

12. Determineu a perquè els punts A(-3,5), B(2,1) i C(6, a) estiguin alineats.

13 Calculeu el producte escalar  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  en els casos següents:

a)  $|\vec{a}| = 5$  ;  $|\vec{b}| = 3$  i  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 60^\circ$

b)  $|\vec{a}| = 9$  ;  $|\vec{b}| = 1$  i  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 135^\circ$

c) Quan val el producte escalar d'un vector  $\vec{u}$  per si mateix, es a dir, com es calcularà  $\vec{u}^2$

14. Calculeu m de manera que el producte escalar de  $\vec{a}$  (4, -3) i  $\vec{b}$  (m, 2) sigui 4.

15. Donats els vectors  $\vec{u}$  (1, 2) i  $\vec{v}$  (3, 4) calculeu:

a)  $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b)  $\cos(\vec{u} \wedge \vec{v})$

c)  $\vec{u} \wedge \vec{v}$

16. Donats els vectors  $\vec{u}$  (3, -4) i  $\vec{v}$  (5, 6), calculeu

a)  $|\vec{u}|, |\vec{v}|$

b)  $\vec{u} \wedge \vec{v}$

c) Un vector amb la direcció i el sentit de u que sigui unitari

d)  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  són perpendiculars? Raoneu la resposta, en cas contrari busqueu un vector perpendicular a  $\vec{u}$

17. Donat el vector  $\vec{v}$  (-5, n) calculeu n de manera que:

a)  $\vec{v}$  sigui ortogonal a  $\vec{u}$  (3, -6)

b)  $|\vec{v}| = 3$

18. Trobeu les coordenades d'un vector  $\vec{v}$  ( x, y), ortogonal a  $\vec{u}$  (3, 4) i que mesuri el doble que  $\vec{u}$ .

19. Donats el vectors  $\vec{a}$  (2, 1) i  $\vec{b}$  ( 6, 2) trobeu un vector  $\vec{v}$  tal que  $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$  i  $\vec{v} \perp \vec{b}$ .

20. Essent  $\vec{u}$  (5, -b) i  $\vec{v}$  ( a, 2) trobeu a i b sabent que  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  són ortogonals i que  $|\vec{v}| = \sqrt{13}$ .

21. Escriviu les equacions paramètriques de la recta que passa per A(-2, 5) i te la direcció del vector  $\vec{v}$  (1, 4). Obteniu tres punts més de la recta.

22. Escriviu totes les equacions de la recta que passa per:

a) P(0, 2) i Q(-1, 3)

b) A(1,4) i B(-1, 2)

23. Trobeu un punt i un vector director de cadascuna de les rectes següents:

a)  $3x - 5y = 0$

b)  $(x, y) = (-2, 3) + (3, -2) \cdot t$

c)  $y - 8 = 0$

d)  $\frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{-5}$

e)  $2x + 3y - 2 = 0$

f)  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 4 \end{cases}$

g)  $2x - 6 = 0$

24. Trobeu en cada cas l'equació de la recta paral·lela que té con a ordenada en el origen - 3

a) r:  $3x - 2y = 0$

b) r:  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-5}$

c) r:  $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$

25 Trobeu en cada cas, l'equació de la recta perpendicular a la donada en el punt de tall amb els eixos de coordenades.

a) r :  $x + 2y - 4 = 0$

b) r:  $x + 2 = \frac{y-4}{2}$

c) r:  $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$

26. Escriviu les equacions de les rectes següents:

a) Passa per  $A(1, -3)$  i és paral·lela a

$$r \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$$

b) Passa per  $B(3,1)$  i és perpendicular a la recta d'equació  $-3x + 2y + 6 = 0$

c) És perpendicular al segment d'extremes  $A(4,0)$  i  $B(0,8)$  en el seu punt mitjà

27. Trobeu la distància del punt  $A(-3, 2)$  a les rectes:

$$a) \begin{cases} x = -t \\ y = 2t \end{cases} \quad b) y = -2 \quad c) 3x - 4 = 0$$

28. Calculeu la distància de l'origen de coordenades a les rectes:

$$a) 2x - 3y - 4 = 0 \quad b) 5x - 2y = 4 \quad c) 7x - 4y = 0$$

29. Trobeu la distància entre les rectes:

$$a) r: 2x + 3y - 1 = 0 \text{ i } s: -4x - 6y + 2 = 0$$

$$b) r: x + 3y - 4 = 0 \text{ i } s: 3x - 2y - 5 = 0$$

30. Determineu  $a$  perquè la distància de la recta  $r: x - 3y + a = 0$  al punt  $A(6,2)$  sigui de  $\sqrt{10}$  unitats.

31. Trobeu l'angle que formen les rectes:

$$a) r: \begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -3x + 1 \end{cases} \quad s: \begin{cases} 3x - 5y + 7 = 0 \\ 10x + 6y - 3 = 0 \end{cases}$$

32. Quin angle forma la recta  $x - 2y + 4 = 0$  amb l'eix d'abscisses? I amb el d'ordenades?.

33. Calculeu  $m$  de manera que la recta  $3x + my - 2 = 0$  formi un angle de  $60^\circ$  amb l'eix  $OX$ .

34. Calculeu  $m$  i  $n$  a les rectes d'equacions:  $r: mx - 2y + 5 = 0$  i  $s: nx + 6y - 8 = 0$ , sabent que són perpendiculars i  $r$  passa pe el punt  $A(1,4)$ .

35. Donada la recta  $r: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + kt \end{cases}$  trobeu  $k$  de manera que la recta  $r$  sigui paral·lela a la bisectriu del segon quadrant.

36. En el triangle de vèrtex  $A(-2,3)$ ,  $B(4,1)$  i  $C(6, -3)$ , trobeu les equacions de :

- Les tres altures, i el seu punt de tall
- Les tres mitjanes i el seu punt de tall
- Les tres mediatris i el seu punt de tall

37.

a) Si  $A$ ,  $B$  i  $M$  són tres punts del pla que compleixen la relació :

$$\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AM}$$

diguen quin serà el valor de  $r$  a l'expressió

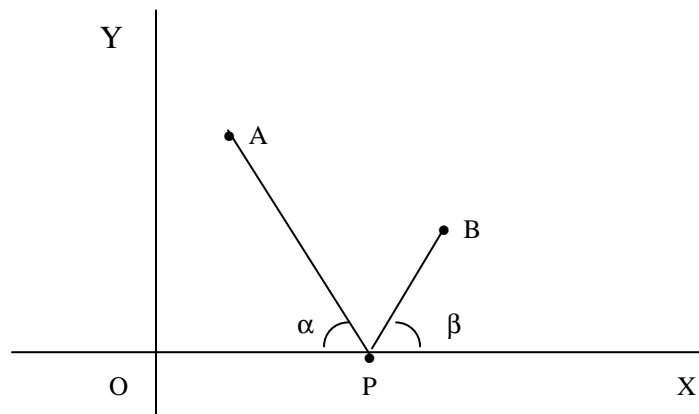
$$\overrightarrow{MA} = r\overrightarrow{MB}$$

b) Quines serien les coordenades del punt  $M$  si  $A(3, -5)$  i  $B(-5,7)$

38. Quantes rectes del pla passen pel punt  $P(1, -2)$  i formen un angle de 45 graus amb la recta d'equació  $r: 4x - 3y + 2 = 0$ ? Doneu les equacions de totes les que hi hagi.

39. Expliqueu raonadament algun mètode per decidir si tres punts del pla donats per les seves coordenades,  $A(a_1, a_2)$ ,  $B(b_1, b_2)$  i  $C(c_1, c_2)$ , estan alineats o no ho estan. Decidiu, tot aplicant el mètode que hagueu explicat, si els punts  $(-2, -3)$ ,  $(-3, 0)$  i  $(6, 2)$  estan alineats o no.

40. L'eix  $OX$  representa la banda d'una taula de billar. Una bola que està situada al punt  $A(1, 6)$  ha de tocar una bola situada al punt  $B(5, 2)$  després d'haver rebotat a la banda (quan una bola de billar rebota a la banda, els angles de la figura són iguals).



Determineu:

- a. El punt exacte  $p$  on la bola hauria de topar amb la banda.
- b. L'equació de la trajectòria inicial que ha de seguir la bola
- c. L'equació de la trajectòria que segueix la bola després d'haver topar amb la banda, fins a tocar la bola en el punt B
- d. L'angle entre les trajectòries AP i PB

41. El costat BC d'un triangle està sobre la recta d'equació  $r: 3x - 2y + 1 = 0$ . El vèrtex A te coordenades (2, -1). Determineu el peu de l'altura relativa a A

42.

- a) Determineu l'equació de la recta paral·lela a la bisectriu del segon i quart quadrant que passa pel punt  $P(0, a)$ .
- b) Determineu el valor de  $a$  perquè la recta anterior determini en el primer quadrant un triangle d'àrea 8 amb els eixos.
- c) Quina és la distància d'aquesta recta a l'origen de coordenades?
- d) Quina és la distància d'aquesta recta al punt  $Q(-4, 0)$ .

43. Un triangle té dos vèrtex A i B en els punts  $A(0, 0)$  i  $B(2, 0)$ . L'àrea val 3. Sabent que el tercer vèrtex té ordenada positiva i està situat sobre la recta  $r: 2x - y - 5 = 0$ . calculeu les coordenades de C i el perímetre del triangle. Feu-ne la gràfica corresponent.

44. Sigui la recta d'equació  $r: 6x - 15y + 4 = 0$ . Trobeu les equacions de les rectes paral·lela i perpendicular a  $r$  que passen pel punt  $P(4, 1)$  i feu un esquema gràfic.

45. D'un rombe ABCD coneixem les coordenades de tres vèrtex A és l'origen de coordenades, B (4, 1) i D (1, 4).

- a) Calculeu les coordenades del quart vèrtex C.
- b) Comproveu analíticament que les diagonals són perpendiculars i que tallen en el seu punt mitjà